

## МОДУЛЬНЕ 3D МОДЕЛЮВАННЯ ЗНЯТТЯ ПРИПУСКУ І ФОРМОУТВОРЕННЯ ВИПУКЛИХ ТОРОВИХ ПОВЕРХОНЬ ЗІ СХРЕЩЕНИМИ ОСЯМИ ІНСТРУМЕНТА І ДЕТАЛІ

*В.В. Кальченко, А.М. Єрошенко. Модульное 3D моделирование съема припуска и формообразования выпуклых торовых поверхностей со скрещивающимися осями инструмента и детали.* Предложены модульные 3D модели съема припуска и формообразования выпуклых торовых поверхностей со скрещивающимися осями круга и детали.

*V.V. Kalchenko, A.M. Yeroshenko Modular 3D modeling output allowance and form creation of convex torus surfaces with the crossed axes of the tool and detail.* It is offered modular 3D models output allowance and form creation of convex torus surfaces with the crossed axes of the tool and detail.

Шліфування випуклих торових поверхонь, таких як барабани стрічкопильних верстатів, формувальні валки трубопрокатних станів, шківні ремінних передач тощо, здійснюють методом копіювання абразивним кругом з профілем, який відповідає твірній поверхні деталі, з паралельним розташуванням осей обертання інструмента і деталі. Спектр матеріалів, що підлягають подібній обробці доволі широкий: леговані інструментальні і конструкційні сталі, чавуни. До цих деталей, як правило, висуваються особливі вимоги щодо твердості поверхонь і точності. Наприклад, твердість поверхні трубопрокатних валків повинна лежати в межах HRC 58-62, а до шківів висуваються жорсткі вимоги щодо радіального биття, які забезпечуються саме на останніх, шліфувальних операціях [1].

Зняття припуску методом копіювання відбувається за рахунок поперечного переміщення круга в площині, яка проходить через осі обертання його і деталі.

Для цього методу характерні висока ефективність і простота формоутворювальних рухів. Але цей спосіб має ряд недоліків, зокрема:

- нерівномірний знос круга, який спричиняється нестабільним питомим навантаженням і товщиною шару, що зрізується, уздовж профілю абразивного інструменту;
- перемінна продуктивність обробки за часом врізання, максимальне значення подачі на оберт при цьому визначається в момент формоутворення центральної точки профілю;
- температура в зоні обробки крайніх ділянок профілю деталі збільшується внаслідок того, що товщина шару, що зрізується, у напрямі нормалі до оброблюваної поверхні, є малою, а тертя в цій зоні є значним.

Дослідженнями [1] встановлено, що в процесі зняття припуску  $\delta$  (рис. 1, А-А) глибина різання  $t_j$ , довжина і площа контакту круга 1 і деталі 2 змінюються за координатою обробки профілю. Величина врізання  $l = \delta / \varphi_{\delta \max}$  – більше припуску  $\delta$  на обробку. Вона залежить від максимального кута  $\varphi_{\delta \max}$  підйому твірної випуклої торової поверхні, а також координат  $\varepsilon_y$  і  $\varepsilon_z$  (рис. 1, А-А) зсувів припуску уздовж її координатних осей  $Y_{\delta}$  і  $Z_{\delta}$ , що знижує продуктивність і якість обробки. Аналіз існуючих методів показав, що не існує способів обробки кругом, де припуск знімається за еквідистантними кривими двома узгодженими рухами круга: врізанням і нахилом. Таким чином метою роботи є розробка спеціальних модульних 3D моделей зняття припуску і формоутворення випуклих торових поверхонь зі схрещеними осями інструмента і деталі. На базі досліджень моделей розробити спосіб шліфування торових поверхонь і метод керування процесом шліфування на верстатах з ЧПК, що забезпечить постійну глибину різання за координатою обробки та зняття припуску за еквідистантними кривими.

Для розробки 3D моделі профілювання круга, при шліфуванні випуклих торових поверхонь з перехрещеними осями інструмента і деталі, необхідно мати 3D моделі заготовки і деталі в її системі координат. Випукла торова поверхня може бути описана радіус-вектором

$$\bar{r}_{\delta} = S_{\theta_{\delta}, R_{\delta}, \varphi_{\delta}, \rho_{\delta}}^{\delta} \cdot \bar{e}^4, \quad (1)$$

де:  $\vec{r}_{\ddot{a}}$  – радіус-вектор випуклої торової поверхні (рис.1);  $S_{\theta_{\ddot{a}}, R_{\ddot{a}}, \varphi_{\ddot{a}}, \rho_{\ddot{a}}}^{\circ}$  – сферичний модуль, що являє собою матрицю переходу від початкової точки в систему координат деталі;  $e_4 = (0,0,0,1)^T$  – радіус-вектор початкової точки [2].

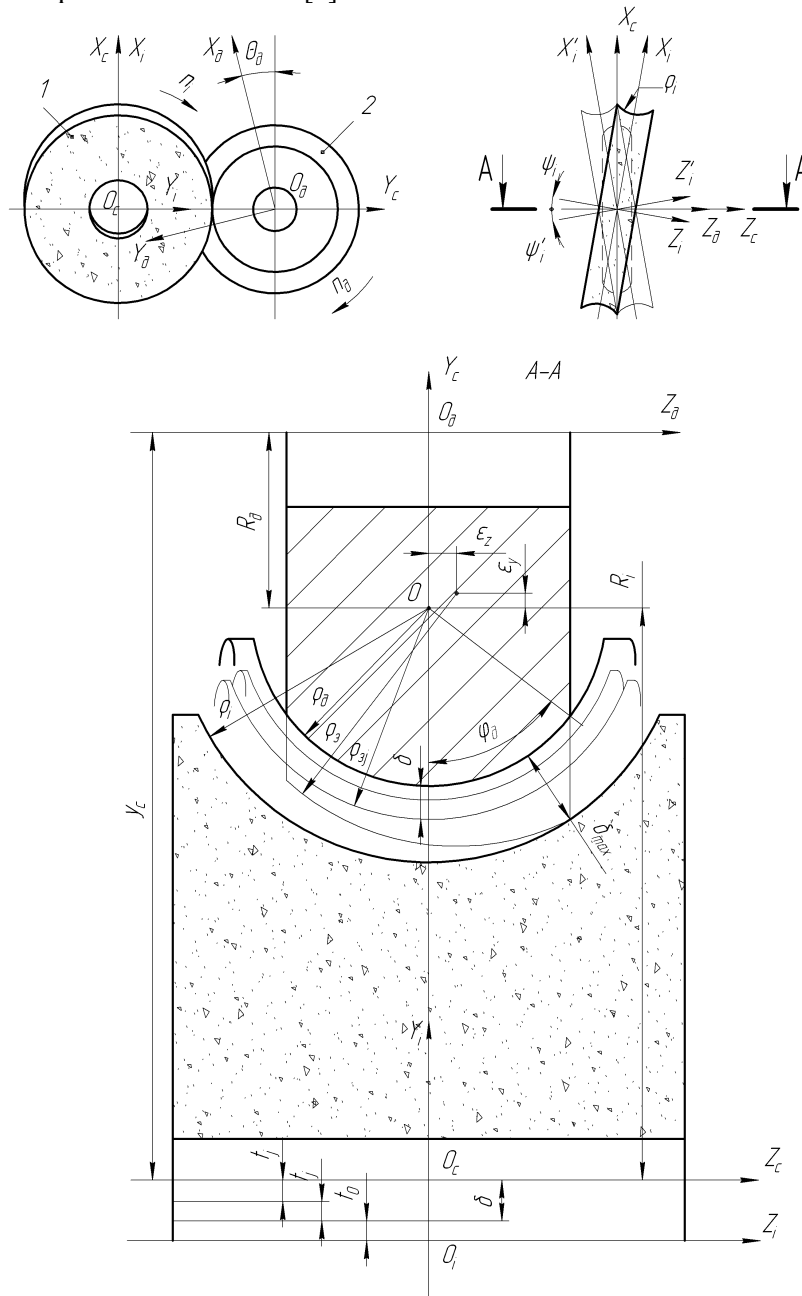


Рисунок 1 — Схема обробки випуклих торових поверхонь

Сферичний модуль являє собою добуток чотирьох однопараметричних матриць

$$S_{\theta_{\ddot{a}}, R_{\ddot{a}}, \varphi_{\ddot{a}}, \rho_{\ddot{a}}}^{\circ} = M_6(\theta_{\ddot{a}}) \cdot M_2(R_{\ddot{a}}) \cdot M_4(\pm\varphi_{\ddot{a}}) \cdot M_2(-\rho_{\ddot{a}}), \quad (2)$$

де:  $\theta_{\ddot{a}}$  – кут повороту навколо осі  $O_{\delta}Z_{\delta}$  обертання деталі;  $R_{\ddot{a}}$  – відстань від центра профілю до осі обертання деталі;  $\varphi_{\ddot{a}}$  – кут повороту навколо осі  $O_{\delta}X_{\delta}$ ;  $\rho_{\ddot{a}}$  – радіус профілю деталі.

Особливістю сферичного модуля є наявність двох незалежних кутових параметрів: кута повороту навколо осі  $O_{\delta}Z_{\delta}$  обертання деталі  $\theta_{\ddot{a}}$  і кут повороту початкової точки навколо осі  $O_{\delta}X_{\delta}$   $\varphi_{\ddot{a}}$ , який може приймати позитивне чи негативне значення в залежності від розташування точки відносно осьової площини.

Таким чином, матриці [2], що складають модуль мають наступний фізичний зміст:

$$M_2(-\rho_\delta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \rho_\delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ — матриця переміщення точки вздовж осі } O_\delta Y_\delta. \text{ Оскільки раді-}$$

ус кривизни профілю деталі залишається незмінним, то параметр у матриці  $M_2$  набуває сталого значення, який дорівнює радіусу профілю деталі  $\rho_\delta$ . Знак «-» вказує на те, що радіус задається в протилежному напрямку осі  $O_\delta Y_\delta$ , тобто поверхня випукла.

$$M_4(\pm\varphi_\delta) = \begin{pmatrix} \cos \varphi_\delta & 0 & \sin \varphi_\delta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_\delta & 0 & \cos \varphi_\delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ — матриця узагальнених поворотів точки відносно осі}$$

$O_\delta X_\delta$ . Діапазон зміни параметра лежить в межах  $\pm\varphi_{\delta \max}$ , які встановлюються максимальним кутом підйому профілю деталі.

$$M_2(R_\delta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & R_\delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ — матриця переміщення точки вздовж осі } O_\delta Y_\delta, \text{ яка встановлює}$$

координату центру профілю деталі.

$$M_6(\theta_\delta) = \begin{pmatrix} \cos \theta_\delta & -\sin \theta_\delta & 0 & 0 \\ \sin \theta_\delta & \cos \theta_\delta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ — матриця узагальнених поворотів відносно осі } O_\delta Z_\delta$$

обертання деталі. Обертаючи профіль деталі з кутовою координатою  $\theta_{\delta i}$ , матриця остаточно формує номінальну поверхню деталі.

Для профілювання круга необхідно скласти рівняння, що визначає лінію контакту

$$\bar{V}_\delta \cdot \bar{n}_\delta = 0, \quad (4)$$

де  $\bar{V}_\delta$  - вектор швидкості відносного руху випуклої торової поверхні деталі в системі координат круга;  $\bar{n}_\delta$  - одиничний вектор нормалі до поверхні деталі [3].

Вектор нормалі дорівнює векторному добутку векторів дотичних до поверхні деталі. Для їхнього визначення необхідно диференціювати радіус-вектор  $\bar{r}_\delta(\theta_\delta, \varphi_\delta)$  (1) поверхні деталі по обох параметрах  $\theta_\delta$  і  $\varphi_\delta$ . Для знаходження вектора  $\bar{V}_\delta$  відносної швидкості необхідно перенести радіус-вектор  $\bar{r}_\delta(\theta_\delta, \varphi_\delta)$  (1) поверхні деталі в систему координат круга і диференціювати його за часом. Переведення радіус-вектора деталі в систему координат круга відбувається через матрицю переходу  $M_{i\delta}$ , яка складається з двох сферичних модулів

$$\begin{aligned} \bar{r}_{i\delta} &= M_{i\delta} \cdot \bar{r}_\delta, \\ M_{i\delta} &= S_{\theta_i, y_c}^{\phi_i} \cdot S_{\psi_i}^o, \end{aligned} \quad (5)$$

де:  $S_{\theta_i, y_c}^{\phi_i}$  - модуль формування інструмента;  $S_{\psi_i}^o$  - модуль кутової орієнтації інструмента відносно деталі.

Модуль формування (5) складається з добутку двох матриць

$$S_{\theta_i, y_c}^{\phi_i} = M_6(\theta_i) \cdot M_2(y_c), \quad (6)$$

де:  $\theta_i$  - кут повороту системи координат деталі відносно осі обертання інструмента;  $y_c$  - відстань між осями обертання інструмента 1 і деталі 2 (рис. 1).

Модуль орієнтації (5) представлений матрицею відносних поворотів

$$S_{\psi_i}^o = M_5(\psi_i), \quad (7)$$

де:  $\psi_i$  – кут повороту круга 1 відносно осі, що перпендикулярна осям обертання деталі й інструмента, і проходить через центр профілю радіуса  $\rho_\delta$ .

Таким чином рівняння (4) можна представити у вигляді

$$\left( \frac{\partial \bar{r}_\delta}{\partial \varphi_\delta} \times \frac{\partial \bar{r}_\delta}{\partial \theta_\delta} \right) \cdot \frac{\partial \bar{r}_{i\delta}}{\partial \tau_\delta} = 0. \quad (8)$$

У рівнянні (5) кутовий параметр  $\theta_i$  єдиний, який змінюється в процесі обробки, тому, при визначенні вектора  $\bar{V}_\delta$  відносної швидкості, вектор  $\bar{r}_{i\delta}$  необхідно диференціювати за параметром  $\theta_i$ . Швидкість руху деталі відносно круга визначається через матрицю переходу з системи координат деталі в систему координат інструмента

$$\frac{\partial \bar{r}_{i\delta}}{\partial \tau_\delta} = \frac{\partial M_6(\theta_i)}{\partial \theta_i} \cdot \frac{\partial \theta_i}{\partial \tau_\delta} \cdot M_{i\delta}, \quad (9)$$

де:  $\frac{\partial \theta_i}{\partial \tau_\delta} = \omega_{i\delta}$  – кутова швидкість обертання деталі відносно осі круга.

Радіус-вектор інструмента можна представити сферичним модулем, що подібний до аналогічного модуля деталі (1), але зі своїми параметрами

$$\bar{r}_i = S_{\theta_i, \varphi_i, \rho_i}^i \cdot \bar{e}^4, \quad (10)$$

$$S_{\theta_i, \varphi_i, \rho_i}^i = M_6(\theta_i) \cdot M_2(R_i) \cdot M_4(\varphi_i) \cdot M_2(\rho_i),$$

де:  $\bar{r}_i$  – радіус-вектор поверхні круга;  $S_{\theta_i, \varphi_i, \rho_i}^i$  – сферичний модуль, що являє собою матрицю переходу від початкової точки в систему координат інструмента;  $\theta_i$  – кут повороту навколо осі  $O_i Z_i$  обертання інструмента;  $R_i$  – відстань від центра профілю інструмента до його осі обертання;  $\varphi_i$  – кут повороту навколо осі  $O_i X_i$ ;  $\rho_i$  – радіус профілю кола.

Дослідження моделі (10) в системі MathCAD дозволило змоделювати профіль інструмента (рис. 2). Вихідні дані обробки: відстань від центра профілю до осі обертання деталі  $R_\delta=123$  мм, радіус профілю деталі  $\rho_i=27$  мм, секторальний кут  $\xi=120^\circ$ , шорсткість  $Ra=1,25$  мкм, матеріал – сталь 9ХС, твердість HRC=58...62, припуск на обробку 0,4 мм. Параметри круга: діаметр 250 мм, матеріал 24А, твердість СМ1, зернистість 40, зв'язка керамічна - К6, структура 7.

Радіус-вектор випуклої торової поверхні, яка утворюється після обробки інструментом, що описаний моделлю (10), можна представити через два сферичних модулі й радіус-вектор інструмента:

$$\bar{r}_{\delta i} = S_{\theta_\delta, y}^\phi \cdot S_{\psi_i}^o \cdot \bar{r}_i, \quad (11)$$

де:  $S_{\theta_\delta, y}^\phi = M_6(\theta_\delta) \cdot M_2(y_c + a \cdot \theta + t_0)$  – модуль формоутворення деталі;  $\theta_\delta$  – кут повороту системи координат інструмента відносно осі обертання деталі;  $y = y_c + a \cdot \theta + t_0$  – поточна координата міжосьової відстані інструмента й деталі;  $a \cdot \theta = \delta$  – припуск, що знімається;  $\theta$  – сумарний кут обертання при знятті припуску;  $t_0$  – поперечне переміщення круга, обумовлене зсувами  $\varepsilon_y$  і  $\varepsilon_z$  припуску  $\delta$ ;  $a = \frac{t}{2\pi}$  – постійна архімедової спіралі, якою у відносному русі переміщується круг при знятті припуску  $\delta$ ;  $t$  – величина поперечної подачі круга у напрямку, що перпендикулярний осі  $O_\delta Z_\delta$  обертання деталі, на один її оберт;  $S_{\psi_i}^o = M_5(\pm \psi_i)$  – модуль кутової орієнтації інструмента відносно деталі.

При знятті припуску, лінія контакту обертається навколо осі деталі за спіраллю Архімеда. Поточна поверхня заготовки утворюється, у вигляді випуклого тора перемінного профілю, з поточним по координаті обробки радіусом  $\rho_{\delta i}$  (рис. 1, А-А). Вихідний припуск враховує зміщення припуску, тобто  $\delta_{\max} = \delta + \sqrt{\varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2}$ . Зняття припуску відбувається за еквідистантними кривими. Коли припуск знятий,  $\delta=0$ ,  $t_0=0$ , і  $y=y_c$ , лінія контакту, яка обертається навколо осі деталі без поперечного переміщення описує форму обробленої випуклої торової поверхні деталі з радіусом  $\rho_\delta$ .

Обробка профілів з радіусами  $\rho_{zi}$  буде проводитись з похибкою, яка зумовлена невідповідністю радіусів профілю тора і проекції лінії контакту на осьову площину, яка проходить через точку контакту на гребні торової поверхні. Таким чином, обробка поверхні буде проводитись шляхом послідовного уточнення: максимальна похибка обробки буде проявлятися на перших значеннях  $t_j$  і поступово буде зменшуватися з кожним наступним врізанням (рис.3). Варто відмітити, що остаточна торова поверхня ( $3_1-4_1-5_1-6_1-7_1$ ) формується без похибки, оскільки круг правиться в максимально нахиленому положенні, яке відповідає обробці радіуса  $\rho_d$  без похибки. В процесі обробки похибка формується таким чином, що в точках  $4_i, 5_i, 6_i$  вона буде відсутня, а в точках  $3_i, 7_i$  — буде набувати максимального для поточного радіусу  $\rho_{zi}$  значення. Величина похибки  $\Delta$  визначається за методом найменших квадратів і повинна лежати в межах допуску на обробку.

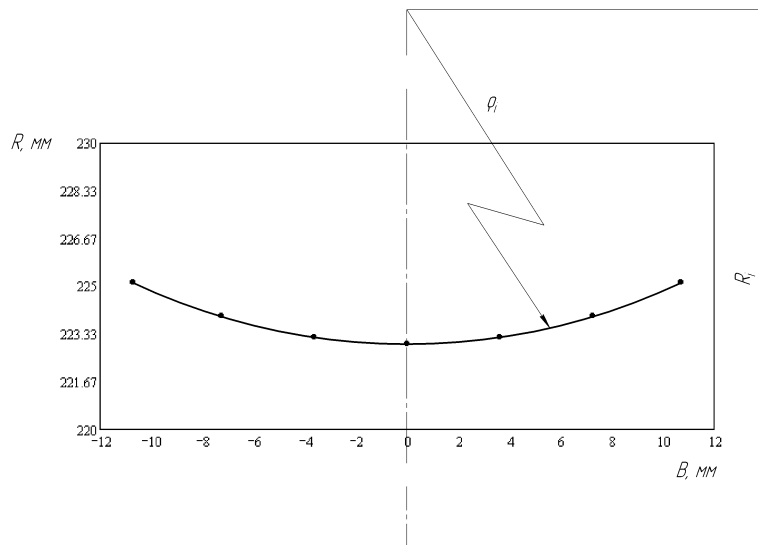


Рисунок 2 — Профіль інструмента

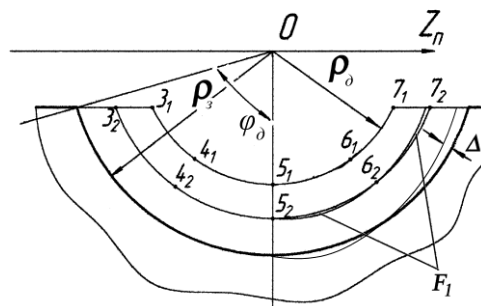


Рисунок 3 — Схема уточнення профілю при обробці випуклих торових поверхонь

Висновки: Розроблено модульну 3D модель зняття припуску і формоутворення випуклих торових поверхонь зі схрещеними осями інструмента і деталі. Модульна 3D модель являє собою добуток трьох сферичних модулів (інструментального, орієнтації і формоутворення) і радіус-вектора початку координат. Розроблено новий спосіб формоутворення випуклих торових поверхонь, який підвищує продуктивність обробки за рахунок зняття припуску за еквідистантними кривими.

### Література

1. Кальченко В.И. Шлифование криволинейных поверхностей крупногабаритных деталей / В.И. Кальченко. — М.: Машиностроение, 1979. — 160 с.
2. Решетов Д.Н. Точность металлорежущих станков / Д.Н. Решетов, В.Т. Портман. — М.: Машиностроение, 1986. — 336 с.
3. Равська Н.С., Родін П.Р., Ніколаєнко Т.П., Мельничук П.П. Основи формоутворення поверхонь при механічній обробці - ЖІТІ, 2000, 163с.