

Чернігівський національний технологічний університет

Навчально-науковий інститут будівництва

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**  
**з курсу фізики**

**ОПТИКА**

**НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК**  
**для студентів інженерних спеціальностей**  
**напрямів підготовки**  
**192 “Будівництво та цивільна інженерія”,**  
**193 “Геодезія та землеустрій”**  
**за освітньо-кваліфікаційним рівнем “бакалавр”**

Чернігів, 2018

УДК 535(075.8)

ББК В34я73

С 41

**Рецензенти:**

**Завацкий С.В.** – кандидат фізико-математичних наук,  
доцент кафедри промислового і  
цивільного будівництва  
Навчально-наукового інституту будівництва  
Чернігівського національного технологічного  
університету;

**Шенета О.М.** – кандидат фізико-математичних наук,  
доцент кафедри фізики та астрономії  
Національного університету  
“Чернігівський колегіум”

**Ситников О.П.**

**С 41**     **Оптика.** Конспект лекцій : навчальний посібник для студентів інженерних спеціальностей напрямів підготовки 192 “Будівництво та цивільна інженерія”, 193 “Геодезія та землеустрій” за освітньо-кваліфікаційним рівнем “бакалавр.” Чернігів: ЧНТУ, 2018. 100 с.

ББК В34я73

УДК 535(075.8)

Навчальний посібник призначений для студентів вищих навчальних закладів напряму підготовки 192 “Будівництво та цивільна інженерія”, 193 “Геодезія та землеустрій” за освітньо-кваліфікаційним рівнем “бакалавр”. Він містить 10 лекцій та запитання для самоконтролю, які охоплюють навчальний матеріал, передбачений діючими навчальними планами та програмами для підготовки названої категорії студентів. Посібник орієнтований на дистанційну форму навчання.

Рекомендовано рішенням кафедри  
промислового і цивільного будівництва  
Навчально-наукового інституту будівництва  
Чернігівського національного технологічного університету  
(протокол №7 від 11 січня 2018 р.)

© Ситников О.П., 2018

## ЗМІСТ

### **ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ОПТИКИ.....5**

Світло. Спектр електромагнітних хвиль. Шкала електромагнітних хвиль. Предмет вивчення оптики. Геометрична, хвильова і квантова оптика. Поняття оптики: світловий промінь, електромагнітна хвиля, фотони. Поширення в просторі електромагнітної хвилі за теорією Максвелла. Корпускулярне-хвильовий дуалізм.

### **ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА.....10**

1. Закони геометричної оптики. Абсолютний та відносний показники заломлення. Хід світлових променів з менш оптично густого середовища в більш оптично густе й навпаки. Дисперсія світла Явище повного внутрішнього відбивання.
2. Центровані оптичні системи. Тонкі лінзи. Типи лінз. Фокусна відстань лінзи. Оптична сила лінзи. Побудова дійсних і уявних зображень за допомогою лінзи. Формула тонкої лінзи. Правила знаків.
3. Оптичні призми.
4. Око людини як центрована оптична система. Будова ока. Акомодация ока. Корекція дефектів зору. Адаптація ока. Спектральна чутливість ока. Роздільна здатність ока. Бінокулярний зір.

### **ХВИЛЬОВА ОПТИКА.....30**

1. Природне та поляризоване світло. Поляризатори і аналізатори Закон Малюса.
2. Ступінь поляризації. Поляризація світла під час відбивання та заломлення на межі поділу двох діелектриків. Закон Брюстера.
3. Поляризація світла під час проходження анізотропним середовищем. Подвійне променезаломлення. Плеохроїзм, дихроїзм. Штучне подвійне променезаломлення: дослід Брюстера, ефект Керра, ефект Коттона-Мутона.
4. Поляризаційні прилади.
5. Принцип суперпозиції. Накладання світлових хвиль. Геометрична різниця ходу хвиль. Когерентність. Явище інтерференції світла. Умови інтерференційних максимумів і мінімумів. Оптична різниця ходу хвиль. Особливості інтерференції реальних світлових хвиль.

6. Одержання когерентних хвиль методом поділу хвильового фронту. Спосіб щілин Юнга, біпризма Френеля.
7. Одержання когерентних хвиль методом поділу амплітуди. Смуги рівного нахилу, смуги рівної товщини. Кільця Ньютона.
8. Інтерференція поляризованих хвиль.
9. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракція Френеля на малих отворах. Умова дифракції Френеля.
10. Дифракція Фраунгофера на одній та на двох щілинах. Дифракційна решітка. Дифракційні спектри.

## **ОСНОВИ КВАНТОВОЇ ОПТИКИ.....92**

1. Явище фотоефекту. Досліди Столетова. Закономірності фотоефекту.
2. Пояснення закономірностей фотоефекту з точки зору хвильової та квантової теорії світла. Рівняння Ейнштейна для фотоефекту.

## **ЛІТЕРАТУРА.....99**

## Лекція №1

**Основні поняття оптики**

Світло. Спектр електромагнітних хвиль. Шкала електромагнітних хвиль. Предмет вивчення оптики. Геометрична, хвильова і квантова оптика. Поняття оптики: світловий промінь, електромагнітна хвиля, фотони. Поширення в просторі електромагнітної хвилі за теорією Максвелла. Корпускулярно-хвильовий дуалізм.

**Оптика** – це розділ фізики, в якому вивчаються властивості, фізична природа світла та його взаємодія з речовиною. Під **світлом** розуміють електромагнітні хвилі таких довжин, які сприймаються оком людини. Ці хвилі мають довжину від  $3,8 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  до  $7,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ . Такий діапазон хвиль називається **видимим** діапазоном. Поняття „світло” охоплює не тільки електромагнітні хвилі видимого діапазону, але й прилеглі до нього ділянки спектра інфрачервоного та ультрафіолетового випромінювань.

Електромагнітні хвилі класифікуються за довжиною ( $\lambda$ ) або за частотою ( $\nu$ ) хвилі, які зв'язані між собою. Сукупність електромагнітних хвиль, що існують у природі, називається *спектром* електромагнітних хвиль. Спектр електромагнітних хвиль за збільшенням довжини хвилі включає наступні ділянки: гама-випромінювання, рентгенівське випромінювання, ультрафіолетове випромінювання, видимий діапазон, інфрачервоне випромінювання, радіохвилі. Різні ділянки спектра розрізняються за способом випромінювання та за способом прийому електромагнітних хвиль, тому між ділянками спектра відсутні чіткі межі, але кожна з них має свої особливості. Ілюстрацією спектра електромагнітних хвиль є *шкала електромагнітних хвиль* (рис. 1).

Оптика вивчає електромагнітні хвилі від м'якого рентгенівського випромінювання ( $\lambda \sim 10^{-9}$ ) м до радіохвиль міліметрової довжини ( $\lambda \sim 10^{-4}$ ) м, рентгенівське та гама-випромінювання вивчаються в квантовій та ядерній фізиці, радіохвилі вивчаються в класичній електродинаміці.

Оптику поділяють на геометричну та фізичну. **Геометрична оптика** – це розділ оптики, в якому вивчаються закони поширення світла на основі уявлень про світлові промені. Під **світловим променем** розуміють не вузький світловий пучок, а геометричну лінію, що вказує напрям переносу енергії світлової хвилі. Звичайно, чим більш вузьким є світловий пучок, тим легше за його допомогою встановити напрям поширення світла, тобто визначити світловий промінь. Проте реально нескінченно вузький світловий пучок створити неможливо, бо цьому заважає дифракція світла. Отже, світловий промінь не є фізичним образом, а є геометричним поняттям, тобто математичною абстракцією. Геометрична оптика являє собою засіб розв'язання більш простих задач оптики, коли метод променів дає задовільні результати. Особливо це стосується побудови зображень в оптичних системах.

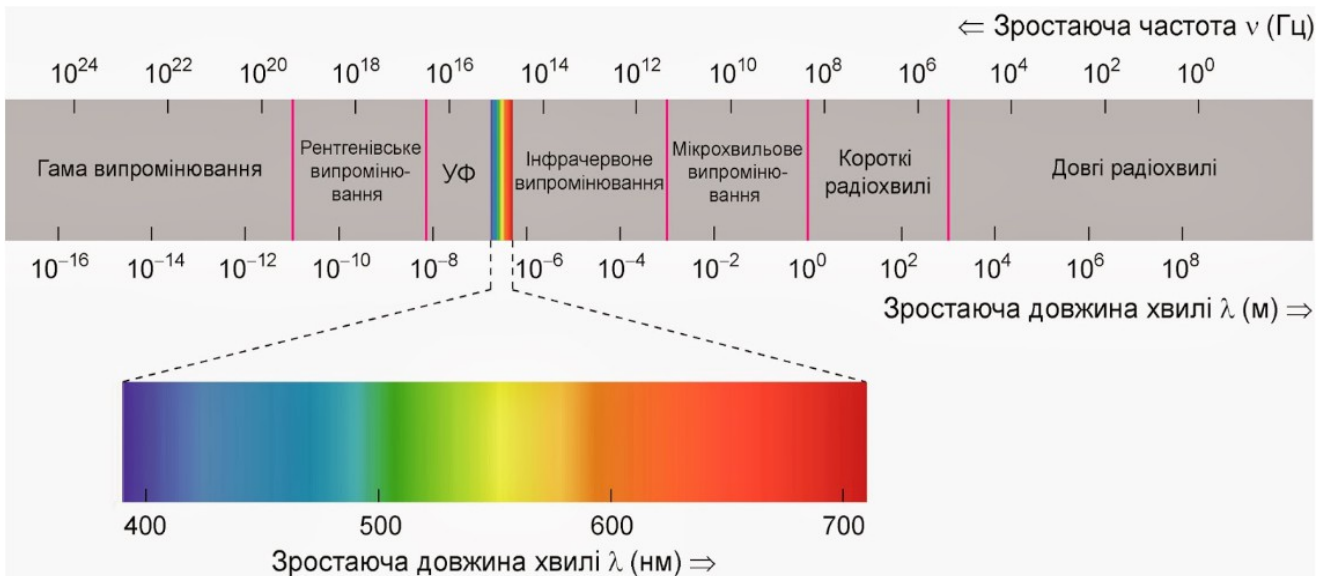


Рис. 1. Шкала електромагнітних хвиль

**Фізична оптика** поділяється на *хвильову* та *квантову*. У **хвильовій оптиці** розглядаються явища, в яких проявляється хвильова природа світла (*інтерференція, дифракція*). Основним поняттям хвильової оптики є поняття електромагнітної хвилі.

Виникнення електричного поля внаслідок зміни магнітного поля було відкрито Фарадеєм у 1831 р. Обернене явище – виникнення магнітного поля під час будь-якої зміни електричного поля було теоретично передбачене іншим видатним англійським фізиком Максвеллом. Розвиваючи уявлення Фарадея про взаємозв'язок електричних та магнітних явищ, Максвелл прийшов до відкриття електромагнітного поля. Одним з висновків теорії електромагнітного поля, розробленої Максвеллом у 1860-1865 роках, є те, що у вакуумі або в повітрі можуть поширюватися електромагнітні хвилі з швидкістю  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$ , яка ще називається *швидкістю світла*.

Через 23 роки (1888 р.) німецький фізик Герц експериментально дістав електромагнітні хвилі у вільному просторі, а російський фізик Попов використав ці хвилі для здійснення бездротового телеграфу.

Згідно теорії Максвелла, якщо в просторі змінюється електричне поле, то в цій області простору воно викликає змінне магнітне поле. Змінне магнітне поле, в свою чергу, породжує змінне електричне поле, причому це електричне поле повинно бути вихровим, тобто лінії напруженості електричного поля є замкненими і охоплюють лінії індукції магнітного поля. Сукупність змінних електричних та магнітних полів називається **електромагнітним полем**. Виникнувши в певному місці простору, змінне електромагнітне поле передається від однієї точки простору до іншої зі швидкістю світла (рис. 2). Процес поширення змінного електромагнітного поля в просторі називається **електромагнітною хвилею**.

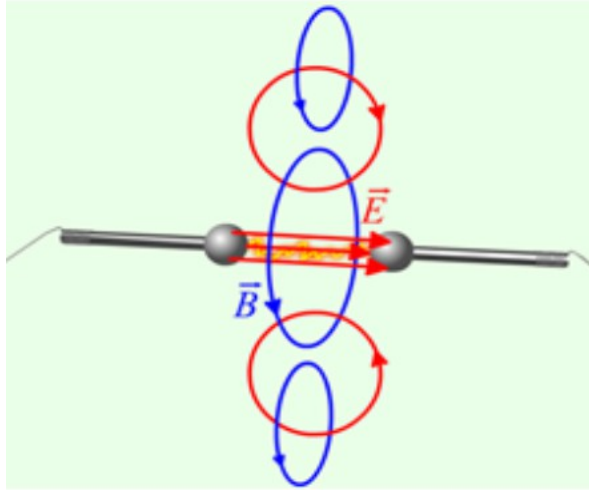


Рис. 2. Модель поширення електромагнітної хвилі в просторі

З теорії Максвелла випливає, що напрям вектора напруженості електричного поля  $\vec{E}_0$ , вектора індукції магнітного поля  $\vec{B}_0$ , а також напрям поширення електромагнітної хвилі  $OZ$  є взаємно перпендикулярними, тому електромагнітні хвилі називаються ще *поперечними* (рис. 3). Поперечність світлових хвиль на момент створення теорії електромагнітного поля була доведена експериментально. На рис. 3  $\lambda$  – довжина хвилі, яка дорівнює найкоротшій відстані між точками простору, в яких вектори  $\vec{E}_0$  і  $\vec{B}_0$  коливаються в однакових фазах. Частотою ( $\nu$ ) електромагнітної хвилі називається кількість коливань векторів  $\vec{E}_0$  або  $\vec{B}_0$  за час, що дорівнює одній секунді. Для вакууму довжина хвилі і частота зв'язані співвідношенням:

$$\lambda = \frac{c}{\nu},$$

де  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{M}{c}$  – швидкість світла у вакуумі.

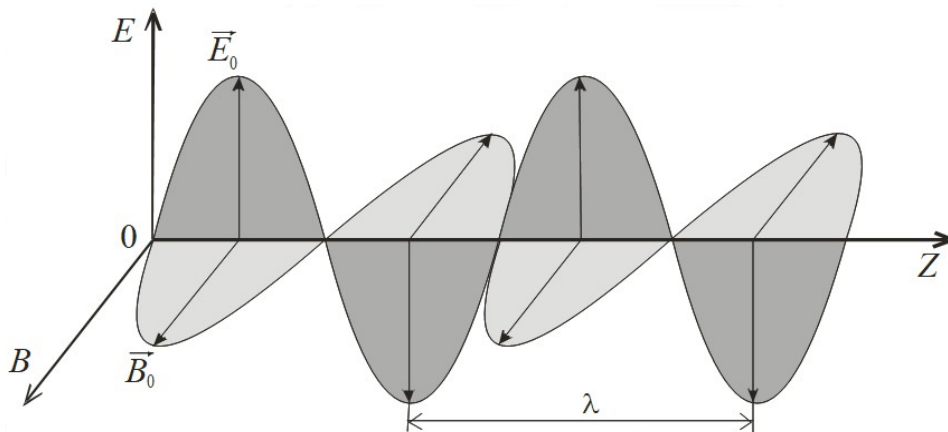


Рис. 3. Модель поперечної електромагнітної хвилі

У **квантовій оптиці** розглядаються явища, в яких вивчається квантова природа світла (квант – порція енергії). З точки зору квантової оптики світло є потоком фотонів з енергією  $W = h\nu$ , де  $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  – стала Планка,  $\nu$  – частота світла,  $c$  – швидкість світла у вакуумі. До таких явищ відносять *теплове випромінювання* (електромагнітне випромінювання, що випускається речовиною і виникає за рахунок внутрішньої енергії), *фотоефект* тощо.

Основним поняттям квантової оптики є поняття фотона. **Фотон** – це окрема назва світлового кванта електромагнітного поля, тому що він під час випромінювання, поширення в просторі, а також в момент взаємодії з речовиною поводить себе так, як класична елементарна частинка. Але фотон – це особлива частинка, яка істотно відрізняється від таких частинок, як електрон, протон, нейтрон, що мають відмінну від нуля масу спокою. Фотон не має маси спокою й може існувати тільки в русі зі швидкістю світла. Він не має електричного заряду, магнітного моменту, його час життя є безмежним. Це свідчить про те, що фотон є стійкою частинкою, для якої самовільного розпаду не відбувається. Фотон достатньої енергії, проходячи повз важке атомне ядро, може перетворюватися на пару елементарних частинок електрон – позитрон. Відбувається також зворотній процес: електрон і позитрон можуть перетворюватися на гама-фотон.

Кожний з перелічених розділів оптики має своє застосування: геометрична оптика – це проєкційні прилади, мікроскопи, телескопи, окуляри; хвильова оптика – інтерферометри, дифракційні спектрографи, поляриметри; квантова оптика – пірометри, спектрографи, фотоелементи, лазери.

Хвильова і квантова точки зору на природу світла взаємно виключають одна одну, тому що багато ознак хвилі й частинки є протилежними. Фізична гіпотеза про те, що світло має одночасно хвильові та квантові (корпускулярні) властивості називається **корпускулярно-хвильовим дуалізмом**. Таким чином, під світлом слід розуміти потік електромагнітних хвиль і разом з тим потік фотонів.

У прояві суперечливих властивостей світла є закономірність: у довгохвильового випромінювання (наприклад, інфрачервоного) квантові властивості проявляються слабше, але більш сильнішими стають хвильові властивості. Із зменшенням довжини хвилі хвильові властивості послаблюються, але підсилюються квантові властивості. Єдність цих протилежностей виражає складність природи світла.



### Запитання для самоконтролю

1. Що є предметом вивчення оптики?
2. Що являє собою світло?
3. Що називається видимим діапазоном?
4. Що називається спектром електромагнітних хвиль?
5. Які види випромінювання включає спектр електромагнітних хвиль?
6. Що називається шкалою електромагнітних хвиль?
7. Який діапазон довжин хвиль вивчає оптика?
8. Що є предметом вивчення геометричної оптики?
9. Що являє собою світловий промінь?
10. Що є предметом вивчення хвильової оптики?
11. Що являє собою електромагнітне поле?
12. Що являє собою електромагнітна хвиля?
13. Як пояснює теорія електромагнітного поля процес поширення світла в просторі?
14. Чому дорівнює швидкість світла у вакуумі?
15. Чому електромагнітна хвиля вважається поперечною?
16. Що називається довжиною хвилі?
17. Що називається частотою хвилі?
18. Як зв'язані між собою довжина і частота електромагнітної хвилі?
19. Що є предметом вивчення квантової оптики?
20. Що являє собою фотон?
21. У чому проявляється особливість фотона як елементарної частинки?
22. Як визначити енергію фотона?
23. Що являє собою корпускулярно-хвильовий дуалізм?
24. Як залежать хвильові та квантові властивості світла від довжини електромагнітної хвилі?

## Лекція №2

**Геометрична оптика**

1. Закони геометричної оптики. Абсолютний та відносний показники заломлення. Хід світлових променів з менш оптично густого середовища в більш оптично густе й навпаки. Дисперсія світла Явище повного внутрішнього відбивання.
2. Центровані оптичні системи. Тонкі лінзи. Типи лінз. Фокусна відстань лінзи. Оптична сила лінзи. Побудова дійсних і уявних зображень за допомогою лінзи. Формула тонкої лінзи. Правила знаків.

**1. Геометрична оптика** заснована на деяких положеннях, які спочатку були встановлені як експериментальні закони. Розглянемо ці закони:

1) **закон прямолінійного поширення світла** – в однорідному прозорому середовищі світло поширюється прямолінійно;

2) **закон незалежності поширення світлових променів** – світлові промені, які поширюються в просторі, під час перетину не впливають один на одного;

3) **закон оборотності світлових променів** – якщо світловий промінь поширюється з точки 1 в точку 2, то в зворотному напрямі з точки 2 в точку 1 він поширюється по тому самому шляху;

4) **закон відбивання світла** – промінь падаючий, промінь відбитий і перпендикуляр, поставлений в точку падіння, лежать в одній площині; при цьому кут падіння дорівнює куту відбивання  $i = i'$ . Кутом падіння ( $i$ ) називається кут між падаючим променем ( $SO$ ) і перпендикуляром ( $NO$ ) у точку падіння. Кут між відбитим променем ( $OA$ ) і перпендикуляром ( $NO$ ) у точку падіння називається кутом відбивання ( $i'$ ) (рис. 1).

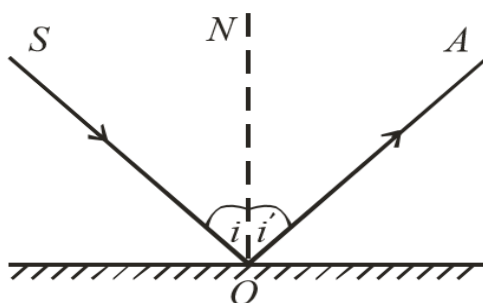


Рис. 1. Відбивання світлового променя від непрозорої поверхні

5) **закон заломлення світла** – промінь падаючий, промінь заломлений і перпендикуляр, поставлений в точку падіння, лежать в одній площині; при цьому для будь-якого кута падіння відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення є величина стала для двох певних середовищ і називається **відносним показником заломлення** :

Кутом заломлення ( $r$ ) називається кут між заломленим променем ( $OB$ ) і продовженням перпендикуляра ( $NO$ ) в точку падіння (рис. 2).

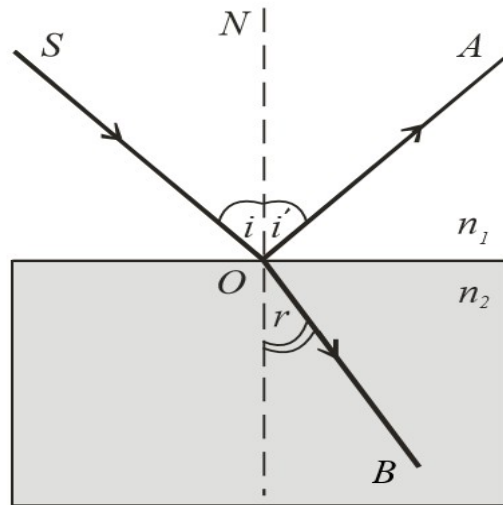


Рис. 2. Відбивання та заломлення світлового променя на межі поділу двох прозорих середовищ ( $n_1 < n_2$ )

Усі прозорі середовища характеризуються абсолютним показником заломлення. **Абсолютним показником заломлення** даного середовища називається відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення, коли падаючий промінь йде із вакууму або із повітря в дане середовище:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n.$$

Абсолютний показник заломлення вакууму дорівнює одиниці  $n_{\text{вакуум}} = 1$ . Показник заломлення повітря вважають таким, що дорівнює одиниці, хоч його більш точне значення при нормальних умовах  $n_{\text{повітря}} = 1,000292$ .

Позначимо абсолютний показник заломлення першого середовища  $n_1$ , а другого –  $n_2$ . Тоді співвідношення між абсолютними та відносними показниками заломлення мають вигляд:

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \quad n_{12} = \frac{n_1}{n_2}, \quad n_{21} = \frac{1}{n_{12}}.$$

З теорії електромагнітного поля випливає, що абсолютний показник заломлення є числом, яке показує в скільки разів швидкість світла у вакуумі ( $c$ ) більша за швидкість світла в даному середовищі ( $v$ ):

$$n = \frac{c}{v}.$$

Якщо  $n_1 = \frac{c}{v_1}$ ,  $n_2 = \frac{c}{v_2}$ , то закон заломлення можна подати у вигляді:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}.$$

де  $v_1, v_2$  – швидкості світла в даних середовищах.

Абсолютний показник заломлення залежить від довжини ( $\lambda$ ) або від частоти ( $\nu$ ) світлової електромагнітної хвилі. Різним довжинам або частотам хвиль відповідають різні показники заломлення. Залежність показника заломлення від довжини (частоти) хвилі називається **дисперсією**. Розрізняють *нормальну* дисперсію, коли із збільшенням довжини хвилі показник заломлення зменшується і *аномальну* дисперсію, коли із збільшенням довжини хвилі показник заломлення збільшується.

Пояснюється явище дисперсії неоднаковим значенням фазової швидкості електромагнітних хвиль під час поширення в певному прозорому середовищі. У випадку нормальної дисперсії для електромагнітних хвиль червоного кольору фазова швидкість максимальна, а показник заломлення мінімальний. Для електромагнітних хвиль фіолетового кольору фазова швидкість мінімальна, а показник заломлення максимальний. У вакуумі швидкість електромагнітних хвиль завжди однакова для будь-яких довжин (частот) хвиль й дорівнює  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ .

Нормальну дисперсію можна спостерігати під час проходження світла крізь скляну тригранну призму (рис. 3). Вперше такий дослід був проведений Ньютоном у 1672 р.

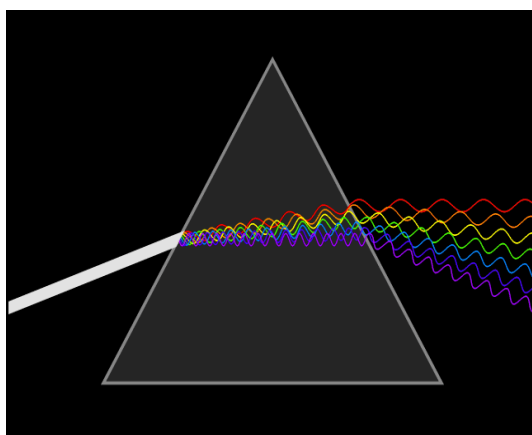


Рис. 3. Модель нормальної дисперсії

Цим дослідом Ньютон довів, що біле світло складається з світла різних довжин хвиль. Райдуга є прикладом прояву нормальної дисперсії в природних умовах.

Явище аномальної дисперсії, для якого фіолетові електромагнітні хвилі заломлюються менше ніж червоні, спостерігається під час поглинання енергії електромагнітних хвиль певної довжини речовиною. Практично вона має місце

для всіх газів поблизу ліній поглинання (частоти коливань електронів, що входять до складу атомів або молекул газів).

Середовище, що характеризується більшим показником заломлення, називається **більш оптично густим**. Промінь світла, що проходить з менш оптично густого середовища в більш оптично густе середовище, наближається до перпендикуляра, поставленого в точку падіння (рис. 4, а). За законом оборотності промінь, що йде з більш оптично густого середовища в менш оптично густе, відхиляється від перпендикуляра, поставленого в точку падіння (рис. 4, б).

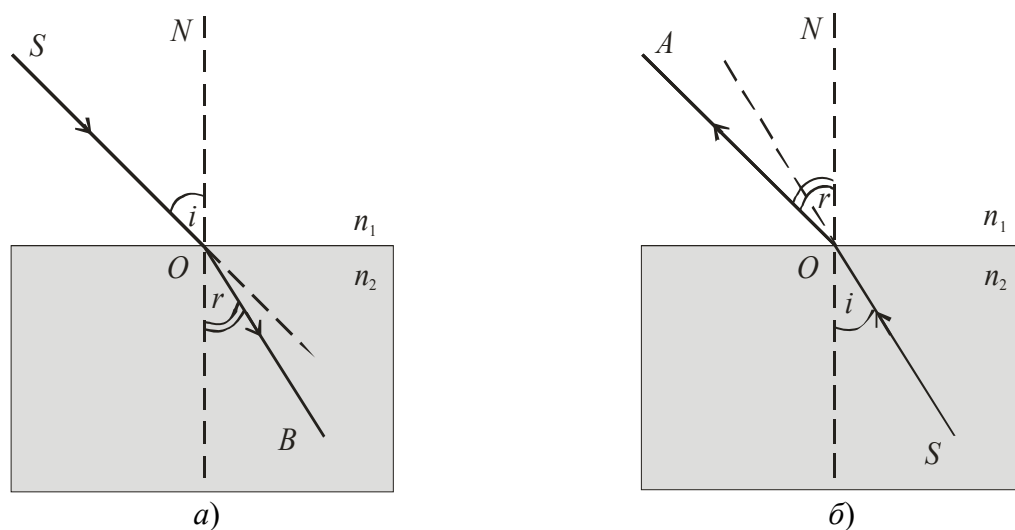


Рис. 4. Хід світлового променя через межу поділу двох прозорих середовищ ( $n_1 < n_2$ )

Коли світло поширюється з більш оптично густого середовища в менш оптично густе, то на межі їхнього поділу відбувається перерозподіл світлових потоків у залежності від кута падіння. Розглянемо окремі випадки (рис. 5).

Якщо кут падіння дорівнює нулю ( $i = 0$ ), то світловий промінь (1) без заломлення проходить з одного середовища в інше. Для деякого кута падіння ( $i < i_0$ ) світловий промінь на межі поділу двох середовищ поділяється на відбитий (2) та заломлений (3). Для будь-якої пари прозорих середовищ завжди існує певний кут падіння ( $i = i_0$ ), при якому кут заломлення  $r$  досягає максимального значення  $r_{max} = 90^\circ$  й заломлений промінь (4) ковзає по межі поділу двох середовищ. Такий кут падіння називається *граничним кутом повного внутрішнього відбивання*. Якщо кут падіння перевищуватиме граничний кут повного внутрішнього відбивання ( $i > i_0$ ), то заломлення світлового променя не відбувається й відбитий промінь (5) повністю залишається в більш оптично густому середовищі. Таке явище називається **повним внутрішнім відбиванням**.

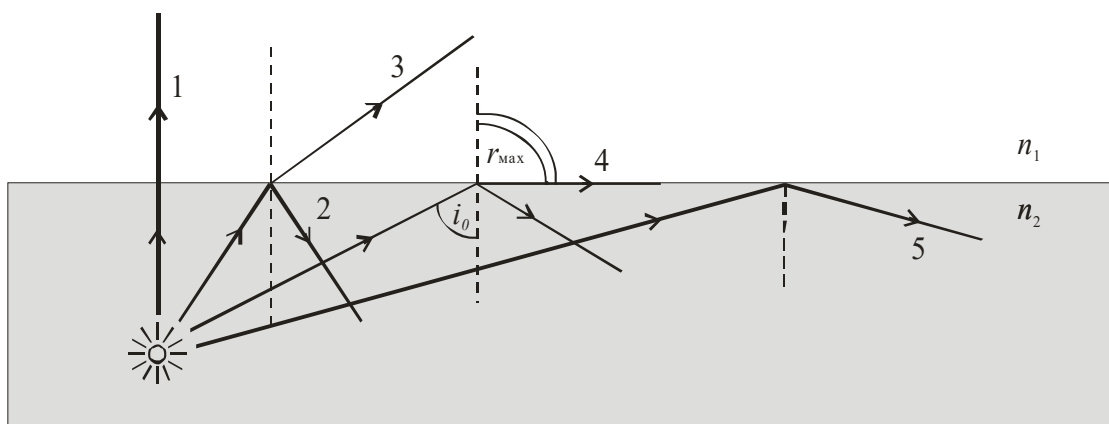


Рис. 5. Хід світлових променів з більш оптично густого середовища в менш оптично густе ( $n_1 < n_2$ )

Граничний кут повного внутрішнього відбивання для двох даних середовищ знаходиться за допомогою закону заломлення  $\frac{\sin i_0}{\sin 90^\circ} = \frac{n_1}{n_2}$ .

Враховуючи, що  $\sin 90^\circ = 1$ , маємо  $\sin i_0 = \frac{n_1}{n_2}$ . Звідки  $i_0 = \arcsin \frac{n_1}{n_2}$ .

**2. Оптичною системою** називається пристрій, який формує дійсне оптичне зображення об'єкта або перетворює світловий потік. Оптична система складається з лінз, призм, прозорих пластинок, дзеркал тощо, скомбінованих між собою так, щоб одержувати оптичне зображення об'єкта або перетворювати світловий потік. У загальному випадку оптичні системи мають дві й більше заломлювальних поверхонь. Практичного значення набули системи, для яких центри кривизни всіх заломлювальних поверхонь лежать на одній прямій. Оптичні системи, що мають таку властивість, називаються **центрованими**. Пряма лінія, на якій лежать центри кривизни заломлювальних поверхонь оптичної системи, називається **головною оптичною віссю** центрованої оптичної системи.

До найпростіших центрованих систем відноситься **лінза**. Вона складається з двох заломлювальних поверхонь, які обмежують прозору речовину, наприклад, скло. Одна із заломлювальних поверхонь обов'язково повинна бути сферичною, друга – або сферичною, або плоскою (рис. 6). У залежності від комбінації заломлювальних поверхонь лінзи можуть бути: *двоопуклі* (1), *плоско опуклі* (2), *вгнуто опуклі* (3), *двогнуті* (4), *плоско вгнуті* (5), *опукло вгнуті* (6). При цьому лінзи 1-3 є **збірними**, лінзи 4-6 є **розсіюючими**, якщо матеріал, з якого вони виготовлені, буде більш оптично густим, ніж навколишнє середовище.

Розглянемо двоопуклу лінзу (рис. 7). Лінзу називають **тонкою**, якщо її товщина  $AB$  досить мала в порівнянні з радіусами кривизни  $R_1$  і  $R_2$  заломлювальних поверхонь. При цьому вважається, що вершини цих поверхонь  $A$  і  $B$  зливаються в точку  $O$ , яку називають **оптичним центром** лінзи.

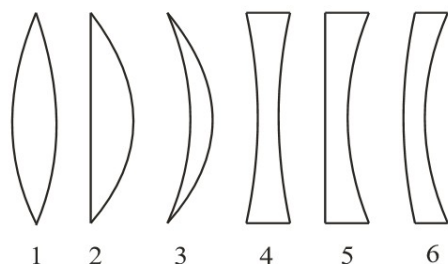


Рис. 6. Типи лінз

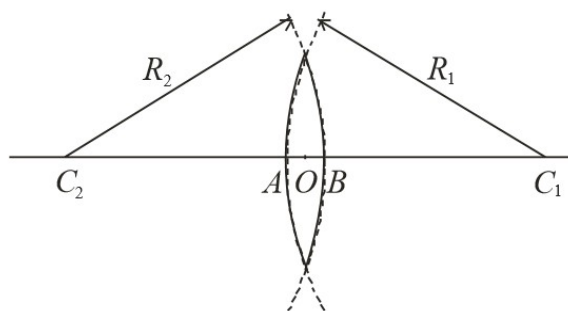


Рис. 7. Двоопукла лінза

Будь-яка пряма, що проходить через оптичний центр лінзи, називається **оптичною віссю** лінзи. Оптична вісь  $C_2OC_1$ , яка проходить через центри кривизни  $C_1$  і  $C_2$  заломлювальних поверхонь та оптичний центр лінзи  $O$ , називається **головною оптичною віссю** лінзи.

Промені, які є паралельними до головної оптичної осі, заломлюються в збірній лінзі й перетинаються в точці  $F$ , яка лежить на цієї осі й називається **фокусом** лінзи (рис. 8, а). Для розсіюючої лінзи фокусом є точка на головній оптичній осі, в якій перетинаються не самі промені, а їх уявні продовження в бік, що протилежний напрямку поширення світла (рис. 8, б). Відстань від фокуса лінзи до її оптичного центра називається **фокусною відстанню** ( $f$ ). Площина, яка перпендикулярна до головної оптичної осі й проходить через фокус лінзи, називається **фокальною площиною**.

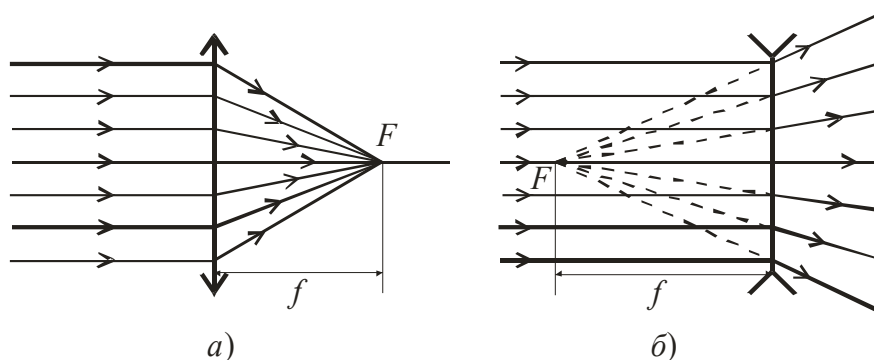


Рис. 8. Хід світлових променів через тонку лінзу

Фокусна відстань лінзи може бути розрахована за формулою:

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1\right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$

де  $n_2$  – показник заломлення матеріалу, з якого виготовлена лінза;  $n_1$  – показник заломлення середовища, що оточує лінзу;  $R_1$  і  $R_2$  – радіуси кривизни заломлювальних сферичних поверхонь.

Відповідно до типу лінз ця формула записується згідно **правила знаків**: якщо заломлювальна поверхня знаходиться *ліворуч* від центра кривизни, то радіус кривизни цієї поверхні є *додатним*; якщо заломлювальна поверхня

знаходиться *праворуч* від центра кривизни, то радіус кривизни цієї поверхні є *від'ємним*.

Величина, яка є оберненою до фокусної відстані, називається **оптичною силою** лінзи:

$$D = \frac{1}{f}.$$

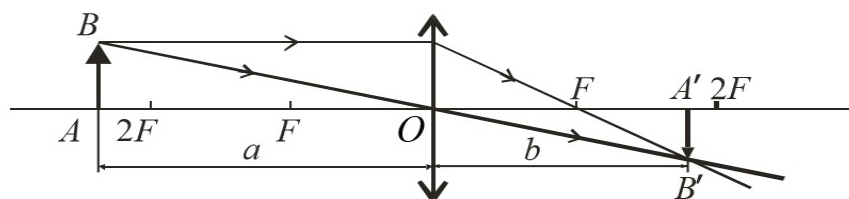
Оптична сила визначає збірну або розсіюючу здатність лінзи і вимірюється в *діоптріях* (дптр). Оптичну силу в 1 діоптрію має лінза з фокусною відстанню 1 м. Оптична сила збірних лінз є *додатною*, розсіюючих лінз – *від'ємною*. Оптична сила оптичної системи, яка складається з кількох лінз, дорівнює алгебраїчній сумі оптичних сил цих лінз. Наприклад, оптична система з двох збірних лінз має більшу оптичну силу й меншу фокусну відстань, ніж кожна з них окремо.

Оптичні зображення предметів, які можна дістати за допомогою лінз, поділяються на дійсні та уявні. *Дійсні зображення* створюються збіжними пучками променів у точках, де вони перетинаються. Дійсні зображення можна спостерігати на екрані або фотоплівці, які знаходяться в точках перетину променів. Якщо промені, що виходять з оптичної системи, розходяться, то подумки їх можна продовжити в протилежному напрямку, де вони перетинаються. Точку перетину уявних продовжень цих променів називають уявним зображенням точки предмета. Сукупність таких точок складають *уявне зображення* предмета. Уявне зображення неможливо одержати на екрані або зафіксувати на фотоплівці, але інша оптична система (збірна лінза, око людини) здатна перетворити уявне зображення на дійсне.

Тонкі лінзи дають неспотворені зображення предметів, якщо падаюче світло є монохроматичним, а розміри предметів є малими в порівнянні з відстанями від предметів до лінз. Для побудови зображення предмета за допомогою тонкої лінзи достатньо використати два промені, якщо через його крайню точку проходить головна оптична вісь. Перший промінь йде від протилежної крайньої точки предмета паралельно головній оптичній осі й після заломлення в лінзі він перетинає фокус; другий промінь йде від тієї самої точки предмета через оптичний центр лінзи без зміни напрямку.

Розглянемо приклади.

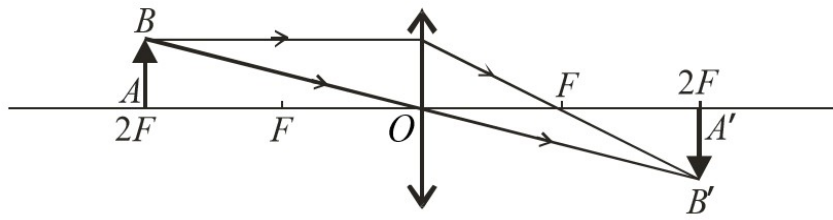
1. Предмет  $AB$  знаходиться за подвійним фокусом збірної лінзи:



Зображення  $A'B'$  є дійсним, перевернутим й зменшеним ( $a$  – відстань від предмета до лінзи,  $b$  – відстань від лінзи до зображення).

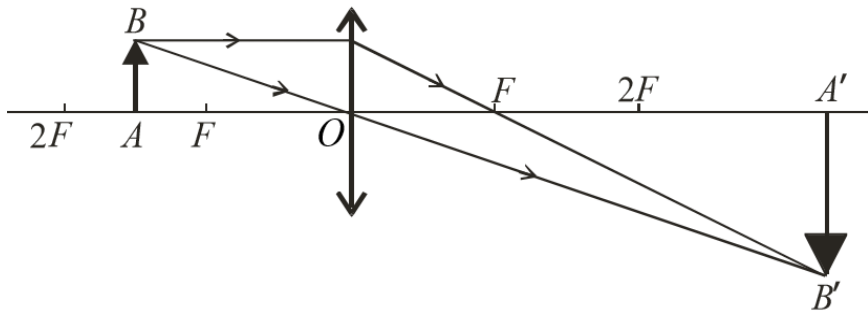


2. Предмет  $AB$  знаходиться на подвійному фокусі збірної лінзи:



Зображення  $A'B'$  є дійсним, перевернутим й таким самим за розміром, як предмет  $AB$ .

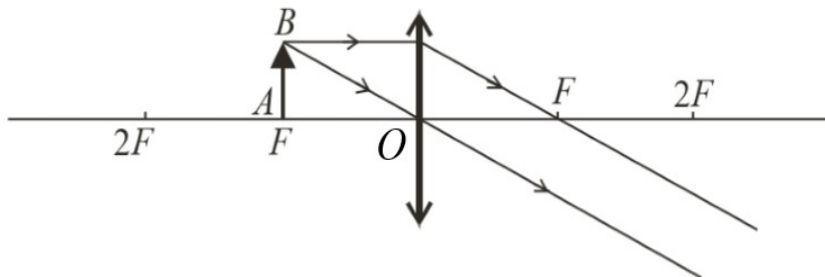
3. Предмет  $AB$  знаходиться між фокусом і подвійним фокусом збірної лінзи:



Зображення  $A'B'$  є дійсним, перевернутим й збільшеним. Збільшення (зменшення) зображення предмету визначається відношенням лінійного розміру зображення до лінійного розміру предмета:

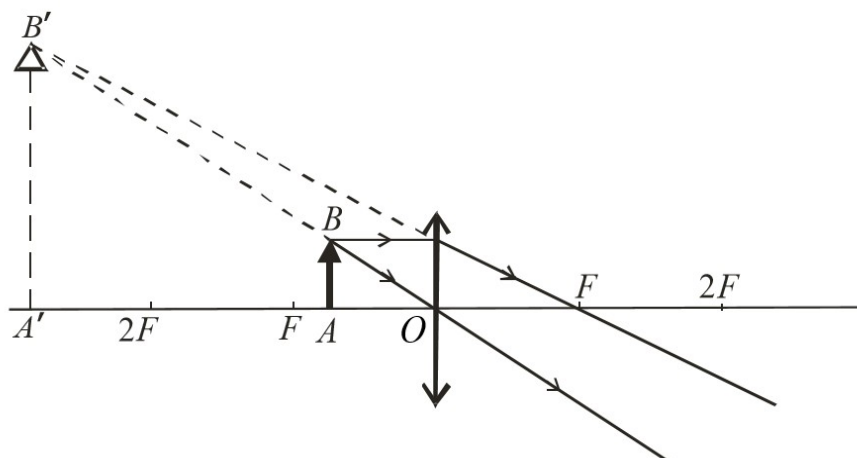
$$k = \frac{A'B'}{AB}.$$

4. Предмет  $AB$  знаходиться у фокусі збірної лінзи:

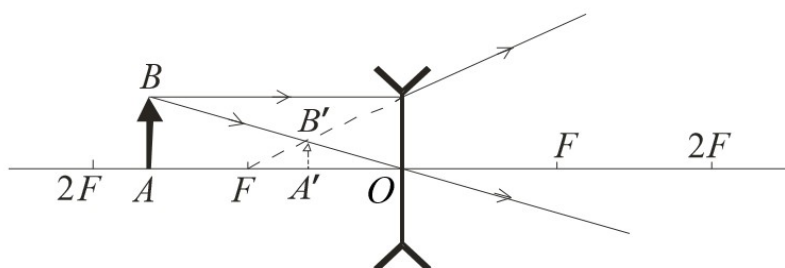


Зображення відсутнє, оскільки після лінзи промені є паралельними.

5. Предмет  $AB$  знаходиться між фокусом збірної лінзи та самою лінзою: Зображення  $A'B'$  є уявним, прямим й збільшеним.



6. Предмет  $AB$  знаходиться між фокусом та подвійним фокусом розсіюючої лінзи:



Для будь-якого положення предмета  $AB$  його зображення  $A'B'$  завжди буде уявним, прямим й зменшеним.

**Формулою тонкої лінзи** називають рівняння вигляду:

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f}.$$

Для кожного конкретного випадку побудови зображення предмета формулу тонкої лінзи треба записувати відповідно до **правила знаків**: відстань від оптичного центра лінзи за напрямком поширення променів є *додатною*; відстань від оптичного центра лінзи проти напрямку поширення променів є *від'ємною*. Для збірної лінзи фокусна відстань є додатною, для розсіюючої лінзи – від'ємною.

Для побудов 1, 2, 3 відстані  $a < 0$ ,  $b > 0$ , тому формула тонкої лінзи набуває вигляду:

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f}.$$

Для побудови 4 відстані  $b = \infty$ ,  $a < 0$ , тому формула тонкої лінзи набуває вигляду:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{f}.$$

Для побудови 5 відстані  $a < 0$ ,  $b < 0$ , тому формула тонкої лінзи набуває вигляду:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Для побудови 6  $a < 0$ ,  $b < 0$ ,  $f < 0$ , тому формула тонкої лінзи набуває вигляду:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}.$$

### Запитання для самоконтролю

1. Які закони лежать в основі геометричної оптики?
2. Сформулювати закон відбивання?
3. Сформулювати закон заломлення?
4. Що називають відносним показником заломлення?
5. Що називають абсолютним показником заломлення?
6. Яким є зв'язок між відносним та абсолютним показниками заломлення?
7. Що являє собою абсолютний показник заломлення з точки зору теорії електромагнітного поля?
8. Яке явище називають дисперсією?
9. Що називають нормальною дисперсією, аномальною дисперсією?
10. Яка причина дисперсії?
11. У яких умовах відбувається аномальна дисперсія?
12. Яке прозоре середовище називають більш оптично густим?
13. Що відбувається із світловим променем, коли він проходить з менш оптично густого середовища в більш оптично густе?
14. Що відбувається із світловим променем, коли він проходить з більш оптично густого середовища в менш оптично густе?
15. Пояснити явище повного внутрішнього відбивання.
16. Як знайти граничний кут повного внутрішнього відбивання ?
17. Що називають оптичною системою?
18. Які оптичні системи називають центрованими?
19. Що називають головною оптичною віссю оптичної системи?
20. Що являє собою лінза? Які існують типи лінз?
21. Яку лінзу називають тонкою?
22. Що називають фокусом лінзи?
23. Що таке фокусна відстань лінзи і за якою формулою її можна визначити?

24. Що називають оптичною силою лінзи? У яких одиницях вона вимірюється в системі СІ?
25. Як визначити оптичну силу оптичної системи, що являє собою комбінацію збірних і розсіюючих лінз?
26. Одержати побудовою зображення об'єкта, що знаходиться за подвійним фокусом тонкої збірної лінзи?
27. Одержати побудовою зображення об'єкта, що знаходиться на подвійному фокусі тонкої збірної лінзи?
28. Одержати побудовою зображення об'єкта, що знаходиться між фокусом і подвійним фокусом тонкої збірної лінзи?
29. Одержати побудовою зображення об'єкта, що знаходиться між фокусом і тонкою збірною лінзою?
30. Одержати побудовою зображення об'єкта, що знаходиться у фокусі тонкої розсіюючої лінзи?
31. Записати й пояснити формулу тонкої лінзи.
32. Що називають збільшенням лінзи?
33. Сформулювати правила знаків для відстаней від лінзи до предмета й до його зображення; для радіусів кривизни заломлювальних поверхонь.

## Лекція №3

## Геометрична оптика

3. Оптичні призми.
4. Око людини як центрована оптична система.  
Будова ока. Акомодація ока. Корекція дефектів зору. Адаптація ока. Спектральна чутливість ока. Роздільна здатність ока. Бінокулярний зір.

**3. Оптичні призми** є складовою частиною оптичних систем. Вони виготовляються з матеріалів, які є прозорими для електромагнітних хвиль оптичного діапазону, а їх зовнішній вигляд досить часто не відповідає математичному поняттю призми. Оптичні призми поділяють на три класи: *спектральні, відбиваючі й поляризаційні*. Поляризаційні призми вивчатимуться в розділі хвильової оптики, який стосується поляризованого світла.

**Спектральні призми** просторово розділяють електромагнітні хвилі за довжиною хвилі. Таке розділення білого світла на монохроматичні складові є результатом явища дисперсії. Для видимого діапазону такі призми виготовляють із скла, для ультрафіолетової області – із кварцу, для інфрачервоної області – із фтористого літію, хлористого магнію. Розглянемо деякі типи спектральних призм:

1) *тригранна призма* (рис. 9). Бокові грані цієї призми утворюють між собою кут  $\gamma$ , який називають *заломлювальним* кутом. Для призм цього класу він дорівнює  $60^\circ$ . Якщо на призму падає біле світло, то поза призмою спостерігається спектр. *Спектром* називають залежність інтенсивності світла від довжини або частоти хвилі. Кут відхилу променів  $\delta$  можна визначити за допомогою формули  $\delta = i_1 + r_2 - \gamma$ ;

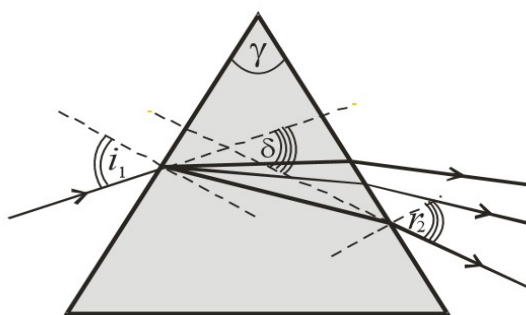


Рис. 9. Тригранна призма

2) *призма Аббе*. Для цієї призми розкладання білого світла на спектр супроводжується відхилом світлового пучка на кут  $90^\circ$  (рис. 10). Призма складається з двох прямокутних призм із заломлювальним кутом  $\gamma_1 = 30^\circ$  та прямокутної, відбиваючої призми із заломлювальним кутом  $\gamma_2 = 45^\circ$ . Показники заломлення призм є однаковими  $n_1 = n_2$ ;

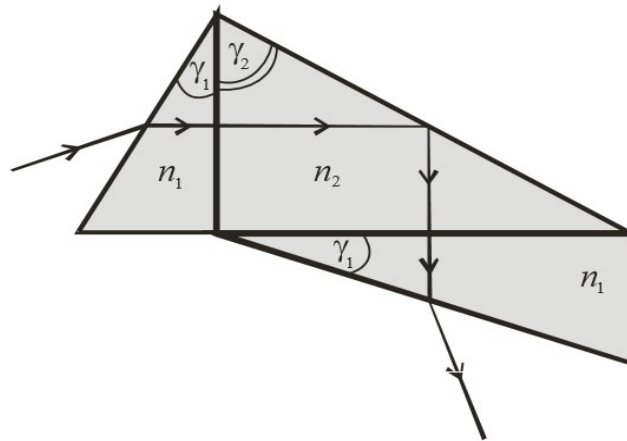


Рис. 10. Призма Аббе

3) *призма Амичі* є призмою прямого ходу (рис. 11). Вона складається із трьох або більшої кількості прямокутних призм. Бокові призми виготовляються із скла (крон) з меншим показником заломлення  $n_1$ , а центральна призма із скла (флінт) з більшим показником заломлення  $n_2$  ( $n_2 > n_1$ ).

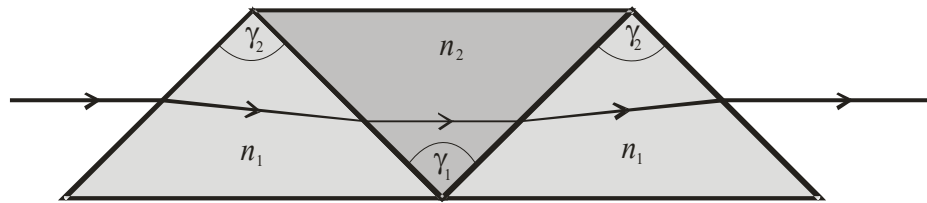


Рис. 11. Призма Амичі

Середній промінь спектра проходить призмою Амичі без відхилу, а інші промені, що мають більшу або меншу довжину хвилі, відхиляються від середнього променя по обидві сторони.

**Відбиваючі призми** використовують для зміни напрямку поширення світлового пучка, зменшення геометричних розмірів оптичних приладів, перевертання зображення предметів. На відміну від спектральних призм відбиваючі призми просторово не розділяють світлові промені в залежності від довжини хвилі. Відбивання світлових променів від граней призми є повним внутрішнім відбиванням, тобто грані призми перетворюються на ніби дзеркальні. Існує залежність між кількістю відбиваючих граней й перевертанням зображення предмету: якщо відбивання світлових променів відбувається в одній площині, то призма з парною кількістю відбиваючих граней дає пряме зображення предмету; призма з непарною кількістю відбиваючих граней дає перевернуте зображення предмету. Для різних ділянок оптичного діапазону відбиваючі призми виготовляють з тих самих матеріалів, що й спектральні призми.

Розглянемо деякі типи відбиваючих призм:

1) *тригранна прямокутна рівнобедрена призма* може відбивати світлові промені як від гіпотенузи, так й від катетів (рис. 12). У першому випадку вона

змінює напрям ходу променів на кут  $90^\circ$  й перевертає зображення предмету (одна відбиваюча грань). У другому випадку вона змінює напрям ходу променів на кут  $180^\circ$ , але зображення залишається прямим (дві відбиваючі грані);

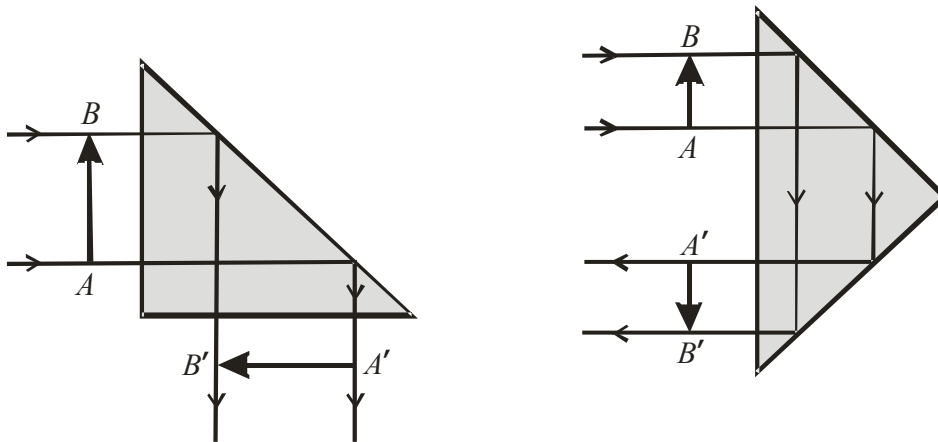


Рис. 12. Тригранна прямокутна рівнобедрена призма

2) *призма Дове* є призмою прямого зору (рис. 13). Вона зберігає напрям ходу світлових променів й перевертає зображення предмету (одна відбиваюча грань).

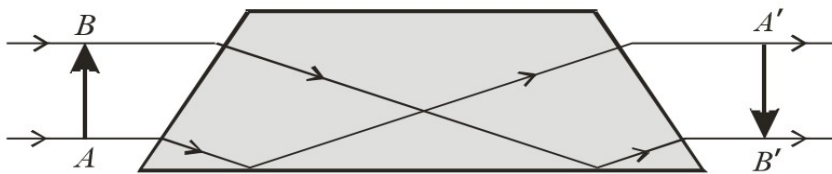


Рис. 13. Призма Дове

3) *призма ромб* (рис. 14) зберігає напрям ходу світлових променів й дає пряме зображення предмету (дві відбиваючих грані);

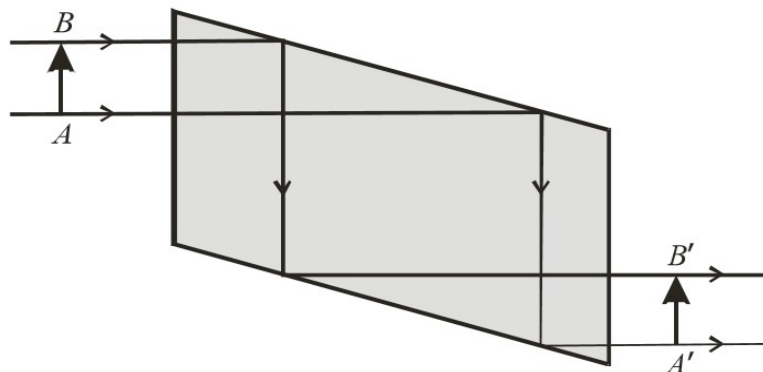


Рис. 14. Призма ромб

4) *пентапризма* (рис. 15) змінює напрям ходу променів на кут  $90^\circ$  й дає пряме зображення предмету (дві відбиваючих грані).

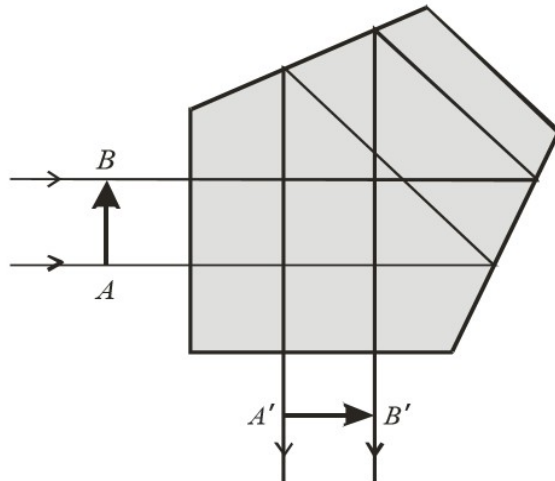


Рис. 15. Пентапризма

**4. Око людини** являє собою складну оптичну систему. Розглянемо його будову (рис. 16). Очне яблуко наближено має сферичну форму діаметром близько 25 мм. Ззовні воно покрите твердою непрозорою оболонкою, яка називається *склерою* (1). У передній частині склери переходить у прозору дещо більш опуклу оболонку, яка називається *рогівкою* (2). Відділена від склери рогівка має форму чашки діаметром близько 12 мм і радіусом кривизни сферичної поверхні 7-8 мм. За рогівкою знаходиться забарвлена оболонка з отвором, яка називається *райдужною оболонкою* (3). Отвір у райдужній оболонці називається *зіницею* ока. Залежно від інтенсивності світла діаметр зіниці може змінюватися від 2 до 8 мм.

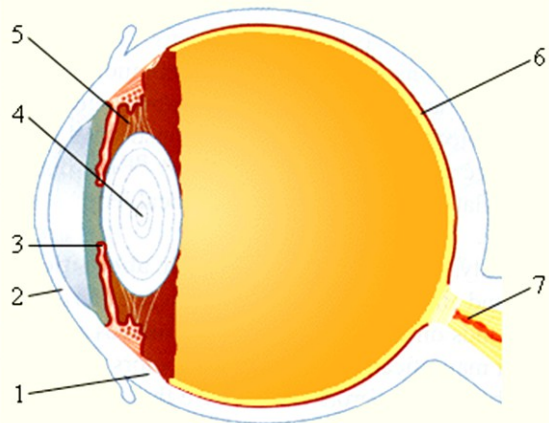


Рис. 16. Будова ока

Райдужна оболонка – це діафрагма ока. Простір між райдужною оболонкою і рогівкою називається *передньою камерою*, яка заповнена прозорою рідиною. За зіницею знаходиться *кришталік* (4), який за формою близький до двоопуклої лінзи діаметром 8-10 мм. Він складається з шарів різної оптичної густини: для зовнішнього шару  $n = 1,4$ , для внутрішнього  $n = 1,44$ . Кришталік знаходиться всередині капсули, яка по краях переходить у волокна *ціліарної в'язки* (5). Ці волокна завжди є натягнутими. При цьому кришталік є максимально витягнутим (радіус кривизни передньої заломлювальної поверхні дорівнює 10 мм, задньої – 6 мм). Механічний натяг волокон ціліарної в'язки регулюється особливими *м'язами*, які також називають *ціліарними*. Під час скорочення ціліарних м'язів натяг волокон ціліарної в'язки зменшується й кришталік за рахунок еластичності приймає більш опуклу форму. Отже, кришталік являє собою збірну лінзу, оптична сила якої змінюється за рахунок рефлекторної роботи ціліарних м'язів. За кришталіком очне яблуко заповнене драглистим скловидним тілом.



Через задню стінку очного яблука входить *зоровий нерв* (7), який розгалужується на дні ока, утворюючи світлочутливий шар, що називають *сітківкою* (6). Світлочутливими елементами сітківки є *колбочки* і *палички*, які перетворюють енергію світла на енергію електричних імпульсів, що по зоровому нерву надходять у мозок. Палички мають форму циліндра, а колбочки схожі на лабораторні колби (рис. 17).

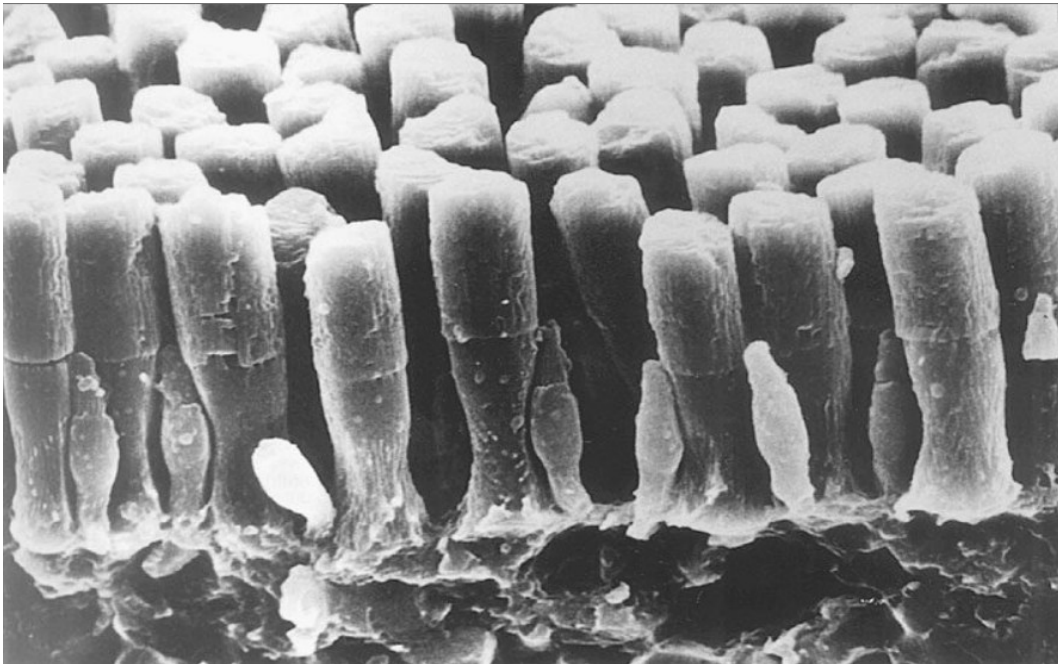


Рис. 17. Світлочутливий шар сітківки (палички і колбочки)

Оптичні елементи ока (рогівка, передня камера, зіниця, кришталік і скловидне тіло) утворюють центровану оптичну систему, оптичний центр якої знаходиться на відстані 5 мм від рогівки. Світлові промені заломлюються на межі повітря – рогівка, проходять крізь кришталік й створюють зображення предметів на сітківці для будь-яких відстаней від цих предметів до ока.

Якщо ціліарні м'язи не напружені, то радіус кривизни передньої заломлювальної поверхні кришталіка дорівнює 10 мм, задньої – 5 мм, а оптична сила ока є мінімальною й приблизно дорівнює 59 дптр. У цьому стані око здатне чітко бачити предмети на дуже великій відстані (на нескінченності).

Під час спостереження предметів на близькій відстані від ока ціліарні м'язи напружуються, кривизна заломлювальних поверхонь кришталіка зменшується і оптична сила ока збільшується. Для максимального напруження ціліарних м'язів радіуси кривизни обох заломлювальних поверхонь дорівнюють 5,5 мм, а оптична сила ока – 74 дптр. Отже, основною особливістю ока як оптичного приладу є його здатність змінювати оптичну силу в залежності від положення предметів. Властивість ока пристосовуватися до чіткого бачення предметів, які розташовані на різних відстанях від ока, називається **акомодацією** ока.

Область акомодації ока можна визначити положенням двох точок, які називаються далекою й близькою точками акомодації. *Далека точка акомодації*

визначається положенням предмету, чітке зображення якого одержується на сітківці для ненапруженого стану ціліарних м'язів ока. Для нормального зору далека точка акомодатції знаходиться на нескінченності. *Близька точка акомодатції* визначається відстанню від предмету до ока, коли його чітке зображення одержується під час максимального напруження ціліарних м'язів ока. Для нормального ока близька точка акомодатції знаходиться на відстані 10-20 см від ока. З віком ця відстань збільшується. Для нормального зору існує ще *відстань найкращого зору*, яка дорівнює 25 см. Це найменша відстань між оком і предметом, коли деталі предмету можна чітко бачити без напруження. На сітківці оптична система ока завжди утворює дійсне і перевернуте зображення предметів.

До головних дефектів зору відносять: а) *міопію* або *короткозорість*, яка проявляється в розпливчатому зображенні віддалених від ока предметів. Вона пов'язана з тим, що промені від нескінченно віддалених предметів фокусуються не на сітківці, а перед нею (рис. 18, а); б) *гіперметропію* або *далекозорість*, яка проявляється в розпливчатому зображенні близько розташованих від ока предметів. Вона пов'язана з тим, що промені фокусуються поза сітківкою (рис. 18, б). Для короткозорого ока відстань найкращого зору зменшується, для далекозорого ока – збільшується.

Для виправлення дефектів зору використовуються *окуляри*. Далекозорість коректується окулярами, що використовують збірні лінзи; короткозорість коректується окулярами, що використовують розсіюючі лінзи.

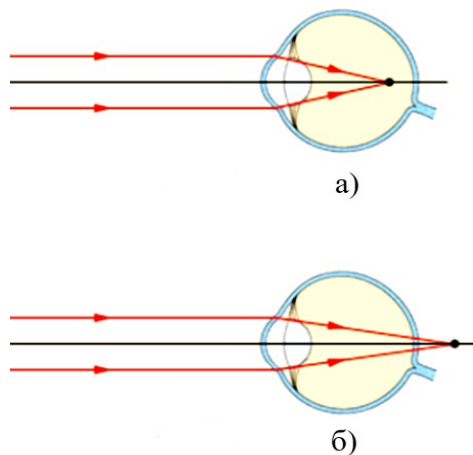


Рис. 18. Дефекти зору (а – короткозорість, б – далекозорість)

Розглянемо **корекцію** короткозорого ока. Для спостереження віддалених предметів оптична сила лінз повинна бути такою, щоб паралельні світлові промені фокусувалися на сітківці ока. Око повинно бачити через окуляри уявне й пряме зображення віддаленого предмету, яке знаходиться в далекій точці акомодатції даного ока. Нехай далека точка акомодатції короткозорого ока знаходиться на відстані 80 см. Застосовуючи формулу тонкої лінзи, одержимо оптичну силу коректувальної розсіюючої лінзи:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = D.$$

Якщо  $a = \infty$ ,  $b = 0,8 \text{ м}$ , то  $D = -\frac{1}{0,8} = -1,25 (\text{дптр})$ .

Окуляри для „близького зору” (наприклад, для читання) повинні створювати уявне зображення предмету, який знаходиться на відстані  $a_{\text{норм}} = 25 \text{ см}$  (відстань найкращого зору нормального ока), на відстані найкращого зору даного ока. Нехай, наприклад, короткозоре око має відстань найкращого зору  $16 \text{ см}$ . За допомогою формули тонкої лінзи одержимо оптичну силу коректувальної розсіюючої лінзи:

$$D = \frac{1}{0,25} - \frac{1}{0,16} = -2,25 (\text{дптр}), \text{ де } a = a_{\text{норм}} = 0,25 \text{ м}, b = 0,16 \text{ м}.$$

Отже, внаслідок звужування області акомодациї короткозорого ока окуляри для „близького зору” повинні мати більшу за абсолютним значенням оптичну силу в порівнянні з окулярами, за допомогою яких спостерігаються віддалені предмети.

Розглянемо корекцію далекозорого ока за допомогою збірної лінзи (рис. 19, а). Предмет  $A$  розташований на відстані  $a_{\text{норм}} = 25 \text{ см}$  найкращого зору нормального ока, а його уявне зображення  $A'$  розташовується на відстані  $b$ , що відповідає відстані найкращого зору даного ока. Тобто, для чіткого бачення предмету людина з далекозорістю вимушена тримати предмет на відстані  $b$ , але збірна лінза дозволяє чітко бачити предмет на відстані  $a_0$  і  $a_{\text{норм}} = 25 \text{ см}$ .

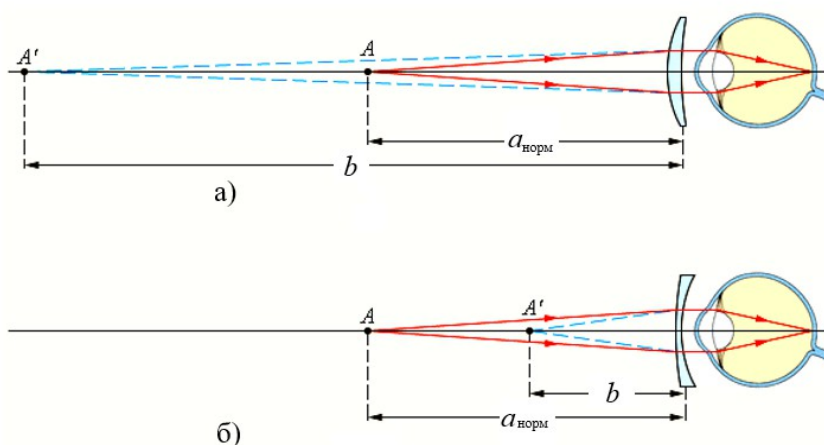


Рис. 19. Корекція зору далекозорого ока (а), короткозорого ока (б)

Розглянемо корекцію короткозорого ока за допомогою розсіюючої лінзи (рис. 19, б). Предмет  $A$  розташований на відстані  $a_{\text{норм}} = 25 \text{ см}$  найкращого зору нормального ока, а його уявне зображення  $A'$  розташовується на відстані  $b$ , що відповідає відстані найкращого зору даного ока. Тобто, для чіткого бачення предмету людина з короткозорістю вимушена тримати предмет на відстані  $b$ , але розсіююча лінза дозволяє чітко бачити предмет на відстані  $a_{\text{норм}} = 25 \text{ см}$ .

Важливою умовою нормальної роботи ока є достатня освітленість предметів. Оскільки освітленість змінюється в досить широких межах, то око повинно пристосовуватися до цих змін. Властивість ока реагувати на зміну світлового потоку називається **адаптацією ока**. Адаптація ока відбувається як за рахунок зміни діаметра зіниці, так і за рахунок біохімічних процесів, що відбуваються в сітківці, а саме в колбочках і паличках. Перші забезпечують сприйняття зорових відчужень під час яскравого освітлення й кольоровий зір, другі виявляються більш чутливими до освітленості у присмерках та в ночі. На сітківці ока людини знаходиться біля 120 мільйонів паличок й біля 7 мільйонів колбочок. Колбочки і палички розподілені по сітківці нерівномірно: в центрі сітківки знаходяться колбочки, на периферії сітківки – тільки палички.

Якщо після яскравого світла оку доводиться розглядати предмети в умовах малої освітленості, то в системі ока відбувається процес *темної адаптації*. Це означає, що за частки секунди збільшується діаметр зіниці й замість колбочок в дію вступають палички. В останніх відбуваються біохімічні реакції, що приводить до збільшення їх світлочутливості. Процес темної адаптації продовжується протягом години, але практично час, необхідний для нормального бачення в умовах малої освітленості, складає 5-10 хвилин. Обернений перехід називають *світловою адаптацією*, який практично триває 1 – 2 хвилини.

Око людини є селективним приймачем світлового випромінювання тільки видимого діапазону. Це означає, що максимум спектральної чутливості ока для денного бачення припадає на довжину хвилі  $\lambda = 5,55 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ , що відповідає зеленому кольору (рис. 20).

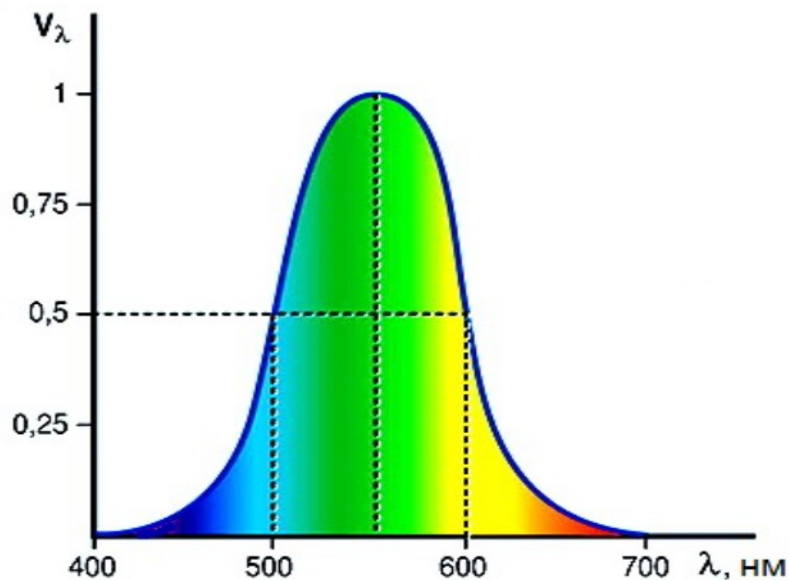


Рис. 20. Спектральна чутливість ока

**Спектральна чутливість** ока визначається відношенням світлового потоку монохроматичного випромінювання, що викликає максимальне світлове подразнення ока, до повного світлового потоку, який проходить

зіницею ока. Для довших і коротших світлових хвиль спектральна чутливість ока  $V_\lambda$  різко знижується і досягає нуля для інфрачервоного і ультрафіолетового випромінювань.

Однією з важливих характеристик ока є **гострота зору**, або **роздільна здатність**, під якою розуміють ту найменшу відстань між двома точками предмету, які воно здатне розрізнити окремо. Роздільна здатність вимірюється кутовою відстанню між цими точками й залежить від умов спостереження предметів. Для роботи з оптичними приладами загального користування достатньо, щоб роздільна здатність дорівнювала 120", для роботи з високоточними оптичними приладами – 30", під час спостереження зображення на екрані  $\sim 2'$ .

Зір обома очима називається **біноккулярним**. Він має ряд своєрідностей порівняно із зором одним оком. Особливо помітно це виявляється при об'ємному сприйманні предметів, коли обидва ока бачать один предмет із різних боків. Об'ємне бачення називається *стереоскопічним*. Воно дає можливість оцінювати ступінь віддаленості предмету від спостерігача.

### Запитання для самоконтролю

1. Що являють собою оптичні призми?
2. На які класи поділяють оптичні призми?
3. Яку роль виконують спектральні призми?
4. Які існують типи спектральних призм?
5. Яку роль виконують відбиваючі призми?
6. В яких випадках відбиваюча призма дає пряме зображення предмету, а в яких – перевернуте?
7. Які існують типи відбиваючих призм? Які вони мають особливості?
8. Якою є будова ока людини?
9. Що включає оптична система ока?
10. В якому місці ока і яке саме одержується зображення предмету?
11. Яким є механізм зміни оптичної сили ока?
12. Що називають акомодацією ока?
13. Чим визначається область акомодації ока?
14. Що називають відстанню найкращого зору ока?
15. Як проявляються дефекти зору?
16. Як виправляються дефекти зору?
17. Що називають адаптацією ока?
18. Яку роль виконують колбочки і палички?
19. Що таке темнова і світлова адаптації?
20. Що являє собою спектральна чутливість ока?
21. Які особливості має спектральна чутливість ока?
22. Що називають роздільною здатністю ока?
23. Якими є особливості біноккулярного зору?

## Лекція №4

## Хвильова оптика

1. Природне та поляризоване світло. Поляризатори і аналізатори. Закон Малюса.
2. Ступінь поляризації. Поляризація світла під час відбивання та заломлення на межі поділу двох діелектриків. Закон Брюстера.

1. Електромагнітні хвилі є прикладом поперечних хвиль. Це означає, що напрям коливань вектора напруженості електричного поля  $\vec{E}_0$  напрям коливань вектора індукції магнітного поля  $\vec{B}_0$  й напрям поширення електромагнітної хвилі  $OZ$  є взаємно перпендикулярними (рис. 1). Саме такі хвилі випромінюють елементарні випромінювачі світла – збуджені атоми і молекули речовини.

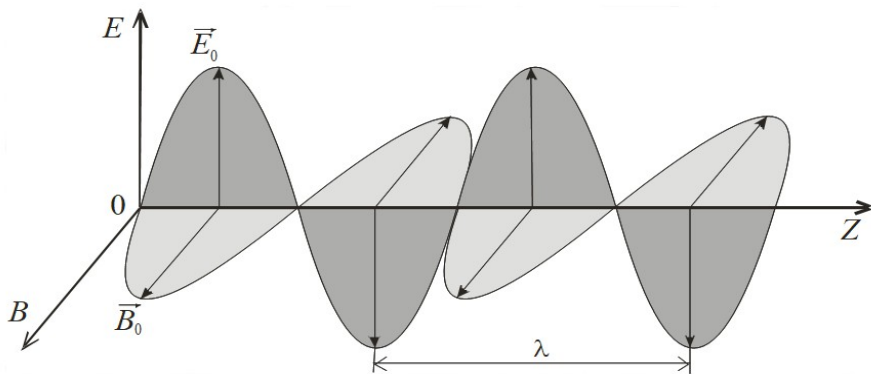


Рис. 1. Плоско поляризована світлова хвиля

Макроскопічні джерела світла складаються з великої кількості елементарних випромінювачів, які випромінюють хвилі незалежно один від одного. При цьому орієнтація в просторі векторів  $\vec{B}_0$  і  $\vec{E}_0$  хвилі, яка є результатом накладання хвиль елементарних випромінювачів, є *рівномірною* в будь-який момент часу. Таке світло називається **природним**. Крім природного світла існує ще **поляризоване** світло, коли напрямки коливань векторів  $\vec{B}_0$  і  $\vec{E}_0$  або зафіксовані в просторі або змінюються за певним законом. Поляризоване світло одержують наступними *способами*: під час відбивання та заломлення природного світла на межі поділу двох діелектриків; під час проходження світла анізотропною прозорою речовиною; під час розсіювання світла. Оскільки в процесах взаємодії світла з речовиною основну роль відіграє вектор напруженості електричного поля  $\vec{E}_0$ , тому далі буде вестись мова саме про цей вектор. Площина, яка проходить через напрям поширення хвилі й напрям коливань вектора  $\vec{E}_0$ , називається **площиною поляризації** хвилі.

Розрізняють три види поляризованого світла: плоско поляризоване, еліптично поляризоване і частково поляризоване. Світло, в якого напрям коливань вектора  $\vec{E}_0$  в будь-якій площині з часом не змінюється, називається



плоско поляризованим (рис. 1). Еліптично поляризованим називається таке світло, коли кінець вектора  $\vec{E}$  описує еліпс, якщо дивитися назустріч поширенню світлової хвилі (рис. 2). При цьому кількість обертів вектора  $\vec{E}_0$  навколо напрямку поширення хвилі за одиницю часу дорівнює частоті цієї хвилі. Частинним випадком еліптично поляризованого світла є *світло, поляризоване по колу*, коли кінець вектора  $\vec{E}_0$  описує коло. Еліптично поляризоване світло є результатом накладання двох взаємно перпендикулярних плоско поляризованих хвиль з різною амплітудою; світло, поляризоване по колу, є результатом накладання двох взаємно перпендикулярних плоско поляризованих хвиль з однаковою амплітудою. Світло, в якому можливі будь-які напрямки коливань вектора  $\vec{E}_0$ , але один з них є переважаючим, називається *частково поляризованим*. Частково поляризоване світло можна розглядати як суміш природного і плоско поляризованого світла, що поширюється в одному напрямку.

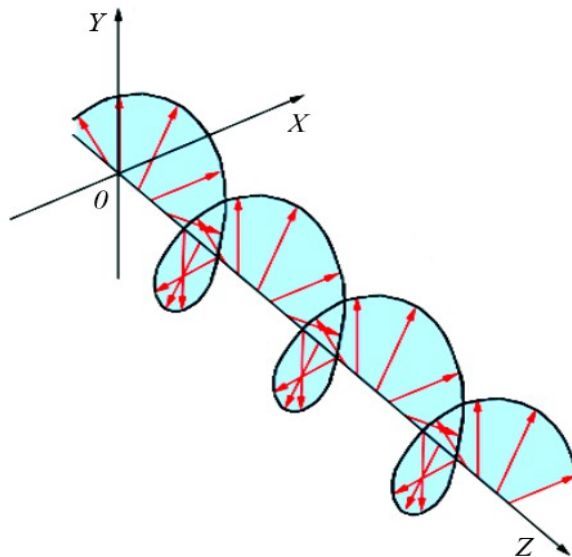


Рис. 2. Еліптично поляризоване світло

Пристрої, які використовують для одержання поляризованого світла, називаються **поляризаторами**. Ті самі поляризатори, які використовують для аналізу поляризованого світла, називаються **аналізаторами**. Відповідно до різних способів одержання поляризованого світла існують різні за принципом дії поляризатори (аналізатори).

Розглянемо загальний принцип дії поляризатора. Поляризатор повністю пропускає світло з напрямком коливань вектора  $\vec{E}_{01}$ , який збігається з деякою площиною – *площиною поляризатора* й зовсім не пропускає світла з напрямком коливань вектора  $\vec{E}_{02}$ , який перпендикулярний до цієї площини. Умовно таку площину можна уявити ніби щілину, що знаходиться посередині непрозорого екрану.

Нехай плоско поляризоване світло з амплітудою  $\vec{E}_0$  проходить крізь аналізатор (рис. 3). Якщо кут між площиною поляризації хвилі й площиною аналізатора дорівнює  $\varphi$ , то світло з амплітудою  $E_{01} = E_0 \cos \varphi$  пропускається аналізатором, а світло з амплітудою  $E_{01} = E_0 \sin \varphi$  аналізатором не проходить.

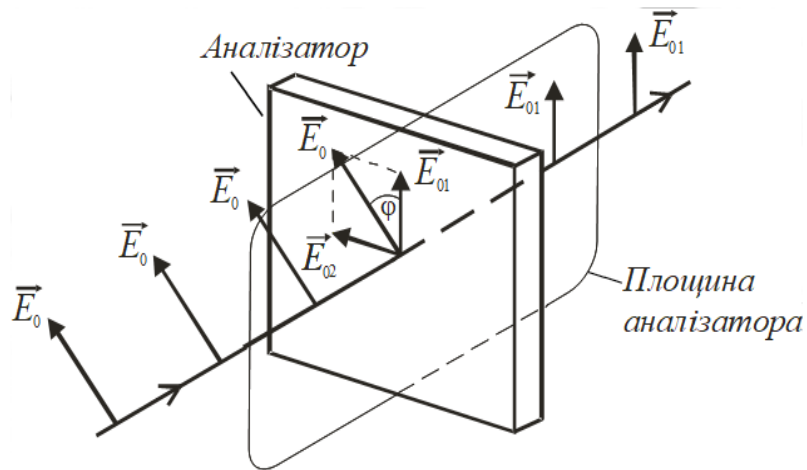


Рис. 3. Проходження плоско поляризованої хвилі крізь аналізатор

Оскільки інтенсивність світла пропорційна квадрату напруженості електричного поля світлової хвилі  $I \sim E_0^2$ , то інтенсивність світла, що виходить з аналізатора, визначається співвідношенням:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi, \quad (1.1)$$

де  $I_0$  – інтенсивність світла, що падає на аналізатор. Рівняння (1.1) називається **законом Малюса**, який був відкритий французьким фізиком Малюсом у 1809 р.

Нехай природне світло проходить системою “поляризатор-аналізатор”. Застосуємо закон Малюса окремо до поляризатора й до аналізатора (рис. 4).

Якщо на поляризатор падає природне світло, то значення кута  $\varphi$  є рівноймовірними, тому в законі Малюса слід використати усереднене значення  $\overline{\cos^2 \varphi} = \frac{1}{2}$ . Після поляризатора природне світло перетворюється на плоско поляризоване. Якщо інтенсивність цього світла позначити через  $I_0$ , то закон Малюса для поляризатора матиме вигляд:

$$I_0 = \frac{1}{2} I_n \quad (1.2)$$

де  $I_n$  – інтенсивність природного світла. Отже, поляризатор зменшує інтенсивність природного світла вдвічі. Під час обертання поляризатора навколо осі, що збігається з напрямком поширення світла, інтенсивність плоско поляризованої хвилі не змінюватиметься, змінюється лише орієнтація її площини поляризації в просторі.

Згідно закону Малюса інтенсивність світла, що проходить аналізатором, визначається формулою (1.1). Враховуючи формулу (1.2), закон Малюса для системи “поляризатор - аналізатор” набуває вигляду:



$$I = \frac{1}{2} I_n \cos^2 \varphi, \quad (1.3)$$

де  $\varphi$  – кут між площинами поляризатора та аналізатора.

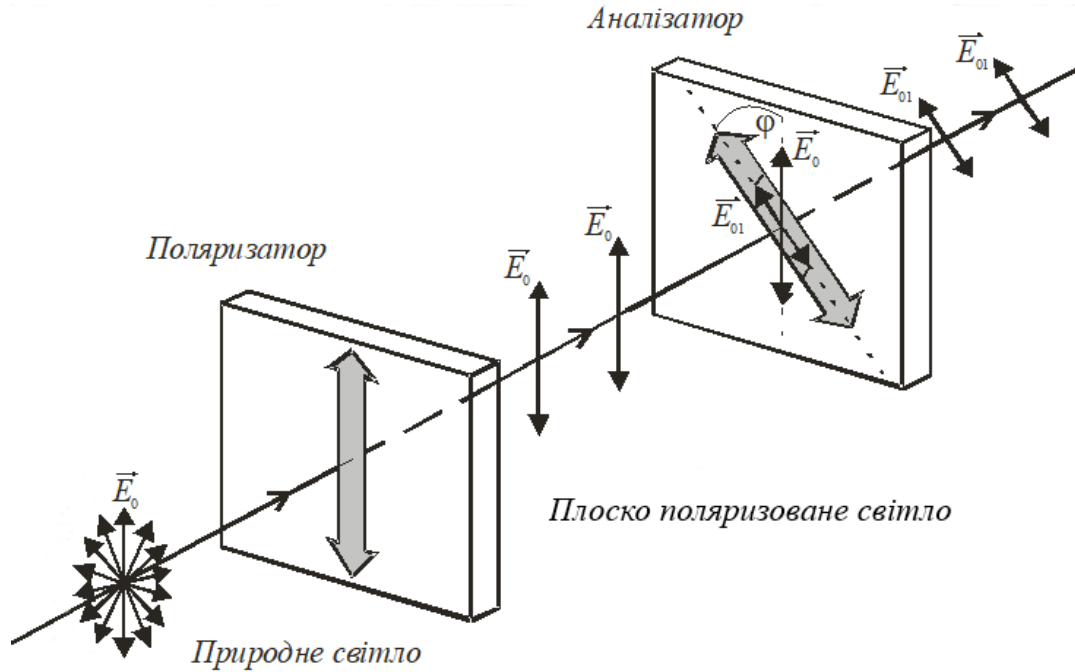


Рис. 4. Проходження природним світлом системи “поляризатор-аналізатор”

Для паралельних площин поляризатора і аналізатора ( $\varphi = 0^\circ$ ) система “поляризатор-аналізатор” пропускає плоско поляризоване світло максимальної інтенсивності  $I_{max} = \frac{1}{2} I_n$ , тому що  $\cos^2 \varphi = 1$ . Для взаємно перпендикулярних площин поляризатора і аналізатора ( $\varphi = 90^\circ$ ) природне світло через систему “поляризатор-аналізатор” не проходить  $I_{min} = 0$ , тому що  $\cos^2 \varphi = 0$ .

**2. Кількісною характеристикою поляризації світла є ступінь поляризації.** Для його визначення в площині, яка перпендикулярна до площини коливань вектора  $\vec{E}_0$  треба провести прямокутну систему координат  $OXY$  й спроектувати амплітудні значення векторів  $\vec{E}_0$  з однієї чверті на осі  $OX$  і  $OY$ , а потім знайти суми проекцій  $\sum_{i=1}^N F_{0Xi}$  та  $\sum_{i=1}^N F_{0Yi}$ . Оскільки інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди, то  $I_X = \left(\sum_{i=1}^N F_{0Xi}\right)^2$ ,  $I_Y = \left(\sum_{i=1}^N F_{0Yi}\right)^2$ . Ступінь поляризації визначається виразом:

$$P = \frac{|I_X - I_Y|}{I_X + I_Y}.$$

Для плоско поляризованого світла  $I_X = 0$ , тому ступінь поляризації  $P = 1$  (рис. 5, а). Для природного світла  $I_X = I_Y$ , оскільки суми проекцій векторів  $\vec{E}_0$  на

обидві осі є однаковими (рис. 5, б), тому ступінь поляризації  $P = 0$ . Для частково поляризованого світла ступінь поляризації змінюється в межах  $0 < P < 1$  (рис. 5, в).

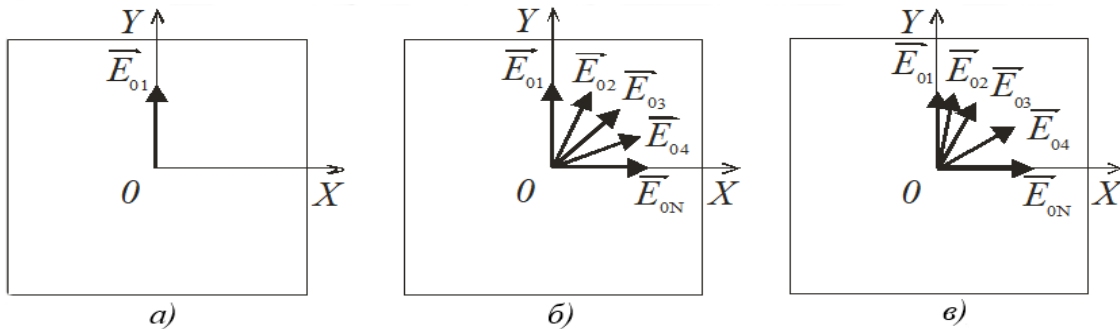


Рис. 5. Розташування векторів  $\vec{E}_0$  у першій чверті системи координат  $OXY$ :  
а) плоско поляризоване світло; б) природне світло; в) частково поляризоване світло

Природна світлова хвиля, що падає на межу поділу двох діелектриків (наприклад, “повітря-скло”) з показниками заломлення  $n_1$  і  $n_2$ , поділяється на відбиту та заломлену хвилі. Експерименти показують, що обидві хвилі є частково поляризовані, причому для відбитої хвилі переважаючим є напрям коливань вектора  $\vec{E}_0$ , який перпендикулярний до площини падіння, а для заломленої хвилі переважаючим є напрям коливань вектора  $\vec{E}_0$  який лежить в площині падіння (рис. 6, а). *Площиною падіння* називається така площина, в якій лежить падаючий промінь, відбитий промінь, заломлений промінь та перпендикуляр, поставлений в точку падіння.

При певному куті падіння, визначеному тільки для даної пари діелектриків, відбита хвиля виявляється плоско поляризованою, площина поляризації якої перпендикулярна до площини падіння (рис. 6, б). Такий кут називається *кутом Брюстера* або *кутом повної поляризації*.

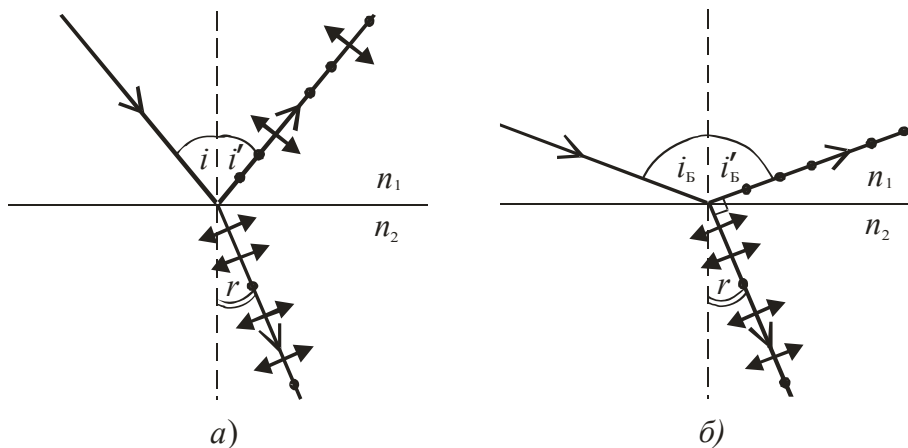


Рис. 6. Відбивання та заломлення природної світлової хвилі на межі поділу двох діелектриків: а)  $0 < i < 90^\circ$ ; б)  $i = i_B$

Цей експериментальний факт можна пояснити, виходячи із взаємодії електромагнітної хвилі з речовиною. Нехай світлова хвиля поширюється повітрям і падає під кутом Брюстера на поверхню скляної пластинки. Електричне поле хвилі змушує електрони скла коливатися в напрямку, який є перпендикулярним до напрямку поширення заломленої хвилі. Ці коливання збуджують на поверхні скла відбиту хвилю. Відомо, що електрони, які коливаються, не випромінюють хвилі в напрямку своїх коливань. Це означає, що у відбитій хвилі коливання вектора  $\vec{E}_0$  можуть відбуватися тільки в площині, яка є перпендикулярною до площини падіння. Тому відбита хвиля буде плоско поляризованою, але її інтенсивність є невеликою. Наприклад, для скла ( $n_2 = 1,5$ ) вона складає лише 15% від інтенсивності падаючої хвилі. Решта світлової енергії переноситься в напрямку заломленої хвилі, яка залишається частково поляризованою. Для збільшення ступеня поляризації заломленої хвилі її треба пропустити крізь стопу щільно притулених одна до одної скляних пластинок (стопа Столетова). Якщо світлова хвиля падає під кутом Брюстера на стопу Столетова з десяти скляних пластинок, то завдяки багаторазовому заломленню частково поляризована хвиля майже стовідсотково перетворюється на плоско поляризовану.

У 1815 р. англійський фізик Брюстер експериментально встановив зв'язок між кутом повної поляризації та відносним показником заломлення:

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1.4)$$

Ця формула виражає **закон Брюстера**.

Якщо світлова падає на межу поділу двох діелектриків під кутом Брюстера, то відбита та заломлена хвилі поширюються у взаємно перпендикулярних напрямках. Згідно закону Брюстера

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = \frac{n_2}{n_1}.$$

З іншого боку, за законом заломлення

$$\frac{\sin i_B}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Порівнюючи ліві частини цих рівностей, маємо:

$$\frac{\sin i_B}{\cos i_B} = \frac{\sin i_B}{\sin r}.$$

Звідки  $\cos i_B = \sin r = \cos(90^\circ - r)$ .

Тоді  $i_B = 90^\circ - r$  або  $i_B + r = 90^\circ$ .

Це означає, що згідно рисунка (6, б) відбита та заломлена хвилі поширюються у взаємно перпендикулярних напрямках.

### Запитання для самоконтролю

1. Яке світло називають природним?
2. Яке світло називають поляризованим?
3. Що називають площиною поляризації хвилі?
4. Які існують види поляризованого світла й чим вони відрізняються один від одного?
5. Якими є способи одержання поляризованого світла?
6. Яким є загальний принцип дії поляризатора (аналізатора)?
7. Пояснити закон Малюса?
8. Який вигляд має закон Малюса для системи “поляризатор-аналізатор”?
9. За якої умови система “поляризатор-аналізатор” пропускає світло максимальної інтенсивності?
10. За якої умови система “поляризатор-аналізатор” не пропускає світла?
11. Що називають ступенем поляризації світла й яку роль він виконує?
12. Що відбувається з потоком природного світла під час відбивання його від межі поділу двох діелектриків?
13. Що означає кут Брюстера або кут повної поляризації?
14. Що являє собою стопа Столетова? Її призначення?
15. Пояснити закон Брюстера?
16. Пояснити, чому під час падіння природного світла на межу поділу двох діелектриків під кутом Брюстера кут між відбитим й заломленим променями дорівнює  $90^\circ$ .

## Лекція №5

**Хвильова оптика**

3. Поляризація світла під час проходження анізотропним середовищем. Подвійне променезаломлення. Плеохроїзм, дихроїзм. Штучне подвійне променезаломлення: дослід Брюстера, ефект Керра, ефект Коттона-Мутона.
4. Поляризаційні прилади.

**3. Анізотропія** – це відмінність фізичних властивостей речовини у різних напрямках. Фізичними називаються властивості, які речовина проявляє поза хімічною взаємодією. Це механічні, теплові, електричні, магнітні, оптичні властивості речовини. До анізотропних відносяться речовини, які мають кристалічну будову. Речовини, фізичні властивості, яких є однаковими для будь-яких напрямів, називаються *ізотропними*. До ізотропних речовин відносяться гази, рідини, аморфні тверді тіла.

Отже, фізична природа анізотропії зв'язана з упорядкуванням молекул, атомів або йонів у вузлах кристалічної решітки. В оптиці анізотропія зв'язана із залежністю оптичних властивостей середовища від напрямку поширення в ньому світлової хвилі. Вона проявляється в подвійному променезаломленні (рис. 7), плеохроїзмі, дихроїзмі.

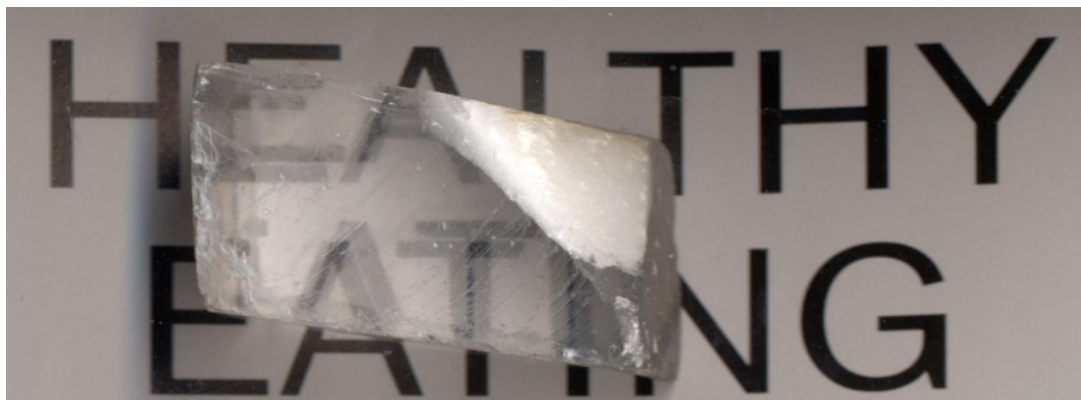


Рис. 7. Подвоєння літер відбувається внаслідок подвійного променезаломлення всередині кристала

Подвійне променезаломлення означає, що всередині анізотропної речовини світлова хвиля поділяється на дві хвилі. Вперше це явище спостерігав у 1669 р. Бартоліні під час проходження природного світла крізь кристал ісландського шпату ( $CaCO_3$ ). Він встановив, що хвилі, які виходять з кристала, паралельні між собою й до падаючої хвилі. Поділ хвилі на дві хвилі відбувається навіть при нормальній падінні світла на поверхню кристала. Одна з хвиль є продовженням падаючої хвилі, а друга хвиля відхиляється на деякий кут (рис. 8).

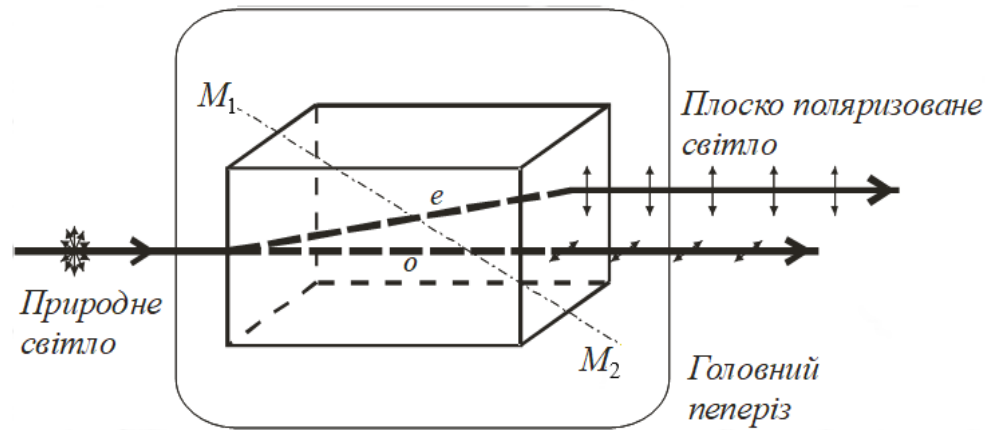


Рис. 8. Модель подвійного променезаломлення в одновісному кристалі

Перша хвиля підпорядковується закону заломлення, її показник заломлення не залежить від кута падіння, тобто швидкість поширення цієї хвилі всередині кристала не залежить від напрямку поширення. Така хвиля називається “звичайною” і на рисунках вона позначається літерою  $o$ . Друга хвиля не підпорядковується закону заломлення, її показник заломлення залежить від кута падіння, тобто швидкість поширення цієї хвилі всередині кристала залежить від напрямку поширення. Така хвиля називається “незвичайною” і на рисунках вона позначається літерою  $e$ .

Встановлено, що коли на кристал ісландського шпату падає природне світло, то звичайна та незвичайна хвилі мають однакову інтенсивність, обидві є плоско поляризованими, а їх площини поляризації є взаємно перпендикулярними. Але в цьому кристалі існує єдиний напрям, вздовж якого подвійного променезаломлення не відбувається, тобто обидві хвилі поширюються з однаковими швидкостями. Цей напрям називається *оптичною віссю* кристала, а сам кристал – *одновісним* (на рис. 8  $M_1M_2$  – оптична вісь). Зазначимо, що оптична вісь – це певний напрям у кристалі, а не якась особлива пряма. Для деяких кристалів швидкість незвичайної хвилі в усіх напрямках, крім оптичної осі, перевищує швидкість звичайної хвилі  $v_e > v_o$ , відповідно  $n_e < n_o$  для інших кристалів навпаки  $v_e < v_o$ , відповідно  $n_e > n_o$ . Перші кристали називають *від’ємними* (наприклад, ісландський шпат), другі – *додатними* (наприклад, кварц).

Поняття “звичайна” й “незвичайна” хвилі мають зміст доти, доки обидві хвилі поширюються всередині кристала, а за його межами обидві хвилі є звичайними і відмінність між ними проявляється тільки в орієнтації площини поляризації. Площина, що проходить через падаючий промінь і оптичну вісь кристала називається його *головним перерізом*. Дослідження показують, що площина поляризації звичайної хвилі перпендикулярна до головного перерізу, а площина поляризації незвичайної хвилі лежить у головному перерізі.

Подвійне променезаломлення залежить від типу симетрії елементарної комірки, повторенням якої шляхом паралельних переносів (трансляції) можна

побудувати будь-яку просторову кристалічну решітку. *Кристалічною решіткою* називають тривимірну формальну побудову (модель), яка використовується для опису внутрішньої будови кристалів. Вона являє собою нескінченну сукупність точок (атомів, йонів, молекул), розташованих у просторі так, що біля кожної точки сусідні точки розташовані таким самим способом. Виходячи з однієї точки цієї решітки, за допомогою трьох векторів  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  (вектори трансляції) можна знайти положення будь-якої іншої точки. *Елементарною коміркою* називають мінімальну за розміром і найбільш симетричну частку кристалічної решітки. У загальному випадку елементарною коміркою є косокутний паралелепіпед з ребрами  $a, b, c$  (періоди трансляції, що чисельно дорівнюють модулям векторів  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ) і кутами  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  (рис. 9).

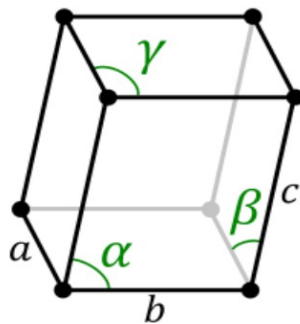


Рис. 9. Елементарна комірка

Типи симетрії елементарних комірок називають *кристалічними системами* або *сингоніями*. Існує сім сингоній:

*триклинна* ( $a \neq b \neq c$ ,  $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$ ),

*моноклінна* ( $a \neq b \neq c$ ,  $\alpha = \gamma = 90^\circ$ ,  $\beta \neq 90^\circ$ ),

*ромбічна* ( $a \neq b \neq c$ ,  $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ ),

*тетрагональна* ( $a = b \neq c$ ,  $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ ),

*гексагональна* ( $a \neq b \neq c$ ,  $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$ ),

*тригональна* ( $a = b = c$ ,  $\alpha = \beta = \gamma < 120^\circ \neq 90^\circ$ ),

*кубічна* ( $a = b = c$ ,  $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ ).

Кристали тетрагональної сингонії (циркон), тригональної сингонії (кварц [рис. 10], кальцит [рис. 11], турмалін), гексагональної сингонії (апатит, берил, аквамарин) є одновісними кристалами. Для кристалів, що належать до ромбічної сингонії (топаз, антимонід, берил), моноклінної сингонії (слюда гіпс) та триклинної сингонії (мідний купорос), існує два напрями, вздовж яких не відбувається подвійного променезаломлення. Таки кристали називають *двовісними*, для яких обидві хвилі є незвичайними. У кристалах кубічної сингонії (гранат, кам'яна сіль, нітрит, флюорит) подвійне променезаломлення відсутнє.

Усі кристали, яким властиве подвійне променезаломлення, в певній мірі поглинають світло. Але таке поглинання світла є анізотропним й залежить від орієнтації площини поляризації хвилі, напряму поширення її в кристалі, а також від довжини хвилі.





Рис. 10. Кварц



Рис. 11. Кальцит (ісландський шпат)

Анізотропне поглинання світла кристалами проявляється в зміні їх забарвлення під час освітлювання електромагнітними хвилями видимого діапазону в залежності від напрямку спостереження. Таке явище називається *плеохроїзмом* (багато кольорів). Різновидом плеохроїзму є *дихроїзм* (два кольори). Розрізняють коловий та лінійний дихроїзм. *Коловий* дихроїзм проявляється в неоднаковому поглинанні світлових хвиль з лівою та правою коловою поляризацією. *Лінійний* дихроїзм проявляється в неоднаковому поглинанні звичайної та незвичайної хвиль. Прикладом дихроїчного кристала є турмалін, в якому звичайна хвиля поглинається набагато сильніше ніж незвичайна.

**Штучне подвійне променезаломлення** одержують під час зовнішнього впливу на ізотропні речовини. Виникнення подвійного променезаломлення в ізотропних прозорих твердих речовинах під час їх механічної деформації вивчав у 1815 р. Брюстер. У випадку одностороннього стиснення або розтягу напрям деформації відіграє роль оптичної осі. За міру оптичної анізотропії беруть різницю показників заломлення звичайної та незвичайної хвиль ( $n_o - n_e$ ). Дослідження показали, що під час односторонньої механічної деформації між різницею показників заломлення та прикладеною силою існує пряма пропорційність  $(n_o - n_e) \sim F$ .

Виникнення штучного подвійного променезаломлення в газах, рідинах і аморфних твердих речовинах під впливом зовнішнього електричного поля називається **ефектом Керра**, який було відкрито шотландським фізиком Керром у 1875 р. Суть цього ефекту полягає в тому, що деякі ізотропні речовини в зовнішньому електричному полі поведуть себе як анізотропні, набуваючи властивостей одновісного кристала. Їх оптична вісь орієнтована вздовж ліній напруженості електричного поля, а різниця показників заломлення для звичайної та незвичайної хвиль пропорційна квадрату напруженості електричного поля  $(n_o - n_e) \sim E^2$ .



Розглянемо схему спостереження ефекту Керра в рідині. Між схрещеними поляризатором і аналізатором знаходиться комірка Керра, яка являє собою плоский конденсатор з прозорою рідиною (рис. 12).

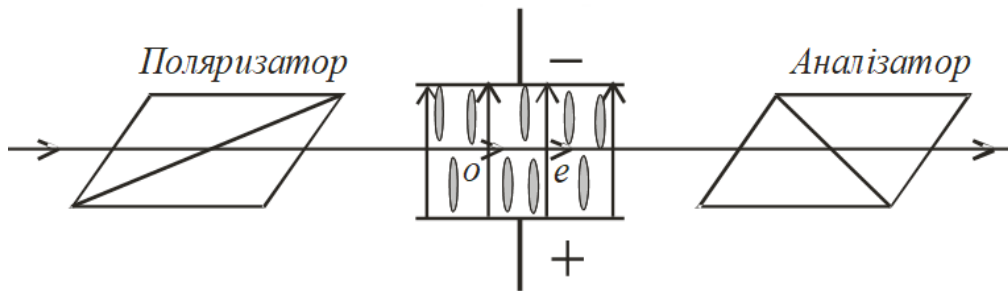


Рис. 12. Схема спостереження ефекту Керра

При відсутності електричного поля між пластинами конденсатора світло через таку систему не проходить, оскільки воно повністю поглинається аналізатором. В електричному полі конденсатора, для якого кут між напрямом ліній напруженості й площиною поляризації падаючої плоско поляризованої хвилі дорівнює  $45^\circ$  полярні молекули рідини орієнтуються дипольним моментом вздовж лінії напруженості електричного поля. Це саме відбувається із неполярними молекулами рідини, дипольний момент яких індукується електричним полем. Усередині конденсатора плоско поляризована хвиля поділяється на дві плоско поляризовані хвилі, для однієї з яких площина поляризації співпадає з напрямом ліній напруженості електричного поля (незвичайна хвиля), для другої площина поляризації перпендикулярна до напрямку ліній напруженості електричного поля (звичайна хвиля). Обидві хвилі поширюються в рідині вздовж одного напрямку, але із різними швидкостями, тому аналізатор частково пропускає це світло.

Оскільки процеси орієнтації молекул рідини в електричному полі відбуваються за досить малий час, то час між виникненням і зникненням анізотропії має такий самий порядок. Дослідження за допомогою лазерної техніки показали, що час між появою і зникненням анізотропії, зумовленої інфрачервоними імпульсами лазера для сірководню  $\tau = 2 \cdot 10^{-12} \text{ с}$ , для нітробензолу  $\tau = 5 \cdot 10^{-11} \text{ с}$ . Завдяки надзвичайній швидкості встановлення і зникнення ефекту Керра він широко застосовується як швидкодійний затвор і модулятор світла в фото- і кіно зніманні, телебаченні, в оптичній телефонії, в оптичній локації, в геодезичних далекомірах тощо.

Подібно до явища виникнення подвійного променезаломлення в електричному полі штучну анізотропію можна створити за допомогою магнітного поля. У разі відсутності зовнішнього магнітного поля молекули розміщуються хаотично і властивості речовини є ізотропними. Якщо таку речовину внести в магнітне поле, то магнітні моменти її молекул ( $\vec{P}_m = I A \vec{n}$ , де  $I$  – сила струму в контурі,  $A$  – площа контура,  $\vec{n}$  – нормаль до поверхні контура) орієнтуються в одному напрямку вздовж ліній магнітної індукції, а це зумовлює анізотропію речовини й призводить до подвійного променезаломлення. Таке

середовище поводить себе як одновісний кристал, оптична вісь якого паралельна вектору індукції магнітного поля  $\vec{B}$ . Це явище було відкрите в 1910 р. і на честь його дослідників називається *ефектом Коттона-Мутона*. Різниця показників заломлення звичайної та незвичайної хвиль у цьому випадку пропорційна квадрату індукції магнітного поля  $(n_o - n_e) \sim B^2$ .

**4. Поляризаційні прилади** – це оптичні прилади, які призначені для одержання, перетворення і аналізу поляризованого світла, а також для досліджень та вимірювань, пов'язаних з використанням поляризованого світла. Для перетворення природного світла на поляризоване використовують наступні способи: 1) відбивання та заломлення світлових хвиль на межі поділу двох діелектриків; 2) проходження світла анізотропною речовиною. Суттєвими недоліками першого способу є мала інтенсивність одержаного поляризованого світла й значна залежність ступеня поляризації хвилі від кута падіння та довжини хвилі. Тому більш результативними є другий спосіб.

Поляризаційні прилади, дія яких заснована на другому способі, мають назву *поляризаційних призм*. Найкращим матеріалом для виготовлення поляризаційних призм є такий, в якому можна одержати найбільший кут між напрямом поширення звичайної та незвичайної хвиль або найбільшу різницю між показниками заломлення  $(n_o - n_e)$ . Цим вимогам задовольняє кристал ісландського шпату, для якого  $n_o = 1,658$ ,  $1,486 < n_e < 1,658$  для довжини світлової хвилі  $\lambda = 589 \text{ нм}$ .

Перша поляризаційна призма була виготовлена шотландським фізиком Ніколем у 1828 р. Скорочено таку призму називають *ніколь*. Вона складається з двох призм із ісландського шпату, які склеєні *канадським бальзамом* (прозора речовина з показником заломлення  $n = 1,55$ ) уздовж діагональної площини  $AC$  (рис. 13). Оптична вісь спрямована під кутом  $48^\circ$  до вхідної грані  $AD(BC)$ . Природне світло всередині призми  $DAC(ACB)$  поділяється на звичайний та незвичайний промені. Для звичайного променя канадський бальзам є менш оптично густим середовищем ( $n_o > n$ ), тому для нього можуть бути створені умови повного внутрішнього відбивання. Якщо кут падіння звичайного променя на діагональну площину  $AC$  перевищує граничний кут  $i > i_0$ , де  $i_0 = \arcsin \frac{1,55}{1,658} = 69,2^\circ$ , то звичайний промінь зазнає повного відбивання, потім падає на почорнену грань  $AB(CD)$  і нею поглинається.

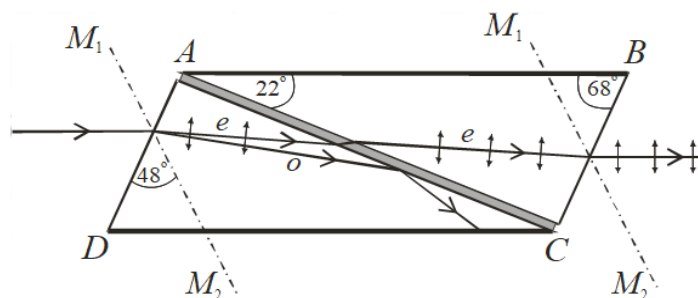


Рис. 13. Призма Ніколя

Для незвичайного променя канадський бальзам є більш оптично густим середовищем ( $n_e < n$ ), тому він виходить із призми  $ABC(DAC)$  паралельно грані  $AB$ . Отже, на ніколь падає природне світло, а виходить з нього плоско поляризоване світло. Повне внутрішнє відбивання звичайного променя відбувається лише тоді, коли кути падіння природних променів на вхідну грань  $AD(BC)$  лежать у певних межах, які називаються *апертурою повної поляризації* призми. Для ніколя вона дорівнює  $29^\circ$ .

Існують поляризаційні призми, з яких виходить два плоско поляризованих промені, площини поляризації яких є взаємно перпендикулярними. Найбільш досконалою з цього типу призм є *призма Волластона* (рис. 14).

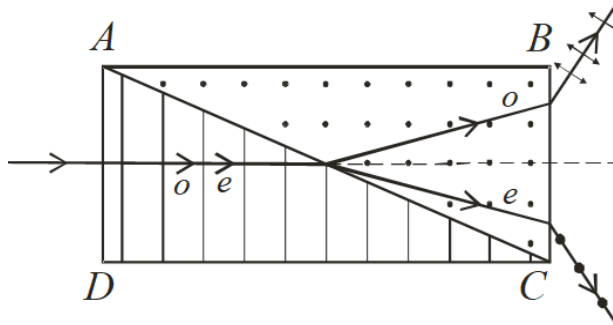


Рис. 14. Призма Волластона

Вона складається з двох призм з ісландського шпату, оптичні осі яких є взаємно перпендикулярними (на рис. 14 оптичні осі зображені лініями й крапками). У першій призмі  $ADC$  звичайний і незвичайний промені поширюються вздовж напрямку падаючого променя, причому незвичайний промінь випереджає звичайний. Оскільки оптичні осі призм  $ADC$  і  $ABC$  є взаємно перпендикулярними, то звичайний промінь у призмі  $ADC$  перетворюється на незвичайний промінь у призмі  $ABC$ , а незвичайний промінь у призмі  $ADC$  перетворюється на звичайний промінь у призмі  $ABC$ . Отже, на поляризаційну призму Волластона падає природне світло, а виходить два плоско поляризованих світлових потоки із взаємно перпендикулярними площинами поляризації, які симетрично відхиляються від напрямку падіння природного світла.

Поляризаційні прилади, дія яких заснована на явищі лінійного дихроїзму, називають *поляроїдами*. Поляроїди являють собою тонку плівку з прозорого твердого полімеру завтовшки  $0,05-0,1$  мм, на поверхню якої нанесено орієнтовані дрібні кристалики дихроїчного кристала (герапатит, турмалін) або однорідне орієнтовані органічні молекули полімеру (полівініловий спирт), до складу яких уводяться атоми йоду. Саме атоми йоду надають молекулам полімеру дихроїчних властивостей.

Отже, на поляроїд падає природне світло, а виходить з нього плоско поляризоване світло, оскільки одна з хвиль (звичайна або незвичайна) поглинається дихроїчною речовиною. Поляроїди мають досить велику апертуру поляризації світла: для герапатитових поляроїдів вона досягає  $60^\circ$ , для йодисте-полівінілових  $\sim 80^\circ$ . Важливими перевагами поляроїдів є їхня компактність, технологічність виготовлення, можливість одержувати поверхні з площею кілька

квадратних метрів. З іншого боку вони мають більш значну залежність ступеня поляризації від довжини хвилі, а також меншу пропускну здатність ніж поляризаційні призми. Це знижує можливість їх використання в інтенсивних світлових потоках.

### Запитання для самоконтролю

1. Пояснити зміст поняття анізотропії.
2. Які речовини є анізотропними? Навести приклади.
3. Пояснити зміст поняття ізотропії.
4. Які речовини є ізотропними? Навести приклади.
5. Якою є природа анізотропії?
6. Як проявляється анізотропія в оптиці?
7. Як відбувається подвійне променезаломлення?
8. Чим відрізняється звичайна хвиля від незвичайної?
9. Що являє собою оптична вісь кристала?
10. Які кристали є від'ємними, які – додатними? Навести приклади.
11. Чим відрізняються й що мають спільного звичайна та незвичайна хвилі всередині кристала та поза кристалом?
12. Що називається головним перерізом кристала?
13. Як орієнтовані площини поляризації звичайної та незвичайної хвиль відносно головного перерізу кристала?
14. Що називається кристалічною решіткою?
15. Що називається елементарною коміркою? Її призначення?
16. Якою є класифікація елементарних комірок за типом симетрії?
17. Які кристали називаються одновісними? Яким типам симетрії елементарних комірок вони належать?
18. Які кристали називаються двовісними? Яким типам симетрії елементарних комірок вони належать?
19. Чому в кристалах, що належать кубічній сингонії, не спостерігається подвійного променезаломлення?
20. Що називається плеохроїзмом?
21. У чому проявляється коловий дихроїзмом?
22. У чому проявляється лінійний дихроїзм?
23. Як створити штучне подвійне променезаломлення?
24. Пояснити дослід Брюстера по штучному подвійному променезаломленні в ізотропних прозорих твердих речовинах під час їх механічної деформації?
25. Яка величина приймається за міру оптичної анізотропії?
26. Пояснити ефект Керра.
27. Навести приклади застосування комірок Керра.
28. Пояснити ефект Коттона-Мутона.
29. Що являють собою поляризаційні призми?
30. Яка будова та принцип дії призми Ніколя?
31. Що означає поняття апертури повної поляризації?

32. Яка будова та принцип дії призми Волластона?
33. Що являють собою поляроїди?
34. Пояснити принцип дії поляроїдів.
35. Які переваги та недоліки мають поляроїди в порівнянні з поляризаційними призмами?

## Лекція №6

**Хвильова оптика**

5. Принцип суперпозиції. Накладання світлових хвиль. Геометрична різниця ходу хвиль. Когерентність. Явище інтерференції світла. Умови інтерференційних максимумів і мінімумів. Оптична різниця ходу хвиль. Особливості інтерференції реальних світлових хвиль.
6. Одержання когерентних хвиль методом поділу хвильового фронту. Спосіб щілин Юнга, біпризма Френеля.

5. У просторі одночасно поширюються безмежна кількість світлових хвиль від різних джерел випромінювання, а також відбитих і розсіяних різними предметами. Взаємне накладання цих хвиль не впливає на їх поширення в просторі. Завдяки цьому не відбувається спотворення зображення предметів, які ми спостерігаємо.

Таку незалежність поширення світлових хвиль виражає **принцип суперпозиції**, згідно з яким для світлових хвиль в певній точці простору і в певний момент часу результуюча напруженість електричного (магнітного) поля дорівнює векторній сумі напруженостей електричних (магнітних) полів кожної окремої хвилі. Враховуючи, що на око людини впливає лише електрична складова світлової хвилі, запишемо принцип суперпозиції для напруженостей електричних полів рівнянням:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_N.$$

Розглянемо ідеалізований випадок накладання двох монохроматичних електромагнітних хвиль, що мають однакову циклічну частоту  $\omega$ , у деякій точці простору  $P$ . Нехай монохроматичні хвилі поширюються у вакуумі від джерел  $S_1$  і  $S_2$ , що містяться на відстанях  $r_1$  і  $r_2$  від точки  $P$  (рис. 15). Перша хвиля викличе в точці  $P$  гармонічні коливання, що описуються рівнянням:

$$E_1 = E_{01} \cos \omega \left( t - \frac{r_1}{c} \right),$$

а друга хвиля викличе в точці  $P$  гармонічні коливання, що описуються рівнянням:

$$E_2 = E_{02} \cos \omega \left( t - \frac{r_2}{c} \right),$$

де  $E_{01}$ ,  $E_{02}$  – амплітуди коливань векторів напруженості електричного поля хвиль;  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$  – швидкість хвиль у вакуумі;  $t$  – час.

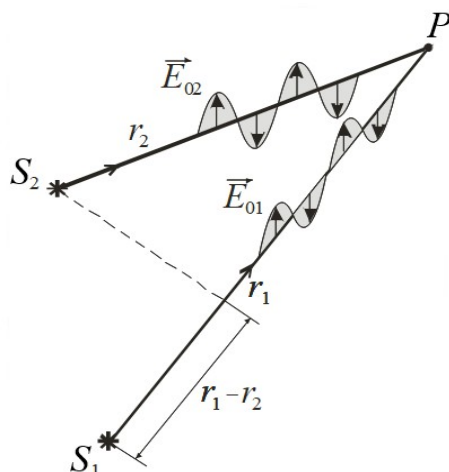


Рис. 15. Поширення в просторі двох монохроматичних хвиль

Оскільки в точці  $P$  відбувається додавання двох гармонічних коливань однакової частоти й однакового напрямку, то результуюче коливання також буде гармонічним з тією самою частотою й того самого напрямку:

$$E = E_0 \cos(\omega t + \psi_0).$$

Знайдемо амплітуду  $E_0$  й початкову фазу  $\psi_0$  результуючого коливання в точці  $P$ . Для цього рівняння хвиль подамо у вигляді:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{01} \cos \omega \left( t - \frac{r_1}{c} \right) = E_{01} \cos \left( \omega t - \frac{\omega r_1}{c} \right) = E_{01} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi r_1}{Tc} \right) = \\ &= E_{01} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi r_1}{\lambda} \right) = E_{01} \cos(\omega t + \psi_{01}). \end{aligned}$$

Тобто 
$$E_1 = E_{01} \cos(\omega t + \psi_{01}), \quad E_2 = E_{02} \cos(\omega t + \psi_{02}),$$

де  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  – циклічна частота коливань;  $T$  – період коливань;  $\lambda = Tc$  – довжина хвилі;  $\psi_{01} = -\frac{2\pi}{\lambda} r_1$  і  $\psi_{02} = -\frac{2\pi}{\lambda} r_2$  – початкові фази коливань.

Гармонічні коливання можна зображувати у вигляді векторів, довжина яких чисельно дорівнює амплітуді коливань, а напрям відносно горизонтальної осі задається початковими фазами. Сукупність векторів, що зображують гармонічні коливання, називаються *векторними діаграмами*.

Побудуємо векторну діаграму для гармонічних коливань, які створюються монохроматичними хвилями в точці  $P$ . Для цього застосовується полярна система координат, яка складається з полярної осі  $OE$  і полярного полюса  $O$ . Початок векторів  $\vec{E}_{01}$  і  $\vec{E}_{02}$  слід поєднати з полярним полюсом  $O$ , а напрям цих векторів відносно полярної осі задається початковими фазами  $\psi_{01}$  і  $\psi_{02}$  (рис. 16).

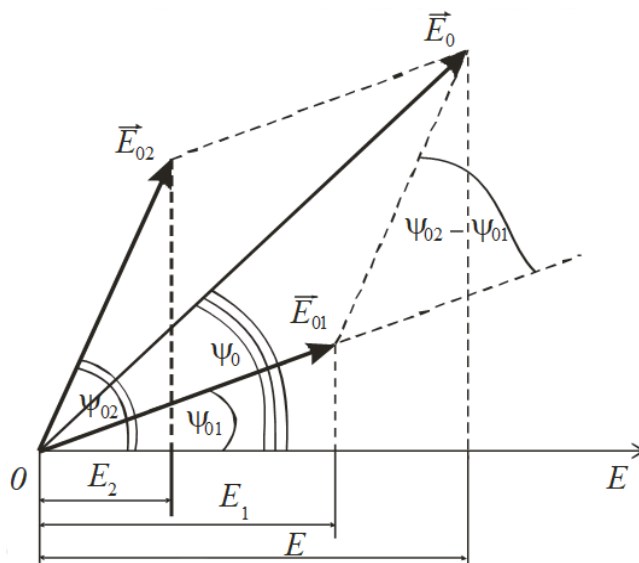


Рис. 16. Векторна діаграма

Геометрично вектори додаються за *правилом паралелограма*: якщо до полярного полюса прикладені два вектори  $\vec{E}_{01}$  і  $\vec{E}_{02}$ , то їх дію можна замінити одним вектором  $\vec{E}_0 = \vec{E}_{01} + \vec{E}_{02}$  (принцип суперпозиції), який визначається діагоналлю паралелограма, побудованого на векторах  $\vec{E}_{01}$  і  $\vec{E}_{02}$ .

Для визначення амплітуди  $E_0$  й початкової фази  $\psi_0$  результуючого коливання застосуємо теорему косинусів до трикутника  $0 E_{01} E_{02}$ :

$$\begin{aligned}
 E_0^2 &= E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2 E_{01} E_{02} \cos [\pi - (\psi_{02} - \psi_{01})] = \\
 &= E_{01}^2 + E_{02}^2 - 2 E_{01} E_{02} [\cos \pi \cos(\psi_{02} - \psi_{01}) + \sin \pi \sin(\psi_{02} - \psi_{01})] = \\
 &= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2 E_{01} E_{02} \cos(\psi_{02} - \psi_{01}) = \\
 &= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2 E_{01} E_{02} \cos\left[\left(-\frac{2\pi}{\lambda} r_2\right) - \left(-\frac{2\pi}{\lambda} r_1\right)\right] = \\
 &= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2 E_{01} E_{02} \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)\right]. \tag{5.1}
 \end{aligned}$$

З формули (5.1) бачимо, що амплітуда результуючого коливання залежить не тільки від амплітудами коливань, що додаються, але й від різниці їхніх початкових фаз ( $\psi_{02} - \psi_{01}$ ) або від **геометричної різниці ходу** цих хвиль ( $r_1 - r_2$ ). З векторної діаграми також бачимо, що початкова фаза результуючого коливання дорівнює:

$$\operatorname{tg} \psi_0 = \frac{E_{01} \sin \psi_{01} + E_{02} \sin \psi_{02}}{E_{01} \cos \psi_{01} + E_{02} \cos \psi_{02}}. \tag{5.2}$$



Середній період електромагнітних коливань у видимому діапазоні дорівнює  $T = 1 \cdot 10^{-15}$  с. Швидкодія сучасних фотоприймачів світла не перевищує поки що значення  $\tau \sim 10^{-10}$  с. Це означає, що усі приймачі світла не можуть вимірювати миттєвого значення напруженості електричного поля світлової хвилі. Вони можуть вимірювати тільки ті величини, які пропорційні усередненому в часі квадрату напруженості електричного поля світлової хвилі. До таких величин відносять світловий потік, силу світла, яскравість, світність, освітленість. Коли немає сенсу конкретизувати про яку саме фотометричну величину йде мова, використовують поняття „інтенсивність світла”. Ця безрозмірна величина також пропорційна усередненому в часі квадрату напруженості електричного поля світлової хвилі  $I \sim E_0^2$ . Враховуючи це, запишемо співвідношення (5.1) для інтенсивності світла:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(\psi_{02} - \psi_{01}) = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2). \quad (5.3)$$

Розглянемо два граничних випадки.

1. Нехай різниця початкових фаз зберігається постійною і в часі і в просторі  $(\psi_{02} - \psi_{01}) = \text{const}$ . Тоді, як бачимо з формули (5.3), результуюча інтенсивність:

$$I \neq I_1 + I_2.$$

Отже, інтенсивність результуючого коливання відрізняється від суми інтенсивностей складових коливань і може бути як більшою, так і меншою за цю суму в залежності від різниці початкових фаз

Колівання однакової частоти із сталою в часі і в просторі різницею фаз називаються **когерентними**, тобто узгодженими в часі і в просторі. Джерела світла, які випромінюють когерентні хвилі, також називаються *когерентними*.

Явище, при якому когерентні хвилі, що накладаються або підсилюють або послаблюють одна одну, називається **інтерференцією**. Ділянка простору, на якій відбувається інтерференція, називають *полем інтерференції*. Зовнішній вигляд поля інтерференції називають *інтерференційною картиною*. Інтерференційна картина характеризується чергуванням у просторі стійких максимумів і мінімумів освітленості.

Знайдемо умови, при яких когерентні хвилі *підсилюють* одна одну. Максимум освітленості спостерігається тоді, коли  $\cos(\psi_{02} - \psi_{01}) = 1$ . При цьому формула (5.3) набуває вигляду:

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2}.$$

Умова, при якій  $\cos(\psi_{02} - \psi_{01}) = 1$ , виконується тоді, коли різниця фаз  $(\psi_{02} - \psi_{01})$  буде кратною парному числу  $\pi$ :

$$(\psi_{02} - \psi_{01}) = 2 m \pi, \quad (5.4)$$

де  $m = 0, 1, 2, \dots$  – цілі числа.

З іншого боку

$$(\psi_{02} - \psi_{01}) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = 2m\pi.$$

Звідки  $(r_1 - r_2) = m\lambda$ . Останнє співвідношення зручно подавати у вигляді:

$$(r_1 - r_2) = 2m\frac{\lambda}{2}. \quad (5.5)$$

Формули (5.4) і (5.5) є умовами інтерференційного максимуму.

Знайдемо умови, при яких когерентні хвилі *послаблюють* одна одну. Мінімум освітленості спостерігається тоді, коли  $\cos(\psi_{02} - \psi_{01}) = -1$ . При цьому формула (5.3) набуває вигляду:

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}.$$

Умова, при якій  $\cos(\psi_{02} - \psi_{01}) = -1$ , виконується тоді, коли різниця  $(\psi_{02} - \psi_{01})$  фаз буде кратною непарному числу  $\pi$ :

$$(\psi_{02} - \psi_{01}) = (2m + 1)\pi, \quad (5.6)$$

де  $m = 0, 1, 2, \dots$  — цілі числа.

З іншого боку

$$(\psi_{02} - \psi_{01}) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = (2m + 1)\pi.$$

Звідки:

$$(r_1 - r_2) = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}. \quad (5.7)$$

Формули (5.6) і (5.7) є умовами інтерференційного мінімуму.

2. Нехай різниця початкових фаз хаотично змінюється з часом. Тоді середнє значення  $\cos(\psi_{02} - \psi_{01}) = 0$ . З формули (5.3) бачимо, що результуюча інтенсивність від двох таких джерел світла дорівнюватиме сумі інтенсивностей, які дає кожне джерело:

$$I = I_1 + I_2.$$

Подібні коливання називають *некогерентними*, а джерела, які випромінюють такі хвилі також називають некогерентними. Будь-які незалежні джерела світла, наприклад, звичайні освітлювальні лампи, є некогерентними джерелами світла: із збільшенням їх кількості інтенсивність результуючого освітлення ніколи не зменшується, як це має місце для когерентних джерел.

У розглянутих випадках обидві хвилі поширювались у вакуумі, для якого показник заломлення  $n = 1$ . Нехай одна з хвиль поширюється в середовищі з показником заломлення  $n_1$ , а друга в середовищі з показником заломлення  $n_2$  (рис. 17).

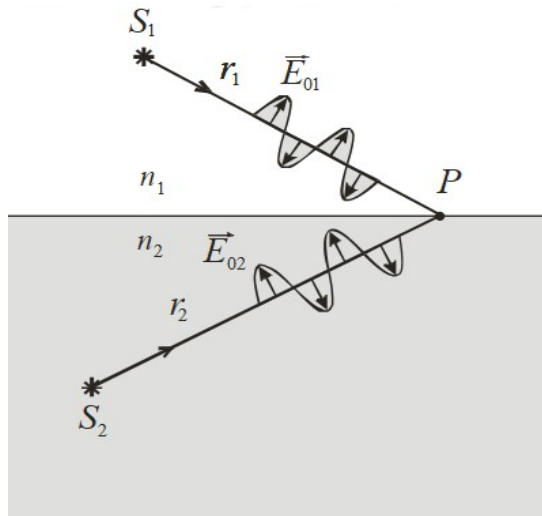


Рис. 17. Поширення двох монохроматичних хвиль у середовищах різної оптичної густини

Тоді в точці  $P$  перша та друга хвиля викличуть гармонічні коливання, рівняннями яких мають вигляд:

$$E_1 = E_{01} \cos \omega \left( t - \frac{r_1}{v_1} \right), \quad E_2 = E_{02} \cos \omega \left( t - \frac{r_2}{v_2} \right),$$

де  $v_1, v_2$  – швидкості поширення хвиль в середовищах з показниками заломлення  $n_1, n_2$ . Знайдемо різницю початкових фаз цих коливань:

$$(\psi_{02} - \psi_{01}) = -\frac{\omega r_2}{v_2} - \left( -\frac{\omega r_1}{v_1} \right) = \frac{\omega r_1}{v_1} - \frac{\omega r_2}{v_2}.$$

Оскільки  $n = \frac{c}{v}$ , то  $v_1 = \frac{c}{n_1}$ ,  $v_2 = \frac{c}{n_2}$ . З врахуванням цього маємо:

$$(\psi_{02} - \psi_{01}) = \frac{\omega}{c} r_1 n_1 - \frac{\omega}{c} r_2 n_2 = \frac{2\pi}{Tc} (r_1 n_1 - r_2 n_2) = \frac{2\pi}{Tc} \Delta d,$$

де  $\Delta d = (r_1 n_1 - r_2 n_2)$  – **оптична різниця ходу** хвиль. У точці  $P$  буде інтерференційний максимум, якщо  $\Delta d = 2m \frac{\lambda}{2}$ , інтерференційний мінімум –  $\Delta d = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ .

Розглянемо, як відбувається інтерференція для реальних світлових хвиль. Реальні світлові хвилі не є строго монохроматичними. Випромінювання світла відбувається в процесі переходів атомів джерела світла із збудженого стану в нормальний протягом часу  $\tau \sim 10^{-8} \text{ с}$ . За цей час утворюється ряд обмежених в просторі елементарних хвиль, сукупність яких називають *цугом хвиль*. Цуг хвиль має довжину

$L = c\tau = 3 \cdot 10^8 \frac{M}{c} \cdot 10^{-8} c = 3 \text{ м}$ , яку називають *когерентною відстанню*.

Внаслідок різних процесів, що відбуваються в джерелах світла, атом знову може перейти до збудженого стану і випромінювати наступний цуг. Перехід одного й того самого атома із збудженого стану в нормальний або одночасний перехід різних атомів супроводжується випромінюванням цугів хвиль, між фазами коливань яких немає ніякого зв'язку. Таким чином, від джерел світла поширюється множина цугів хвиль, які випромінюються незалежно один від одного у випадкові моменти часу. Послідовність цих хвильових цугів, фаза коливань яких хаотично змінюється, й являє собою *реальну світлову хвилю*. Коливання вектора  $\vec{E}$ , які відбуваються в різних цугах, є некогерентними. Інтервал часу  $\tau$ , протягом якого фаза коливань, що належать до одного цугу, залишається приблизно сталою, називають *часом когерентності*.

Інтерференція може виникати тільки під час накладання когерентних хвиль, тобто таких хвиль, які належать до даного цугу хвиль. Хоч фази цих хвиль можуть випадково змінюватися з часом, але такі зміни будуть однаковими й різниця фаз когерентних хвиль залишатиметься сталою. При цьому різниця фаз когерентних хвиль може бути сталою як у часі (часова когерентність), так і в просторі (просторова когерентність). У цьому полягають особливості інтерференції реальних світлових хвиль.

*Часову когерентність* оцінюють за відповідністю різниці фаз хвиль, що накладаються в даній точці простору, через певний проміжок часу. Когерентна відстань  $L$  визначає найбільшу різницю ходу хвиль  $\Delta d$ , при якій ще можлива інтерференція: якщо  $\Delta d < L$ , то спостерігається стійка інтерференційна картина; якщо  $\Delta d \approx L$  – інтерференційна картина не є чіткою; якщо  $\Delta d > L$  – інтерференційна картина відсутня. *Просторову когерентність* оцінюють за відповідністю різниці фаз хвиль в двох просторово розділених точках світлової хвилі в даний момент часу (дослід Юнга). Наприклад, для лазера здійснюється як часова, так і просторова когерентність. На виході лазера цуги хвиль йдуть один за одним без інтервалів часу. Це дає можливість збільшувати довжину цугу (когерентну відстань) й розширювати межу різниці ходу хвиль, при якій ще можлива інтерференція.

У природі когерентних джерел світла не існує, але їх створюють штучно: монохроматичний світловий пучок від одного джерела поділяється на два світлових пучка, які поширюються до екрану різними шляхами. Якщо ці світлові пучки одержані з одного й того самого цугу хвиль, то на екрані спостерігається інтерференційна картина. Існує два методи одержання когерентних світлових хвиль: метод поділу хвильового фронту й метод поділу амплітуди.

**6. Розглянемо метод поділу хвильового фронту**, суть якого полягає у виділенні з фронту хвилі двох різних ділянок й подальшому зведенні їх в одне місце на екрані після проходження різних геометричних (оптичних) шляхів. *Фронтом хвилі* називається геометричне місце точок простору, до яких в даний

момент часу дійшла хвиля. Фронт хвилі відділяє частину простору, де поширюється хвиля (*хвильове поле*) від частини простору, де хвилі нема. Фронт хвилі є частковим випадком *хвильової поверхні*, яка є геометричним місцем точок простору, коливання яких під час поширення хвилі мають однакову фазу. Метод включає деякі способи, до яких відносяться **спосіб щілин Юнга** і **біпризма Френеля**.

У 1802 р. англійський фізик Юнг запропонував спосіб одержання інтерференції світла за допомогою експериментальної установки, яка складалась з трьох екранів  $E_1, E_2, E_3$  (рис. 18).

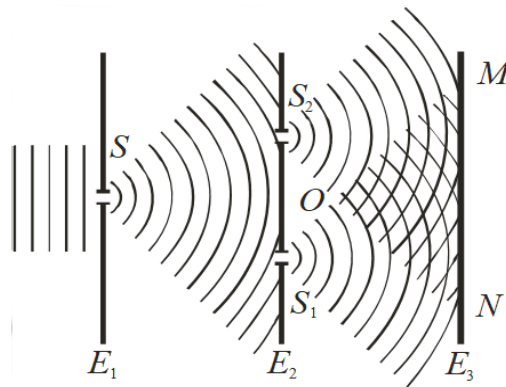


Рис. 18. Схема дослідження Юнга

Паралельний пучок монохроматичного світла (плоска хвиля) падає на екран  $E_1$  з щілиною  $S$ . Внаслідок дифракції світла на щілині  $S$  плоска хвиля перетворюється на сферичну й сферичний фронт досягає щілин  $S_1$  та  $S_2$  на екрані  $E_2$ , що забезпечувало на цих щілинах сталу фазу коливань. Щілини  $S_1$  і  $S_2$  відігравали роль вторинних джерел світла, які випромінювали вторинні сферичні хвилі. Оскільки вторинні хвилі одержані шляхом поділу хвильового фронту, який поширюється від щілини  $S$ , то вони є когерентними. Отже, щілини  $S_1$  і  $S_2$  є когерентними джерелами світла. Ділянка перекривання вторинних когерентних хвиль  $MNO$  є полем інтерференції. На екрані  $E_3$  спостерігається інтерференційна картина.

Проведемо деякі розрахунки для інтерференційної картини, одержаної в досліді Юнга. Нехай в точці  $P$  з координатою  $x$  спостерігається максимум освітленості (рис. 19). Це означає, що геометрична різниця ходу хвиль у цій точці кратна парному числу половин довжин хвиль  $\Delta r = r_1 - r_2 = 2m \frac{\lambda}{2}$ .

Знайдемо геометричну різницю ходу хвиль  $\Delta r = r_1 - r_2$  з трикутників  $S_1PP_1$  і  $S_2PP_2$ :

$$r_1^2 = L^2 + \left(\frac{l}{2} + x\right)^2, \quad r_2^2 = L^2 + \left(x - \frac{l}{2}\right)^2.$$

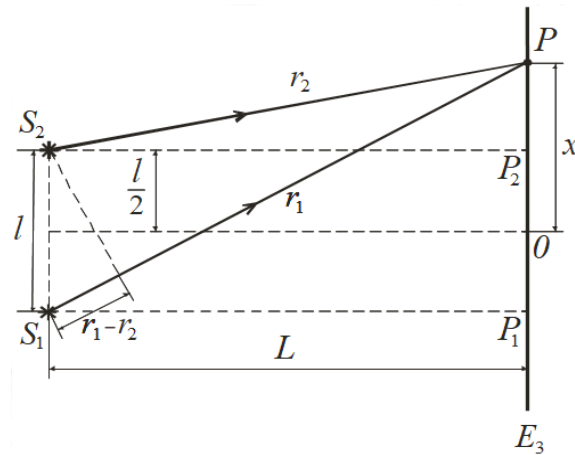


Рис. 19. Ілюстрація до розрахунку інтерференційного максимуму в точці  $P$

$$\begin{aligned} \text{Тоді} \quad r_1^2 - r_2^2 &= L^2 + \left(\frac{l}{2} + x\right)^2 - L^2 - \left(x - \frac{l}{2}\right)^2 = \left(\frac{l}{2} + x\right)^2 - \left(x - \frac{l}{2}\right)^2 = \\ &= \left(\frac{l}{2} + x + x - \frac{l}{2}\right)\left(\frac{l}{2} + x - x + \frac{l}{2}\right) = 2lx. \end{aligned}$$

$$\text{Отже,} \quad (r_1 + r_2)(r_1 - r_2) = 2lx.$$

Для одержання контрастної інтерференційної картини треба, щоб відстань  $l$  між джерелами  $S_1$  і  $S_2$  була значно меншою від відстані  $L$  між цими джерелами та екраном  $E_3$  ( $l \ll L$ ). За такої умови можна вважати, що  $r_1 + r_2 = 2L$ . Тоді  $2L(r_1 - r_2) = 2lx$ . Звідки  $(r_1 - r_2) = \frac{l}{L}x = 2m\frac{\lambda}{2}$ . З цього виразу одержимо формулу для визначення координат *інтерференційних максимумів*:

$$x_{\max} = 2m\frac{\lambda}{2}\frac{L}{l},$$

де  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  – порядок інтерференційного максимуму. Знаки  $\pm$  вказують на симетричне розміщення інтерференційних максимумів відносно центрального максимуму, для якого  $m = 0$ .

Координати *інтерференційних мінімумів* визначаються формулою:

$$x_{\min} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}\frac{L}{l},$$

де  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  – порядок інтерференційного мінімуму.

*Шириною інтерференційної смуги* називають відстань між двома сусідніми інтерференційними мінімумами:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = (2 \cdot 2 + 1) \frac{\lambda L}{2 l} - (2 \cdot 1 + 1) \frac{\lambda L}{2 l} = \frac{L}{l} \lambda.$$

Інтерференційна картина, що одержується в досліді Юнга, являє собою чергування світлих (максимуми) і темних (мінімуми) інтерференційних смуг (рис. 20). У центрі картини розташований центральний максимум.

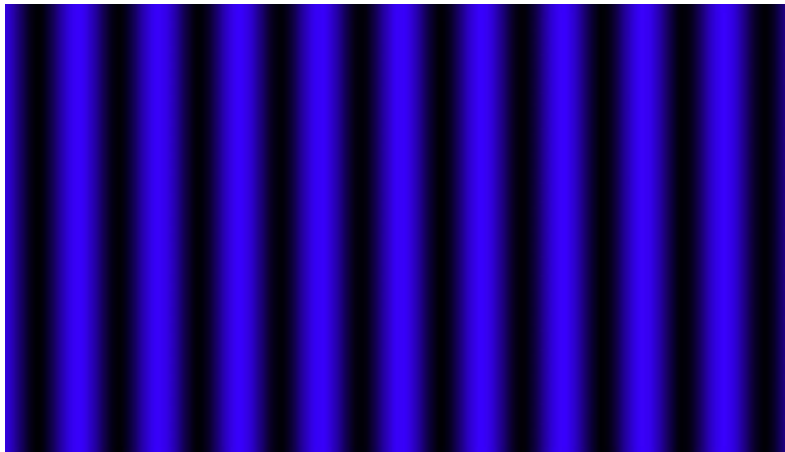


Рис. 20. Інтерференційна картина для світлових хвиль довжиною 420 нм

Треба відмітити, що в досліді Юнга явище інтерференції не проявляється в „чистому” вигляді, тому що його причиною є інше оптичне явище – дифракція світла на щілинах  $S$ ,  $S_1$  і  $S_2$ .

Наступний спосіб одержання когерентних світлових хвиль методом поділу хвильового фронту використовує **біпризму Френеля**. Біпризма Френеля складається з двох однакових скляних прямокутних призм з малими заломлювальними кутами  $\gamma$  і спільною основою (рис. 21).

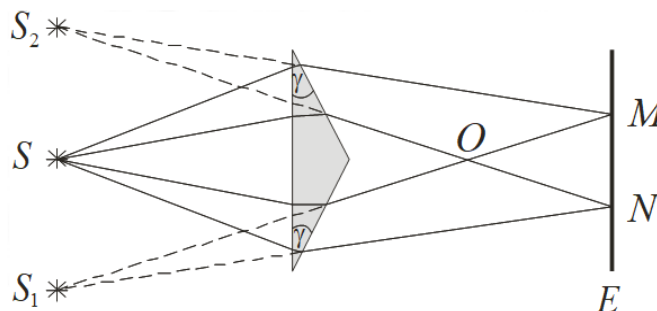


Рис. 21. Біпризма Френеля

Джерелом світла є щілина  $S$ , яка паралельна заломлювальному ребру біпризми. Ця щілина освітлюється монохроматичним світлом. Внаслідок неоднакового заломлення світла на різних ділянках біпризми за нею утворюється два розбіжних пучки когерентних хвиль, бо вони виділені з різних

частин одного фронту хвилі. Розбіжні пучки світла, які ніби вийшли з відповідних уявних джерел  $S_1$  і  $S_2$ , накладаються й утворюють поле інтерференції  $MNO$ . На екрані  $E$  спостерігається інтерференційна картина, яка являє собою систему паралельних темних і світлих смуг (рис. 20).

Якщо біпризма Френеля освітлюється білим світлом, то інтерференційна картина має вигляд різнокольорових паралельних смуг, при цьому повністю темні смуги не спостерігаються, оскільки положення смуг інтерференційних мінімумів однієї довжини хвилі збігаються із смугами інтерференційних максимумів іншої довжини хвилі.

### Запитання для самоконтролю

1. Що виражає принцип суперпозиції?
2. Сформулювати принцип суперпозиції для світлових хвиль?
3. Як застосовується принцип суперпозиції для визначення амплітуди та початкової фази результуючого гармонічного коливання, що виникає у деякій точці простору під час накладання двох монохроматичних хвиль з однаковими частотами?
4. Записати формулу для визначення амплітуди результуючої монохроматичної світлової хвилі, яка є результатом накладання двох інших монохроматичних світлових хвиль однакової частоти.
5. Записати формулу для визначення початкової фази результуючої монохроматичної світлової хвилі, яка є результатом накладання двох інших монохроматичних світлових хвиль однакової частоти.
6. Що таке інтенсивність світла?
7. Записати формулу для визначення інтенсивності результуючої монохроматичної світлової хвилі, яка є результатом накладання двох інших монохроматичних світлових хвиль однакової частоти.
8. Які світлові хвилі називають когерентними?
9. Яке оптичне явище називають інтерференцією світла?
10. Що називають полем інтерференції?
11. Що являє собою інтерференційна картина?
12. Записати формули, які визначають умову інтерференційного максимуму?
13. Записати формули, які визначають умову інтерференційного мінімуму?
14. Що являє собою геометрична різниця ходу світлових хвиль?
15. Що являє собою оптична різниця ходу світлових хвиль?
16. Що називають цугом хвиль?
17. Що називають когерентною відстанню?
18. Що називають часом когерентності?
19. Що являє собою реальна світлова хвиля?
20. Якими є особливості інтерференції реальних світлових хвиль?
21. Що означає поняття „часова когерентність” світлових хвиль?
22. Що означає поняття „просторова когерентність” світлових хвиль?
23. Яким є принцип штучного створення когерентних джерел світла?



24. Які існують методи одержання когерентних хвиль?
25. Пояснити суть методу поділу хвильового фронту світлової хвилі?
26. Пояснити спосіб одержання когерентних світлових хвиль за допомогою щілин Юнга?
27. Записати і пояснити формулу для знаходження координати максимумів інтерференційної картини, одержаної за способом щілин Юнга.
28. Записати і пояснити формулу для знаходження координати мінімумів інтерференційної картини, одержаної за способом щілин Юнга.
29. Записати і пояснити формулу для знаходження ширини інтерференційної смуги в досліді Юнга.
25. Що являє собою біпризма Френеля?
26. Як одержуються когерентні світлові хвилі за допомогою біпризми Френеля?
30. Які особливості має інтерференційна картина під час освітлення біпризми Френеля білим світлом?

## Лекція №7

**Хвильова оптика**

7. Одержання когерентних хвиль методом поділу амплітуди. Смоги рівного нахилу, смуги рівної товщини. Кільця Ньютона.
8. Інтерференція поляризованих хвиль.

7. Коли на тонку прозору пластинку або плівку падає світлова монохроматична хвиля, то відбувається її часткове відбивання від обох поверхонь. При цьому виникає дві когерентні світлові хвилі, які інтерферують між собою. Поділ хвилі на першій поверхні на дві частини й визначає метод одержання когерентних хвиль, який називають **методом поділу амплітуди**. Інтерференцію таких хвиль називають *інтерференцією в тонких пластинках або плівках*.

Райдужне забарвлення мильних плівок, тонкого шару нафти, гасу або олії на будь-якій горизонтальній поверхні, різнокольорове забарвлення крил метеликів – все це приклади інтерференції в тонких плівках у природних умовах. Розглянемо два випадки інтерференції в тонких плівках.

1. *Інтерференція в плоско паралельній пластинці*. Нехай на прозору плоско паралельну пластинку, що має товщину  $h$  і показник заломлення  $n_2$  падає монохроматична світлова хвиля з довжиною  $\lambda$  (рис. 22).

Пластинка в точці  $A$ , внаслідок часткового відбивання світла, поділяє хвилю на дві когерентні хвилі, з яких перша відбивається від верхньої поверхні пластинки, друга – від нижньої. Саме в цієї точці відбувається поділ амплітуди падаючої хвилі. При подальших послідовних відбиваннях амплітуда хвиль різко зменшується внаслідок поглинання енергії хвилі речовиною.

Проведемо площину  $BD$ , яка перпендикулярна до променів 1 і 2. Треба зазначити, що в хвильовій оптиці термін „промінь” застосовується лише для позначення напрямку поширення світлової хвилі. Від цієї площини до точки спостереження  $P_1$ , яка знаходиться на екрані  $E_1$ , оптична різниця ходу між променями 1 та 2 не змінюватиметься, оскільки лінза  $L_1$  не вносить додаткової різниці ходу хвиль. Оптична різниця ходу хвиль між променями 1 і 2 виникає на ділянці від точки  $A$  до площини  $BD$  і дорівнює:

$$\Delta d = (AC + CB)n_2 - AD n_1 \pm \frac{\lambda}{2},$$

де  $n_1, n_2$  – показники заломлення середовища й пластинки.

Теорія і експеримент показують, що під час відбивання світла від оптично більш густого середовища відбита хвиля змінює фазу на  $\pi$ , тобто змінюється фаза коливаний вектора  $\vec{E}_0$  (рис. 23). У цьому випадку кажуть, що хвиля „втрачає” половину довжини хвилі. Розглянемо це докладніше.

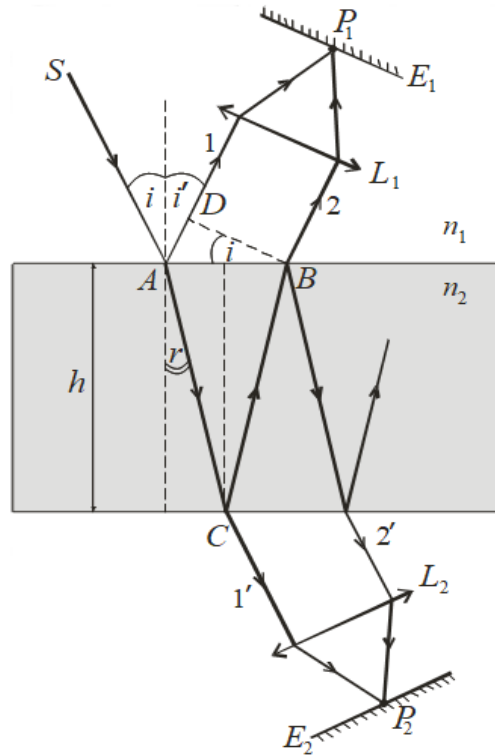


Рис. 22.Схема утворення когерентних хвиль у плоско паралельній пластинці ( $n_1 < n_2$ )

Нехай  $n_1 < n_2$ . Відбитий від верхньої поверхні пластинки промінь 1 змінює фазу на  $\pi$  в точці A (рис. 22). На „мові довжин хвиль” це відповідає „втрата” половини довжини хвилі (рис. 24). Заломлений промінь AC фази не змінює. Щоб показати різницю умов відбивання променів від верхньої та нижньої поверхні пластинки від оптичної різниці ходу хвиль слід відняти  $\frac{\lambda}{2}$ :

$$\Delta d = (AC + CB)n_2 - AD n_1 - \frac{\lambda}{2}.$$

Нехай  $n_1 > n_2$ . Заломлений промінь AC змінює фазу на  $\pi$  в точці C (втрата половини довжини хвилі). При цьому відбитий промінь 1 фази не змінює. Щоб показати різницю умов відбивання променів від нижньої та верхньої поверхні пластинки до оптичної різниці ходу хвиль слід додати  $\frac{\lambda}{2}$ :

$$\Delta d = (AC + CB)n_2 - AD n_1 + \frac{\lambda}{2}.$$

Одержимо формулу для визначення оптичної різниці ходу  $\Delta d$  для хвиль 1 і 2 (рис. 22). Оскільки

$$AC = CB = \frac{h}{\cos r}, \quad AD = AB \sin i = 2 h \cdot \operatorname{tg} r \cdot \sin i,$$

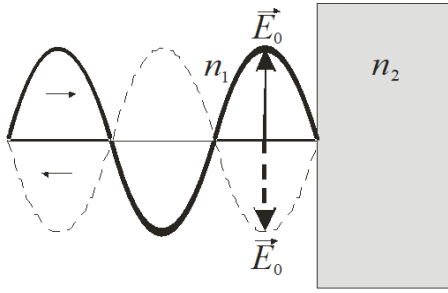


Рис. 23. Схема відбивання хвилі від межі поділу двох середовищ ( $n_1 < n_2$ )

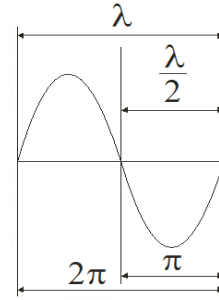


Рис. 24. Ілюстрація співставлення довжини і фази хвилі

то, використовуючи закон заломлення

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1},$$

$$\begin{aligned} \text{маємо: } \Delta d &= \frac{2h}{\cos r} n_2 - 2h \cdot \operatorname{tg} r \cdot \sin i \cdot n_1 = \frac{2h}{\cos r} n_2 - 2h \frac{\sin r}{\cos r} \cdot \sin i \cdot n_1 = \\ &= \frac{2h}{\cos r} n_2 - 2h \frac{\sin r}{\cos r} \cdot \sin r \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot n_1 = \frac{2h}{\cos r} n_2 - 2h \frac{\sin^2 r}{\cos r} \cdot n_2 = \\ &= \frac{2h}{\cos r} n_2 (1 - \sin^2 r) = \frac{2h}{\cos r} n_2 \cdot \cos^2 r = 2h n_2 \cdot \cos r = \\ &= 2h n_2 \sqrt{1 - \sin^2 r} = 2h n_2 \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 i} = 2h \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}. \end{aligned}$$

З урахуванням втрати половини довжини хвилі *максимум освітленості* в точці  $P_1$  спостерігатиметься за умови:

$$\Delta d = 2h \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} \pm \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (7.1)$$

*мінімум освітленості* в точці  $P_1$  спостерігатиметься за умови:

$$\Delta d = 2h \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} \pm \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (7.2)$$

Таким чином, під час накладання когерентних світлових хвиль виникає система світлих і темних інтерференційних смуг (рис. 25). Як впливає з рівнянь (7.1) і (7.2), для сталих величин  $\lambda$ ,  $h$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  кожному куту падіння  $i$  відповідає своя інтерференційна смуга. Тому такі смуги називають **смугами рівного нахилу**.

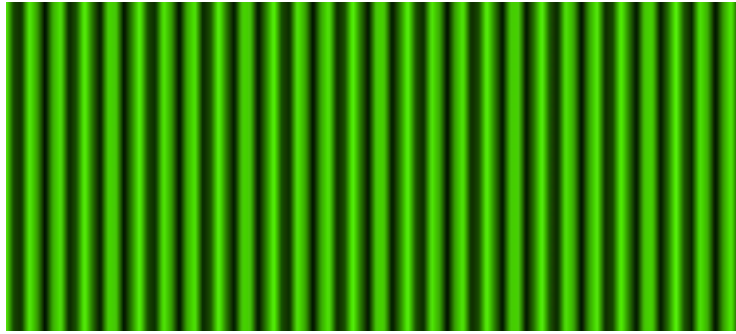


Рис. 25. Інтерференційна картина, що одержана методом поділу амплітуди

Інтерференція світла в тонких плівках спостерігається не тільки в напрямі відбитих променів, але й в прохідному світлі, тому що промені 1' і 2' є також когерентними. Інтерференційна картина в прохідному світлі за характером розташування максимумів і мінімумів буде доповнювати інтерференційну картину у відбитому світлі, бо втрачає половину довжини хвилі під час відбивання променя 2' або не буде зовсім для  $n_1 < n_2$  або буде втрата цілої хвилі для  $n_1 > n_2$  (відбувається зміна різниці фази на  $2\pi$ ), бо промінь 2' відбивається двічі від оптично гущішого середовища). Отже, доповнення інтерференційних картин означає: якщо промені 1 і 2 у відбитому напрямі для певного кута падіння дають максимум освітленості, то промені 1' і 2' в прохідному напрямі дадуть мінімум освітленості.

Кожна точка інтерференційної картини є результатом накладання паралельних променів у фокальній площині лінз  $L_1$  і  $L_2$ . Без цих лінз промені 1 і 2 (1' і 2') перетинаються лише на нескінченності. Тому вважається, що смуги рівного нахилу локалізовані на нескінченності.

2. *Інтерференція в пластинці змінної товщини.* Нехай поверхня  $MN$  прозорої пластинки змінної товщини освітлюється джерелом монохроматичного світла скінчених розмірів, яке розміщене від поверхні пластинки на достатньо великій відстані (рис. 26).

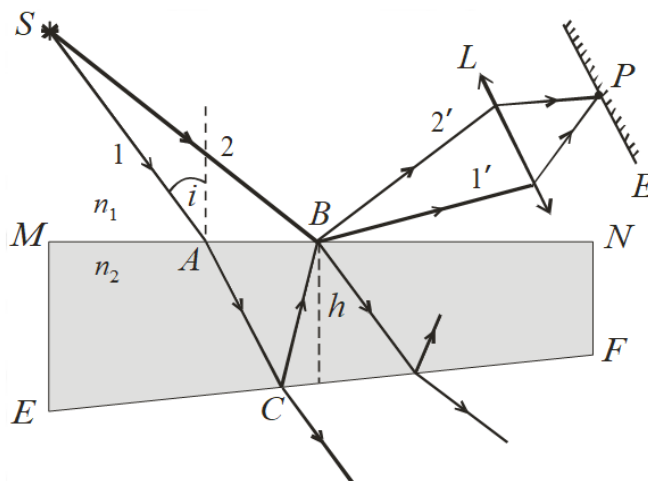


Рис. 26. Схема утворення когерентних хвиль у пластинці змінної товщини ( $n_1 < n_2$ )

Довільний промінь  $SA$  після заломлення в точці  $A$  та відбивання в точці  $C$  потрапляє в точку  $B$  ( $1'$ ). У світловому потоці, що поширюється від джерела світла  $S$ , завжди знайдеться промінь (2), який також потрапить в точку  $B$ , де зазнає заломлення та відбивання. Лінза  $L$  зводить промені  $1'$  і  $2'$  в точку екрана  $P$ .

Оскільки ці промені є когерентними, то вони інтерферують. За умови, що джерело світла  $S$  знаходиться на достатньо великій відстані й кут між поверхнями  $MN$  і  $EF$  досить малий, наближено можна вважати, що оптична різниця ходу визначається формулою:

$$\Delta d = 2 h \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} \pm \frac{\lambda}{2}.$$

При цьому кути падіння променів будуть майже однаковими. Тоді при сталих величинах  $\lambda$ ,  $i$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  результат інтерференції залежатиме від товщини  $h$  пластинки в точці  $B$ . Це означає, що всім точкам поверхні однакової товщини відповідатиме одна й та сама інтерференційна смуга. Максимуми або мінімуми однакової освітленості, що відповідають точкам поверхні, для яких товщина пластинки має одне й те саме значення, називаються **смугами рівної товщини**. Інтерференційні картини, що утворюються смугами рівної товщини й смугами рівного нахилу за зовнішнім виглядом є однаковими (рис. 25).

Смуги рівної товщини спостерігаються на поверхні пластинки, тому таку інтерференційну картину називають *локалізованою на поверхні пластинки*. У цьому є принципова відмінність смуг рівної товщини від смуг рівного нахилу. Збірна лінза  $L$  лише переносить місце локалізації інтерференційної картини з поверхні пластинки на екран.

Інтерференційні смуги рівної товщини можна спостерігати на мильній плівці, яка розташована вертикально. У результаті стікання рідини плівка внизу буде товстішою, тобто за довжиною вона матиме змінну товщину. Якщо спостереження проводити в білому світлі, то інтерференційні смуги будуть кольоровими.

Класичним прикладом смуг рівної товщини є **кільця Ньютона**. Вони спостерігаються як у прохідному, так і у відбитому світлі. Для їх спостереження використовують плоско опуклу лінзу, яка опуклою поверхнею торкається плоско паралельної скляної пластинки (рис. 27). Між лінзою і пластинкою виникає повітряний прошарок, який нелінійно змінює свою товщину від точки дотику до країв. Цей прошарок відіграє роль пластинки змінної товщини, від поверхонь якої відбиваються когерентні хвилі. При нормальному падінні монохроматичного світла смуги рівної товщини мають вигляд світлих і темних концентричних кіл (рис. 28), при падінні світла під кутом – вигляд еліпсів. У разі освітлення білим світлом кільця Ньютона будуть кольоровими.

Знайдемо зв'язок між радіусами кілець Ньютона  $r_m$  і радіусом кривизни лінзи  $R$  при нормальному падінні ( $i = 0$ ) монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda$ . Для цього спочатку розглянемо проходження променя 1. Цей промінь нормально падає на поверхню лінзи і без заломлення проходить до її нижньої поверхні. Частина світла відбивається, а частина світло заломлюється й проходить у повітряний прошарок змінної товщини.

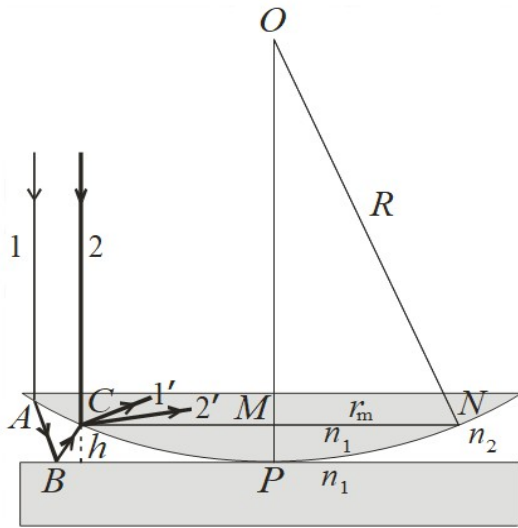


Рис. 27. Схема одержання кілець Ньютона

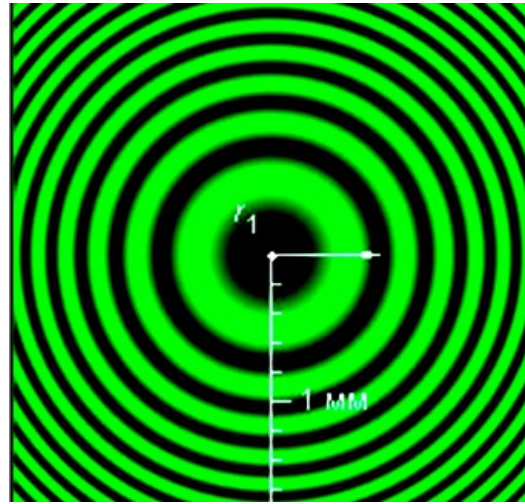


Рис. 28. Кільця Ньютона

У точці  $B$  знов частина світла заломлюється, а частина світла відбивається. Відбитий промінь потрапляє в точку  $C$  (нижня поверхня лінзи) і знов заломлюється (промінь  $1'$ ). Завжди з пучка світла знайдеться промінь  $2$ , який потрапляє в цю точку  $C$ . Він також зазнає часткового відбивання на нижньої поверхні лінзи (промінь  $2'$ ). Оскільки промені  $1'$  і  $2'$  є когерентними, то під час накладання в точці  $C$  вони інтерферують.

Нехай  $h$  – товщина повітряного прошарку для точки  $C$ . Розглянемо умову інтерференційного максимуму для променів  $1'$  і  $2'$  в точці  $C$ :

$$\Delta d = 2 h \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} \pm \frac{\lambda}{2} = 2 m \frac{\lambda}{2}.$$

Знак перед  $\frac{\lambda}{2}$  залежить від того, в якій точці  $A$  чи  $B$  відбувається зміна фази коливань вектора  $\vec{E}_0$  на  $\pi$ . Якщо лінза і пластинка виготовлені із скла, показник заломлення якого  $n_1$ , а показник заломлення повітряного прошарку  $n_2 = 1$ , то промінь  $1$  буде змінювати фазу на  $\pi$  в точці  $B$  і  $\frac{\lambda}{2}$  буде із знаком „+”, тобто:

$$\Delta d = 2 h + \frac{\lambda}{2} = 2 m \frac{\lambda}{2}, \quad (7.3)$$

тому що  $i = 0$ ,  $\sin i = 0$ ,  $n_2 = 1$ . З трикутника  $OMN$  маємо:  $ON^2 = MN^2 + OM^2$ . Оскільки  $ON = R$ ,  $OM = R - h$ ,  $MN = r_m$ , то

$$R^2 = r_m^2 + (R - h)^2 = r_m^2 + R^2 - 2 Rh + h^2 \approx R^2 - 2 Rh + r_m^2,$$

якщо виконується умова:

$$h \ll R \quad (h^2 \approx 0).$$

З останньої формули маємо:  $r_m^2 = 2 Rh$ .

З формули (7.3) знайдемо  $2 h = 2 m \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} = (2 m - 1) \frac{\lambda}{2}$ .

Тоді  $r_m^2 = R(2 m - 1) \frac{\lambda}{2}$ .

Звідки одержимо формулу для визначення радіусів *світлих* кілець Ньютона:

$$r_{m(cs)} = \sqrt{R(2 m - 1) \frac{\lambda}{2}}. \quad (7.4)$$

Формулу для визначення радіусів *темних* кілець Ньютона одержимо з умови:

$$\Delta d = 2 h + \frac{\lambda}{2} = (2 m + 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Знаходимо  $2 h$ :

$$2 h = (2 m + 1) \frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{2} = (2 m + 1 - 1) \frac{\lambda}{2} = 2 m \frac{\lambda}{2}.$$

Тоді  $r_m^2 = R 2 m \frac{\lambda}{2}$ .

Звідки  $r_{m(mem)} = \sqrt{R m \lambda}$ . (7.5)

У формулах (7.4) і (7.5)  $m$  – номери світлих або темних кілець Ньютона.

Під час спостереження кілець Ньютона у відбитому світлі в центрі інтерференційної картини буде мінімум освітленості (темна пляма), тому що оптична різниця ходу між променями дорівнюватиме  $\frac{\lambda}{2}$ , а різниця фаз становитиме  $\pi$ . Це відповідає умові інтерференційного мінімуму:

$$\Delta d = 0 + \frac{\lambda}{2} = (2 m + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ де } m = 0.$$

Під час інтерференції світла в прохідному напрямі вигляд інтерференційної картини змінюється. У центрі картини буде світла пляма, тому що промінь 1 відбивається від верхньої поверхні пластинки (точка  $B$ ) й від нижньої поверхні лінзи (точка  $C$ ), втрачаючи при цьому двічі по  $\frac{\lambda}{2}$ , тобто змінюючи фазу на  $2\pi$ , а промінь 2 проходить без втрат  $\frac{\lambda}{2}$ . Отже, максимумам освітленості у відбитому світлі будуть відповідати мінімуми освітленості в прохідному світлі. У прохідному світлі інтерференційна картина буде менш контрастна, тому що має місце два відбивання замість одного для відбитого світла.

**8.** Як відомо, від джерел світла поширюється множина цугів хвиль, які випромінюються незалежно один від одного у випадкові моменти часу. Коливання вектора  $\vec{E}_{0i}$  елементарних хвиль, які відбуваються в різних цугах, є некогерентними. Під час падіння природного світла на одновісний кристал (напрямок поширення



падаючої хвилі не збігається з напрямом оптичної осі кристала) в ньому поширюватиметься плоско поляризовані звичайна й незвичайна хвилі, площини поляризації яких взаємно перпендикулярні.

Кожна з елементарних хвиль, що падає на кристал, бере участь в утворенні звичайної та незвичайної хвилі, але їх вклад у цей процес є різним й залежить від кута  $\alpha_i$  між площиною коливань вектора  $\vec{E}_{0i}$  елементарної хвилі і головним перерізом кристала. Оскільки орієнтація вектора  $\vec{E}_{0i}$  елементарних хвиль по відношенню до напрямку поширення світлової хвилі є рівноймовірною, то елементарна хвиля, площина коливань вектора  $\vec{E}_{0i}$  якої збігається з головним перерізом кристала ( $\alpha_i = 0$ ), збуджує тільки незвичайну хвилю. Якщо ж площина коливань вектора  $\vec{E}_{0i}$  елементарної хвилі перпендикулярна до головного перерізу кристала ( $\alpha_i = 90^\circ$ ), то вона збуджує тільки звичайну хвилю. Для значень кута  $0 < \alpha_i < 90^\circ$  вклад в утворення звичайної та незвичайної хвиль визначається складовими вектора  $\vec{E}_{0i}$  елементарної хвилі:

$$\vec{E}_{0i} = \vec{E}_{0i}^o + \vec{E}_{0i}^e.$$

Отже, звичайна й незвичайна хвилі в основному породжуються різними елементарними хвилями, що належать різним цугам хвиль природного світла. Це означає, що звичайна й незвичайна хвилі, які поширюються всередині одновісного кристала під час падіння на нього природного світла, є некогерентними, тому інтерференція для цих хвиль неможлива.

Для одержання **інтерференції поляризованого світла** треба за допомогою поляризатора природне світло перетворити на плоско поляризоване й спрямувати його на одновісний кристал так, щоб кут  $\alpha$  між площиною поляризації елементарних хвиль, які виходять із поляризатора, і головним перерізом кристала знаходився в межах  $0 < \alpha < 90^\circ$  (кути  $\alpha_i$  для будь-яких елементарних хвиль після поляризатора однакові й дорівнюють  $\alpha$ ). За цієї умови звичайна і незвичайна хвилі, що утворюються в одновісному кристалі під час падіння на нього плоско поляризованого світла, будуть когерентними, тому що вони виникли з однієї плоско поляризованої хвилі (метод поділу амплітуди). Оскільки площини поляризації цих хвиль взаємно перпендикулярні, то інтерферувати вони не будуть. Для їхньої інтерференції потрібно коливання векторів  $\vec{E}_{0i}^o$  і  $\vec{E}_{0i}^e$  обох хвиль привести до однієї площини коливань за допомогою аналізатора.

Експериментальна установка для спостереження інтерференції поляризованого світла складається з джерела світла, поляризатора  $\Pi$ , пластинки  $K$  товщиною  $l$ , яка вирізається із одновісного кристала паралельно його оптичної осі  $M_1M_2$ , аналізатора  $A$  і екрана  $E$  (рис. 29).

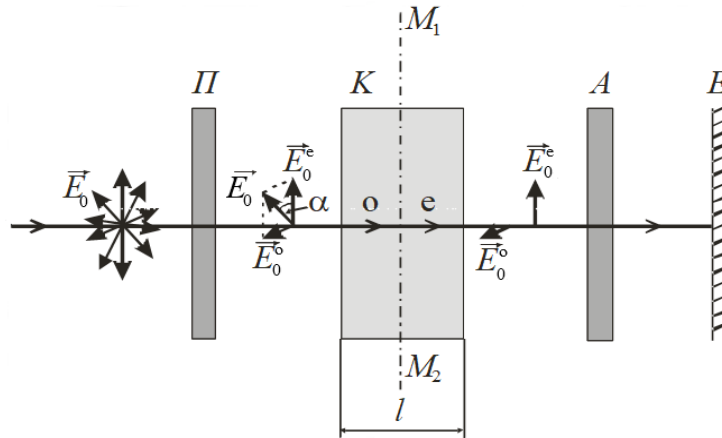


Рис. 29. Схема експериментальної установки для спостереження інтерференції поляризованого світла

Монохроматичне світло, проходячи поляризатором  $\Pi$ , перетворюється на плоско поляризоване світло. Пластинка  $K$  розташовується так, щоб напрям поширення плоско поляризованих хвиль був перпендикулярним до оптичної осі кристала  $M_1M_2$ . У цьому випадку всередині кристала утворюються когерентні звичайна і незвичайна хвилі, які в просторі не розділяються, а поширюються вздовж одного напрямку із різними швидкостями. Внаслідок цього між ними виникає оптична різниця ходу  $\Delta d = (n_o - n_e)l$  або різниця фаз:

$$\Delta\psi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta d = \frac{2\pi(n_o - n_e)l}{\lambda},$$

де  $\lambda$  – довжина світлової хвилі у вакуумі (повітрі). Аналізатор  $A$  зводить площини поляризації когерентних хвиль в одну площину, створюючи цим умови для здійснення інтерференції. На екрані  $E$  спостерігається інтерференційна картина, яка залежить не тільки від різниці фаз  $\Delta\psi$ , а й від орієнтації площин поляризатора та аналізатора.

Розглянемо два випадки інтерференції поляризованого світла.

1. Площини поляризатора  $\Pi$  і аналізатора  $A$  взаємно перпендикулярні ( $\Pi \perp A$ ), при цьому площина поляризатора  $\Pi$  утворює з оптичною віссю  $M_1M_2$  пластинки  $K$  кут  $\alpha$  (рис. 30). На рисунку монохроматична хвиля поширюється перпендикулярно до площини рисунку і йде до спостерігача.

Проходячи поляризатором  $\Pi$ , вона має амплітуду  $\vec{E}_0$ . Унаслідок подвійного променезаломлення в кристалічній пластинці  $K$  вона поділяється на звичайну і незвичайну хвилі з амплітудами:

$$\vec{E}_{01}^e = \vec{E}_0 \cos \alpha, \quad \vec{E}_{01}^o = \vec{E}_0 \sin \alpha.$$

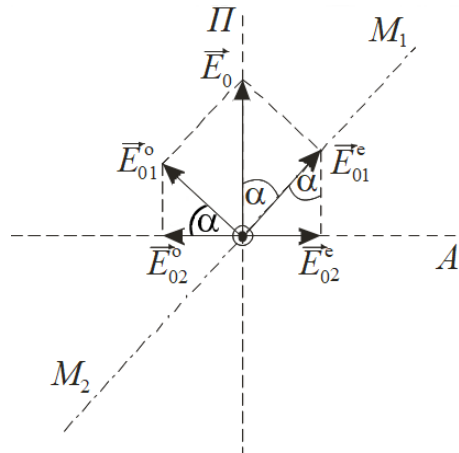


Рис. 30. Схема інтерференції звичайної та незвичайних хвиль за умови  $\Pi \perp A$

Аналізатор  $A$  пропустить лише складові цих коливань:

$$\vec{E}_{02}^e = \vec{E}_{01}^e \sin \alpha = \vec{E}_0 \cos \alpha \sin \alpha, \quad \vec{E}_{02}^o = \vec{E}_{01}^o \cos \alpha = \vec{E}_0 \sin \alpha \cos \alpha.$$

Таким чином, амплітуди  $\vec{E}_{02}^e$  і  $\vec{E}_{02}^o$  чисельно дорівнюють одна одній, а звичайна та незвичайна хвилі є когерентними.

Оскільки вектори  $\vec{E}_{02}^e$  і  $\vec{E}_{02}^o$  мають протилежні напрями, то до різниці фаз між звичайною та незвичайною хвилями треба додати  $\pi$ :

$$\Delta\psi_{\perp} = \frac{2\pi(n_o - n_e)l}{\lambda} + \pi.$$

Якщо  $\Delta\psi_{\perp} = 2m\pi$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ),

то на екрані  $E$  спостерігається максимум освітленості.

Якщо  $\Delta\psi_{\perp} = (2m + 1)\pi$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ),

то на екрані  $E$  спостерігається мінімум освітленості.

2. Нехай площини поляризатора  $\Pi$  і аналізатора  $A$  паралельні ( $\Pi \parallel A$ ) і утворюють з оптичною віссю  $M_1M_2$  пластинки  $K$  кут  $\alpha$  (рис. 31).

З рисунку бачимо, що

$$\vec{E}_{02}^e = \vec{E}_{01}^e \cos \alpha = \vec{E}_0 \cos \alpha \cos \alpha = \vec{E}_0 \cos^2 \alpha, \quad \vec{E}_{02}^o = \vec{E}_{01}^o \sin \alpha = \vec{E}_0 \sin \alpha \sin \alpha = \vec{E}_0 \sin^2 \alpha.$$

Аналізатор зводить складові  $\vec{E}_{02}^e$  і  $\vec{E}_{02}^o$  в одну площину, де вони інтерферують. Вектори  $\vec{E}_{02}^e$  і  $\vec{E}_{02}^o$  мають однаковий напрям, а звичайна та незвичайна хвилі різницю фаз:

$$\Delta\psi_{\parallel} = \frac{2\pi(n_o - n_e)l}{\lambda}.$$

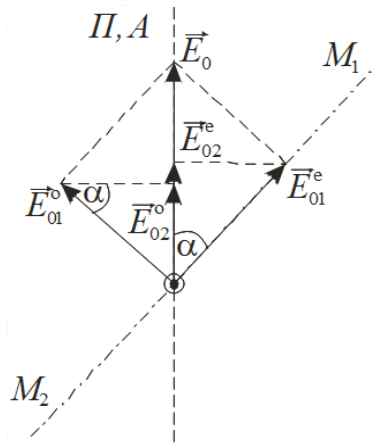


Рис. 31. Схема інтерференції звичайної та незвичайної хвилі за умови  $P \parallel A$

Оскільки різниці фаз  $\Delta\psi_{\perp}$  і  $\Delta\psi_{\parallel}$  відрізняються на  $\pi$ , то для певної товщини  $l$  пластинки  $K$  в монохроматичному світлі для  $P \parallel A$  на екрані  $E$  спостерігається мінімум освітленості, для  $P \perp A$  максимум освітленості. Такі інтерференційні картини називають *доповнюючими*. Це проявляється в тому, що під час обертання поляризатора  $P$ , пластинки  $K$  або аналізатора  $A$  місця максимумів перетворюються на місця мінімумів й навпаки.

Інтерференційна картина відсутня, коли пластинка  $K$  орієнтована так, що її оптична вісь  $M_1M_2$  паралельна або перпендикулярна до площини поляризатора  $P$  або аналізатора  $A$ . Цією властивістю користуються для визначення напрямку оптичної осі в одновісному кристалі. Якщо товщина пластинки  $K$  неоднакова, то замість однорідно забарвленого поля інтерференційна картина в монохроматичному світлі матиме вигляд світлих і темних смуг. Якщо замість монохроматичного світла експериментальну установку (рис. 29) освітлювати білим світлом, то інтерференційна картина виглядає різнокольоровою. Під час обертання поляризатора  $P$  або аналізатора  $A$  кольори неперервно змінюються. Це пояснюється залежністю зсуву фаз  $\Delta\psi$  від довжини хвилі  $\lambda$ . Якщо кристалічна пластинка  $K$  має різну товщину, то певна інтерференційна лінія (*ізохромата*) проходить через точки рівної товщини  $l$ .

### Запитання для самоконтролю

1. Пояснити суть методу поділу амплітуди світлової хвилі?
2. Де саме відбувається поділ амплітуди під час інтерференції в тонких плівках?
3. Навести приклади інтерференції в тонких плівках?
4. Що означає вираз „втрата” половини довжини хвилі?
5. Записати формулу для оптичної різниці ходу когерентних світлових хвиль для випадку  $n_1 < n_2$ .
6. Записати формулу для оптичної різниці ходу когерентних світлових хвиль для випадку  $n_1 > n_2$ .
7. Записати умови інтерференційних максимумів та мінімумів під час інтерференції в тонких плівках.
8. Чому інтерференційну картину, яку утворюють когерентні світлові хвилі під час відбивання від поверхонь плоско паралельної пластинки, називають смугами рівного нахилу?
9. Чим відрізняються смуги рівного нахилу у відбитому світлі від смуг рівного нахилу в прохідному світлі?
10. Чому інтерференційну картину, яку утворюють когерентні світлові хвилі під час відбивання від поверхонь пластинки змінної товщини, називають смугами рівної товщини?
11. У чому полягає принципова відмінність між смугами рівного нахилу й смугами рівної товщини?
12. Що являють собою кільця Ньютона?
13. Намалювати схему експериментальної установки для одержання кілець Ньютона й показати місце, де саме відбувається інтерференція у відбитому світлі?
14. У якому випадку кільця Ньютона є колами; еліпсами?
15. Записати і пояснити формулу для радіусів світлих кілець Ньютона у відбитому світлі.
16. Записати і пояснити формулу для радіусів темних кілець Ньютона у відбитому світлі.
17. Записати і пояснити формулу для радіусів світлих кілець Ньютона в прохідному світлі.
18. Записати і пояснити формулу для радіусів темних кілець Ньютона в прохідному світлі.
19. Записати умови інтерференційного максимуму та мінімуму для випадку нормального падіння світла на плоску поверхню плоско-опуклої лінзи.
20. Чому у відбитому світлі в центрі інтерференційної картини кілець Ньютона завжди спостерігається темна пляма?
21. Чому в прохідному світлі кільця Ньютона є менш контрастними?

22. Чому звичайна і незвичайна хвилі, які поширюються всередині одновісного кристала під час падіння на нього природного світла, не є когерентними?
23. За якою умовою звичайна і незвичайна хвилі, які поширюються всередині одновісного кристала, є когерентними?
24. За якою умовою когерентні звичайна і незвичайна хвилі інтерферують?
25. Яким методом одержуються когерентні звичайна і незвичайна хвилі?
26. Намалювати схему експериментальної установки для одержання інтерференції поляризованих хвиль.
27. Показати на експериментальній установці місце, в якому відбувається інтерференція поляризованих хвиль.
28. Як поширюються звичайна і незвичайна хвилі всередині одновісного кристала, коли напрям їх поширення є перпендикулярним до напрямку оптичної осі кристала?
29. Що є причиною виникнення різниці фаз між когерентними звичайної та незвичайної хвилями всередині одновісного кристала?
30. Записати і пояснити формули для оптичної різниці ходу й різниці фаз, що виникають між звичайною і незвичайною хвилями під час поширення всередині одновісного кристала?
31. Записати і пояснити умови інтерференційного максимуму і мінімуму для різниці фаз між звичайною і незвичайною хвилями, коли площини поляризатора та аналізатора взаємно перпендикулярні.
32. Записати і пояснити умови інтерференційного максимуму і мінімуму для різниці фаз між звичайною і незвичайною хвилями, коли площини поляризатора та аналізатора паралельні.
33. Чому інтерференційні картини для поляризованих хвиль доповнюють одна одну під час обертання поляризатора, одновісного кристала або аналізатора? У чому це проявляється?
34. Як впливає неоднакова товщина одновісного кристала на вигляд інтерференційної картини?
35. Чим відрізняється інтерференційна картина, коли експериментальна установка освітлюється монохроматичним світлом, від інтерференційної картини, коли експериментальна установка освітлюється білим світлом?

## Лекція №8

**Хвильова оптика**

9. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракція Френеля на малих отворах. Умова дифракції Френеля.

**9. Дифракція світла** – це оптичне явище, яке пов'язане із зміною напрямку поширення світлових хвиль та з просторовим перерозподілом їх інтенсивності під впливом перешкод на їхньому шляху. Під дифракцією розуміють будь-яке відхилення світлових хвиль від прямолінійного напрямку поширення, якщо воно не зумовлене відбиванням, заломленням або викривленням променів у середовищах, в яких показник заломлення безперервно змінюється (рефракція).

Задача дифракції вважається розв'язаною, якщо визначено розподіл інтенсивності світла залежно від кута дифракції. *Кутом дифракції* називають кут між попереднім напрямком поширення хвилі й напрямком хвилі, що поширюється в область геометричної тіні.

У 1690 р. голландський фізик Гюйгенс запропонував спосіб знаходження фронту хвилі в просторі в будь-який момент часу. Цей спосіб одержав назву **принципу Гюйгенса**. Згідно принципу Гюйгенса кожна точка хвильового фронту  $S(t)$  можна вважати джерелом вторинних елементарних сферичних хвиль. Хвильовим фронтом  $S(t + \Delta t)$  у будь-який наступний момент часу є огинаюча поверхня до фронтів вторинних елементарних сферичних хвиль (рис. 32, а). Радіальні прямі на рисунку показують напрям поширення сферичної хвилі. Якщо на шляху світлової хвилі поставити перешкоду, наприклад, отвір, то фронт хвилі, як огинаюча вторинних хвиль, спотворюється нею і виникають нові напрями поширення хвилі, що йдуть в область геометричної тіні, а це і є дифракція (рис. 32, б).

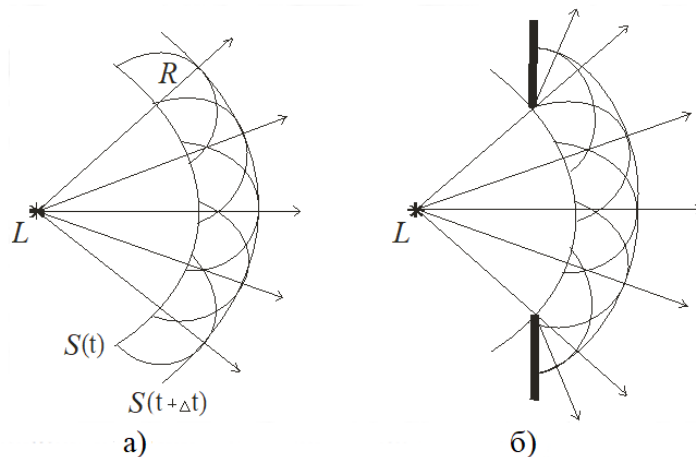


Рис. 32. Ілюстрація принципу Гюйгенса

Принцип Гюйгенса є суто геометричним способом побудови хвильового фронту, оскільки він не пов'язаний з фізичною природою хвиль. Вторинні хвилі відіграють роль не реальних хвиль, а допоміжних сфер, за допомогою яких шляхом

геометричних побудов знаходять нове положення хвильового фронту. Тому принцип Гюйгенса дає змогу визначити лише напрям поширення хвильового фронту, але не дає уявлення про інтенсивність світла в різних напрямках. Тобто він не розв'язує задачі дифракції.

Цей недолік принципу Гюйгенса було усунуто в 1815 р. французьким фізиком Френелем, який доповнив його ідеєю про інтерференцію вторинних хвиль. За Френелем світло має спостерігатися у тих місцях простору, де вторинні хвилі підсилюють одна одну внаслідок інтерференції. Цим розкривається фізична суть огинаючої поверхні, як поверхні, до якої вторинні хвилі приходять в однакових фазах (рис. 33). Принцип Гюйгенса з доповненням Френеля одержав назву **принципу Гюйгенса-Френеля**. Формулювання принципу Гюйгенса-Френеля: кожний елемент хвильового фронту є джерелом вторинних когерентних хвиль, а результуюче світлове поле спостерігається в тих точках простору, де вторинні хвилі підсилюють одна одну внаслідок інтерференції.

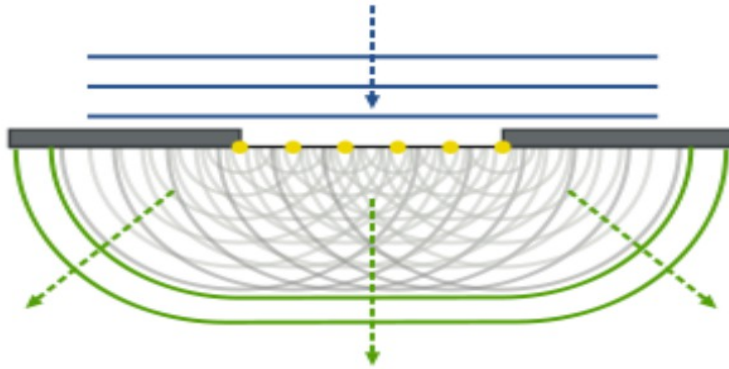


Рис. 33. Ілюстрація принципу Гюйгенса-Френеля

Суть принципу Гюйгенса-Френеля полягає в тому, що реальні джерела світла замінюють на обвідну *світну поверхню*, точки якої є вторинними точковими когерентними джерелами світла. Світлове поле, що виникає внаслідок інтерференції вторинних хвиль у просторі поза межами цієї поверхні збігаються з полем реальних світлових хвиль.

Нехай сферична світлова хвиля, яка має довжину  $\lambda$ , поширюється в однорідному середовищі від точкового джерела  $L$  до деякої точки спостереження  $P$  (рис. 34). Треба розрахувати інтенсивність світла в точці  $P$ .

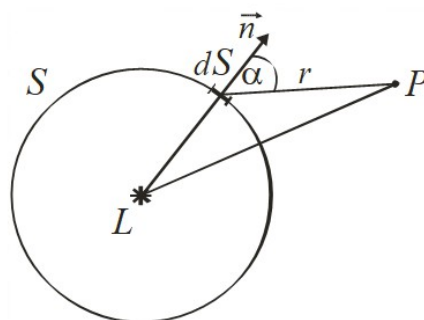


Рис. 34. Схема визначення інтенсивності світла в деякій точці простору  $P$



Для зручності виберемо світну поверхню  $S$ , яка відповідає миттєвому положенню сферичного хвильового фронту, що поширюється від джерела  $L$  до точки  $P$ . Відповідно до принципу Гюйгенса-Френеля кожний елемент світної поверхні  $dS$  треба розглядати як елементарне джерело вторинних хвиль. Отже, вторинна сферична монохроматична хвиля створює в точці  $P$  від елемента  $dS$  коливання вектора напруженості електричного поля:

$$dE_p = R(\alpha) \frac{E_0}{r} dS \cos(\omega t - kr + \psi_0),$$

де  $R(\alpha)$  – коефіцієнт нахилу, який відповідає за відсутність хвиль у напрямі до первинного джерела  $L$  ( $R_{\alpha=0} = 1, R_{\alpha=90^\circ} = 0$ );  $(\omega t + \psi_0)$  – фаза коливань на елементі  $dS$ ;  $\psi_0$  – початкова фаза коливань на елементі  $dS$ ;  $r$  – відстань від елемента  $dS$  до точки  $P$ ;  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – хвильове число;  $E_0$  – амплітуда вторинної хвилі на відстані 1 м від елемента  $dS$ ;  $E_{op} = R(\alpha) \frac{E_0}{r} dS$  – амплітуда коливань вторинної хвилі в точці  $P$ .

Оскільки фази і частота усіх вторинних хвиль від джерел  $dS$  визначаються первинним джерелом  $L$ , то вони завжди є когерентними. Вторинні хвилі, які випромінюються цими джерелами, в точці  $P$  інтерферують й результуюче коливання визначиться як суперпозиція вторинних коливань у цієї точці:

$$E_p = \int R(\alpha) \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \psi_0) dS. \quad (9.1)$$

Ця формула являє собою *математичний вираз* принципу Гюйгенса-Френеля. Інтенсивність світла в точці  $P$  можна знайти як  $I_p \sim E_p^2$ .

Щоб уникнути значних математичних труднощів під час розв'язку задачі дифракції в багатьох випадках використовують так званий **метод зон Френеля**. Нехай  $L$  – точкове джерело світла, яке випромінює сферичну монохроматичну хвилю. Треба знайти інтенсивність світла в точці  $P$  (рис. 35).

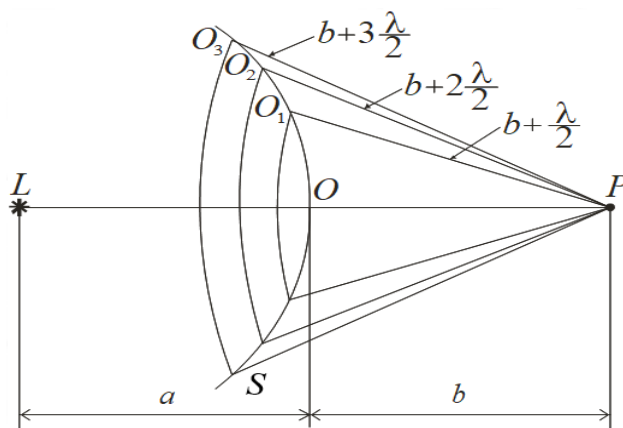


Рис. 35. Схема поділу світної поверхні на кільцеві зони Френеля

Згідно з принципом Гюйгенса-Френеля дію реального джерела світла замінюють дією вторинних джерел, що знаходяться на оточувальній джерело  $L$  світній поверхні у вигляді сферичного хвильового фронту  $S$ .

Метод зон Френеля полягає в тому, світну поверхню розбивають не на окремі точкові джерела, а на певні ділянки (*кільцеві зони*) так, щоб відстань від країв кожної зони до точки  $P$  відрізнялась на  $\frac{\lambda}{2}$ . Для цього треба провести концентричні сфери з центром в точці  $P$  радіусами:

$$b + \frac{\lambda}{2}, b + 2\frac{\lambda}{2}, b + 3\frac{\lambda}{2}, \dots$$

Тоді  $O_1P - OP = O_2P - O_1P = O_3P - O_2P = \dots = \frac{\lambda}{2}$ .

Внаслідок перетину концентричних сфер із світною поверхнею утворюються кільцеві зони, які називаються **зонами Френеля**. Під час такого поділу світної поверхні на зони різниця ходу між хвилями від двох сусідніх зон в точці  $P$  дорівнює  $\frac{\lambda}{2}$ . Це означає, що коливання, які зумовлені дією двох сусідніх зон, матимуть протилежні фази і внаслідок інтерференції послаблятимуть одне одного.

Для оцінки амплітуди коливань вторинних хвиль в точці  $P$  знайдемо площу зони Френеля. Нехай  $r_k$  – радіус  $k$  зони Френеля, для якої  $b_k = b + k\frac{\lambda}{2}$ . Зовнішня границя  $k$  зони відтинає від світної поверхні сферичний сегмент висотою  $h_k$  (рис, 36). Позначимо площу цього сегмента через  $S_k$ . Тоді площу  $k$  зони можна знайти у вигляді:

$$\Delta S = S_k - S_{k-1},$$

де  $S_{k-1}$  – площа сферичного сегмента, який відтинає зовнішня границя  $(k-1)$  зони.

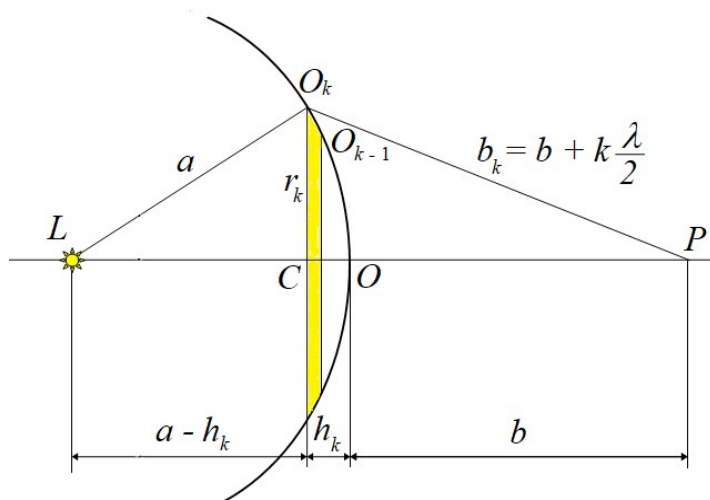


Рис. 36. Ілюстрація до визначення площі зони Френеля

З трикутників  $LCO_k$  і  $PCO_k$  маємо:

$$r_k^2 = a^2 - (a - h)^2, \quad r_k^2 = (b + k \frac{\lambda}{2})^2 - (b + h_k)^2.$$

Прирівнюємо праві частини обох формул:

$$a^2 - (a - h)^2 = (b + k \frac{\lambda}{2})^2 - (b + h_k)^2,$$

$$a^2 - a^2 + 2 ah_k - h_k^2 = b^2 + 2 bk \frac{\lambda}{2} + (k \frac{\lambda}{2})^2 - b^2 - 2 bh_k - h_k^2,$$

$$2 ah_k + 2 bh_k = 2 bk \frac{\lambda}{2} + (k \frac{\lambda}{2})^2.$$

Звідки

$$h_k = \frac{2 bk \frac{\lambda}{2} + (k \frac{\lambda}{2})^2}{2(a + b)}.$$

За умови  $\lambda \ll b$  доданок  $(k \frac{\lambda}{2})^2 \approx 0$ . З врахуванням цього маємо:

$$h_k = \frac{bk\lambda}{2(a + b)}.$$

Відомо, що площа поверхні сферичного сегмента визначається формулою  $S = 2 \pi Rh$ , де  $R$  – радіус сфери,  $h$  – висота сегмента. Отже, площа сегмента дорівнює:

$$S_k = 2 \pi ah_k = \frac{2 \pi abk \lambda}{2(a + b)} = \frac{\pi abk \lambda}{a + b}.$$

Тоді площа  $k$  зони Френеля визначатиметься формулою:

$$\Delta S_k = S_k - S_{k-1} = \frac{\pi abk \lambda}{a + b} - \frac{\pi ab(k-1)\lambda}{a + b} = \frac{\pi ab \lambda}{a + b}.$$

Одержаний вираз не залежить від номера зони  $k$ . Це означає, що площі зон є однаковими. Оскільки геометрична різниця ходу хвиль, що поширюються в точку  $P$  від двох сусідніх зон, дорівнює  $\frac{\lambda}{2}$ , то коливання, які зумовлені дією цих зон у точці  $P$ , матимуть протилежні фази. Тоді результуюча амплітуда в точці  $P$  дорівнюватиме:

$$E_{0P} = E_{01} - E_{02} + E_{03} - E_{04} + \dots \pm E_{0k} \quad (9.2)$$

Згідно з математичним виразом принципу Гюйгенса-Френеля із збільшенням номера зони збільшується відстань  $r$  і зменшується коефіцієнт

нахилу  $R(\alpha)$ . Це означає, що із збільшенням номера зони відповідні їм амплітуди в точці  $P$  монотонно зменшуватимуться, тобто  $E_{01} > E_{02} > E_{03} > \dots$ . Тому амплітуду будь-якої зони можна наближено визначити через амплітуди сусідніх зон:

$$E_{0k} = \frac{E_{0(k-1)} + E_{0(k+1)}}{2} = \frac{E_{0(k-1)}}{2} + \frac{E_{0(k+1)}}{2}. \quad (9.3)$$

Враховуючи це, запишемо результуючу амплітуду в точці  $P$  у вигляді:

$$E_{0P} = \frac{E_{01}}{2} + \left(\frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2}\right) + \left(\frac{E_{03}}{2} - E_{04} + \frac{E_{05}}{2}\right) + \left(\frac{E_{05}}{2} - \dots\right) + \dots = \frac{E_{01}}{2},$$

оскільки вирази в дужках дорівнюють нулю.

Отже, одержана формула показує, що результуюча дія повністю відкритого сферичного фронту світлової хвилі в точці  $P$ , яка поширюється від джерела  $L$ , еквівалентна дії половини однієї центральної зони.

Радіус зони можна знайти із співвідношення:

$$r_k^2 = a^2 - (a - h_k)^2 = a^2 - a^2 + 2ah_k - h_k^2.$$

Для невеликих  $k$  висота сегмента  $h_k \ll a$ , тому  $r_k^2 = 2ah_k$ .

$$\text{Звідки} \quad r_k = \sqrt{2ah_k} = \sqrt{\frac{abk\lambda}{a+b}}. \quad (9.4)$$

Якщо  $a = b = 1 \text{ м}$ ,  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$  (зелене світло), то радіус першої зони Френеля дорівнює  $r_1 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,5 \text{ мм}$ . Це означає, що під час вільного поширення світла в однорідному середовищі від джерела  $L$  до точки  $P$  ніби світловий потік проходить всередині дуже вузького каналу вздовж напрямку  $LP$ , діаметр якого дорівнює радіусу першої зони Френеля. Так принцип Гюйгенса-Френеля пояснює прямолінійне поширення світла.

Розглянемо **дифракцію Френеля на малому отворі**. Якщо на шляху поширення світла розмістити перший екран з круглим отвором значних розмірів, то за ним на другому екрані спостерігатиметься світна пляма, яка обмежена тінню. Якщо розміри отвору весь час зменшувати, то контури тіні все більше стають розмитими, й, нарешті, світна пляма перетворюється на сукупність світлих та темних кілець. Такий вигляд має *дифракційна* (інтерференційна) *картина*, яка є результатом дифракції Френеля на малому отворі. Поняття дифракційної картини є еквівалентним поняттю інтерференційної картини, тому що явище дифракції завжди супроводжується явищем інтерференції.

Нехай джерело  $L$  випромінює монохроматичну сферичну хвилю. Фронт сферичної хвилі, що досягає перешкоди  $D$  (отвір), слід розбити на кільцеві зони Френеля (рис. 37).

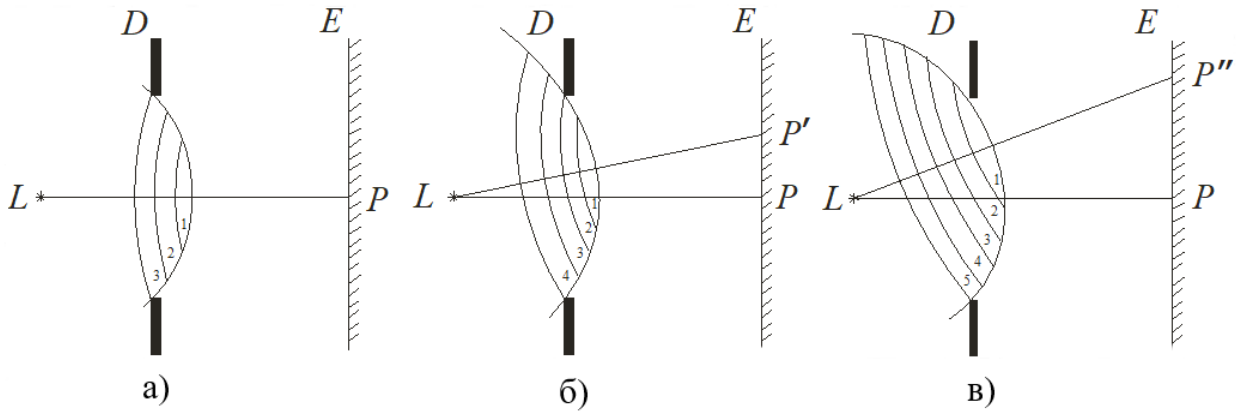


Рис. 37. Схема дифракції Френеля на малому отворі

Нехай в напрямі  $LP$  отвір вміщує 3 зони Френеля (рис. 37, а). Тоді непарна кількість зон буде давати максимум освітленості, тому що дія однієї зони залишається некомпенсованою:

$$E_{\text{оп}} = \frac{E_{01}}{2} + \left( \frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2} \right) + \frac{E_{03}}{2} \Rightarrow \text{max.}$$

Нехай в напрямі  $LP'$  отвір вміщує 4 зони Френеля (рис. 37. б). Тоді в точці  $P'$  спостерігається мінімум освітленості (дія всіх зон компенсується):

$$E_{\text{оп}'} = \frac{E_{01}}{2} + \left( \frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2} \right) + \frac{E_{03}}{2} - E_{04} \Rightarrow \text{min.}$$

Якщо в напрямі  $LP''$  отвір вміщує 5 зон Френеля (рис. 37, в), то в точці  $P''$  знову спостерігається максимум освітленості:

$$E_{\text{оп}''} = \frac{E_{01}}{2} + \left( \frac{E_{01}}{2} - E_{02} + \frac{E_{03}}{2} \right) + \left( \frac{E_{03}}{2} - E_{04} + \frac{E_{05}}{2} \right) + \frac{E_{05}}{2} \Rightarrow \text{max.}$$

Окремі розглянуті випадки дифракції Френеля на малому отворі об'єднуємо спільною схемою утворення дифракційної картини, яка доповнюється залежністю  $I = f(x)$  інтенсивності світла ( $I$ ) від координати ( $x$ ) інтерференційних максимумів або мінімумів освітленості на екрані (рис. 38). Схема утворення дифракційної картини разом із графіком  $I = f(x)$  пояснюють, чому дифракційна картина має вигляд світлих та темних кілець.

Якщо змінювати відстань між джерелом світла та екраном або змінювати діаметр отвору, то в центрі дифракційної картини спостерігається зміна інтерференційного максимуму (рис. 39, а), на інтерференційний мінімум (рис. 39, б) й навпаки. Це пояснюється зміною кількості відкритих отвором зон Френеля для даного напрямку поширення світла.

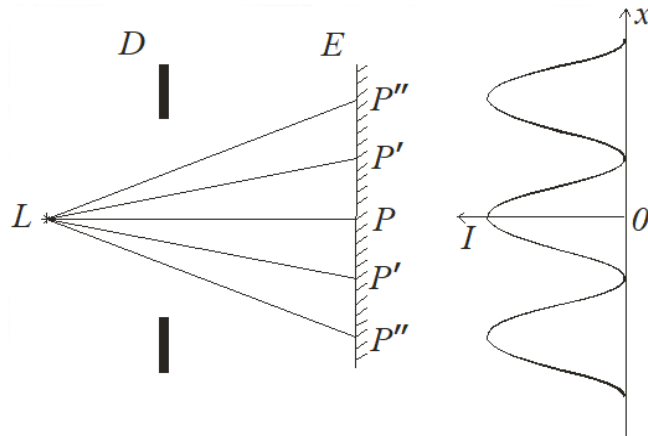


Рис. 38. Схема утворення світлих та темних кілець на екрані під час дифракції Френеля на малому отворі

Освітленість в точці  $P$  можна значно збільшити, якщо закрити всі парні або непарні зони Френеля. Тоді, згідно формули (9.2), результуюча амплітуда коливань в точці  $P$  відповідно дорівнюватиме:

$$E_{0P} = E_{01} + E_{03} + E_{05} \dots, \quad E_{0P} = E_{02} + E_{04} + E_{06} \dots$$

Екран, який перекриває всі зони Френеля однакової парності, називають *зонною пластинкою*. Вона має прозорі та непрозорі кільця, радіуси яких визначаються формулою (9.4). Радіуси прозорих кілець підраховуються для  $k = 2, 4, 6, \dots$ , а непрозорих кілець для  $k = 1, 3, 5, \dots$ . Таку пластинку можна одержати фотографуванням кілець Ньютона, оскільки їх радіуси визначаються подібними формулами (7.4) і (7.5).

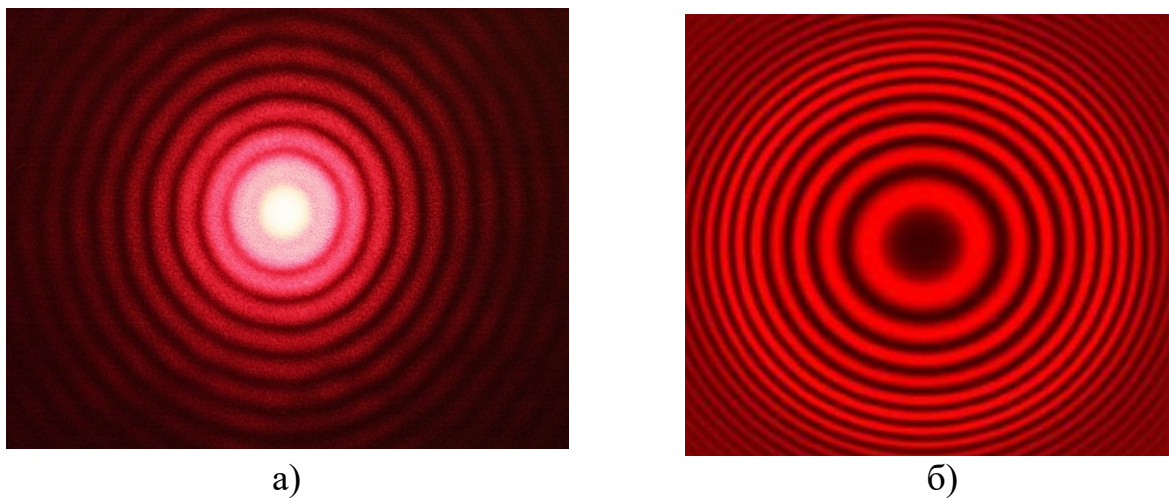


Рис. 39. Дифракційні картини для непарної (а) та парної (б) кількості відкритих отвором зон Френеля

З формули (9.2) також видно, що освітленість в точці  $P$  можна ще збільшити, якщо фази коливань, що зумовлені дією парних або непарних зон у цій точці, змінити на  $\pi$ . Таку пластинку називають *фазовою зонною пластинкою*.

Сформулюємо **умову дифракція Френеля**: якщо лінійні розміри перешкоди співрозмірні з розмірами першої зони Френеля, то можна чекати, що виникне дифракційна картина як прояв хвильових властивостей світла. Якщо ж розміри перешкоди значно більші за розміри першої зони Френеля, то поширення світла відбувається за законами геометричної оптики.

### Запитання для самоконтролю

1. Що називають дифракцією світла?
2. Що називають хвильовою поверхнею, хвильовим фронтом?
3. Сформулювати принцип Гюйгенса.
4. Як пояснює принцип Гюйгенса дифракцію світла?
5. У чому полягає задача дифракції?
6. Що називають кутом дифракції?
7. У чому полягає обмеженість принципу Гюйгенса?
8. Яким є доповнення Френеля до принципу Гюйгенса?
9. Як пояснює принцип Гюйгенса-Френеля суть огинаючої поверхні?
10. Яку роль відіграють світні поверхні?
11. Записати й пояснити математичний вираз принципу Гюйгенса-Френеля.
12. У чому полягає суть методу зон Френеля?
13. Що являє собою зона Френеля?
14. Записати й пояснити формулу для площі зони Френеля.
15. Як змінюється амплітуда вторинних хвиль, що випромінюються зонами Френеля, із збільшенням номера зони?
16. Записати й пояснити формулу для радіуса зони Френеля.
17. Як пояснює принцип Гюйгенса-Френеля прямолінійне поширення світла?
18. Як пояснюється результат дифракції світла на малому отворі з точки зору методу зон Френеля?
19. У якому випадку в центрі дифракційної картини спостерігається інтерференційний максимум освітленості?
20. У якому випадку в центрі дифракційної картини спостерігається інтерференційний мінімум освітленості?
21. Що називають зонною пластинкою? Яке її призначення?
22. Чим відрізняється звичайна зонна пластинка від фазової зонної пластинки?
23. Сформулювати умови виникнення дифракції світла.

## Лекція №9

**Хвильова оптика**

10. Дифракція Фраунгофера на одній та на двох щілинах. Дифракційна решітка. Дифракційні спектри.

**10.** Результатом дифракції світла є *дифракційна картина*, яка спостерігається на екрані й являє собою стійке в часі просторове зображення перерозподілу інтенсивності світла внаслідок дифракції. За своєю суттю дифракційна картина є інтерференційною картиною. Під час проходження монохроматичного світла перешкодою у вигляді щілини дифракційна картина має вигляд світлих та темних смуг одного напрямку. Коли перешкодою є круглий отвір, то дифракційна картина являє собою світлі та темні концентричні кільця.

Умовою спостереження дифракційної картини є певне співвідношення між довжиною хвилі  $\lambda$ , характерним розміром перешкоди  $D$  (ширина щілини, діаметр отвору, довжина дифракційної решітки, радіус кривизни краю перешкоди тощо) і відстанню  $L$  між перешкодою та точкою спостереження, яке називається *параметром дифракції*  $\frac{L\lambda}{D^2}$ .

Дифракційні явища за своїм характером поділяються на два типи: дифракція Френеля і дифракція Фраунгофера. Для дифракції Френеля дифракційна картина спостерігається на скінченній відстані від перешкоди, що викликає дифракцію. На перешкоду може падати або плоска або сферична хвиля, але поза перешкодою в різних напрямках поширюється тільки сферична хвиля, тому дифракція Френеля – це дифракція в *непаралельних* променях. На екрані спостерігається дифракційна картина, в центрі якої може бути як світла так й темна пляма або смуга. Дифракція Френеля виникає тоді, коли кутовий розмір перешкоди  $\varphi = \frac{D}{L}$  співрозмірний з відношенням довжини хвилі до лінійного розміру перешкоди:  $\frac{D}{L} \sim \frac{\lambda}{D}$ , тобто, коли параметр дифракції близький до одиниці:

$$\frac{L\lambda}{D^2} \sim 1.$$

За цією умовою характерний розмір перешкоди співрозмірний з розміром першої зони Френеля.

Для дифракції Фраунгофера дифракційна картина нескінченно віддалена від перешкоди, а перешкода нескінченно віддалена від джерела світла. У цьому випадку промені, що падають на перешкоду, і промені, які йдуть поза перешкодою, паралельні між собою (плоска хвиля), тому для спостереження дифракційної картини використовують збірну лінзу. У центрі дифракційної картини завжди спостерігається тільки світла пляма або смуга. Таку дифракцію вперше вивчав



німецький фізик Фраунгофер, тому її називають **дифракцією Фраунгофера**. Дифракція Фраунгофера – це дифракція в *паралельних* променях. Для дифракції Фраунгофера параметр дифракції значно більший за одиницю:

$$\frac{L\lambda}{D^2} \gg 1.$$

За цією умовою характерний розмір перешкоди значно менший за розмір першої зони Френеля, оскільки для паралельних променів, що падають на перешкоду, кривизною хвильового фронту можна нехтувати.

Обидва типи дифракції принципово не відрізняються, тобто дифракція Фраунгофера є граничним випадком дифракції Френеля.

Якщо параметр дифракції значно менший за одиницю:

$$\frac{L\lambda}{D^2} \ll 1,$$

то розміри перешкоди значно перевищують розмір першої зони Френеля. Це означає, що світло поза перешкодою поширюється за законами геометричної оптики.

Розглянемо **дифракцію Фраунгофера на щілині**. Найбільш важливими з практичної точки зору є дифракція Фраунгофера на одній, на двох щілинах та на періодичній структурі з багатьох щілин, яка називається дифракційною решіткою. *Щілиною* називається прямокутний отвір, ширина якого набагато менша за його довжину ( $\sim 1:1000$ ).

Дифракцію Фраунгофера в лабораторних умовах можна спостерігати за наступною схемою (рис. 40).

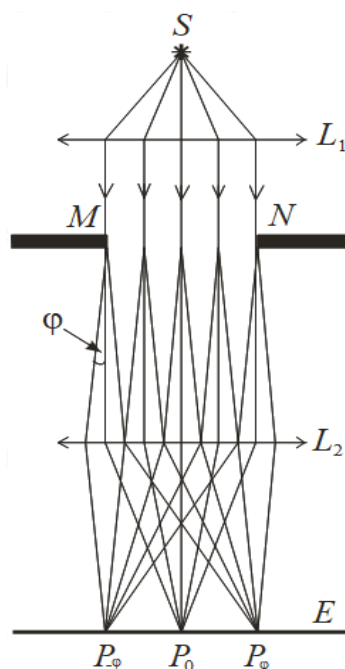


Рис. 40. Схема дифракції Фраунгофера на щілині

Джерело монохроматичного світла  $S$  розташоване у фокальній площині збірної лінзи  $L_1$ . Лінза  $L_1$  створює пучок паралельних променів, які являють собою плоску монохроматичну хвилю з довжиною хвилі  $\lambda$ . Пучок паралельних променів падає на щілину  $MN$  шириною  $b$ . У фокальній площині лінзи  $L_2$  розміщується екран  $E$ .

Усі промені, що проходять крізь щілину в нормальному напрямі лінза  $L_2$  збирає в точці  $P_0$ . Оскільки лінза не вносить додаткової різниці ходу хвиль, то світлові коливання, що збираються в точці  $P_0$  від різних ділянок щілини, мають однакову фазу, тому що площина щілини збігається з фронтом падаючої плоскої хвилі. Це означає, що в точці  $P_0$  відбувається підсилення світла, тобто завжди спостерігається центральний інтерференційний максимум (світла смуга) або максимум нульового порядку. Внаслідок дифракції світлові промені поза щілиною поширюються не лише в початковому прямолінійному напрямі, а також під різними кутами  $\varphi$  до цього напрямку. Лінза  $L_2$  збирає паралельні пучки дифрагованих променів у певних точках екрану  $P_\varphi, P_{-\varphi}$ .

Площину щілини  $MN$  можна поділити на зони, які аналогічні зонам Френеля. Вони виконуватимуть роль джерел вторинних когерентних хвиль і матимуть вигляд однакових за шириною смуг, паралельних краям щілини. Це означає, що коливання напруженості електричного поля в точці спостереження  $P_\varphi(P_{-\varphi})$ , що створюються вторинними когерентними хвилями від кожної пари сусідніх зон, мають однакову амплітуду й протилежні фази. Отже, результуюча амплітуда напруженості електричного поля в точці  $P_\varphi(P_{-\varphi})$  визначатиметься числом зон, на які поділено щілину для даного кута дифракції  $\varphi$ . Якщо число зон для даної точки спостереження є парним, то в ній спостерігатиметься інтерференційний мінімум інтенсивності світла, тому що для парної кількості зон вторинні хвилі в точці  $P_\varphi(P_{-\varphi})$  будуть гасити одна одну. Якщо число зон для даної точки спостереження є непарним, то в ній спостерігатиметься інтерференційний максимум інтенсивності світла, тому що для непарної кількості зон дія однієї зони залишиться некомпенсованою.

Визначимо інтенсивність світла в точці  $P_\varphi(P_{-\varphi})$ . Вторинні когерентні хвилі від кожної зони в площині щілини створюють коливання напруженості електричного поля ( $\vec{E}$ ):

$$dE_{MN} = \frac{E_0}{b} dx \cos \omega t,$$

де  $E_0$  – амплітуда коливання  $\vec{E}$  падаючої хвилі в площині  $MN$ ;  $\frac{E_0}{b}$  – амплітуда коливань  $\vec{E}$  вторинної хвилі, яку випромінює окрема зона,  $dx$  – ширина однієї зони (рис. 41).

Після дифракції на щілині в напрямі, що задається кутом  $\varphi$ , між вторинними хвилями від різних зон виникає різниця фаз. Різниця фаз між коливаннями від зони, що лежить на початку щілини, і зони, яка від неї знаходиться на відстані  $x$ , визначатиметься геометричною різницею ходу хвиль  $\Delta d = x \sin \varphi$ :

$$\Delta \psi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta d = \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi.$$

Тоді рівняння коливань  $\vec{E}$  в точці  $P_\varphi(P_{-\varphi})$  від зони з координатою  $x$  матиме вигляд:

$$dE_\varphi = \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi) dx.$$

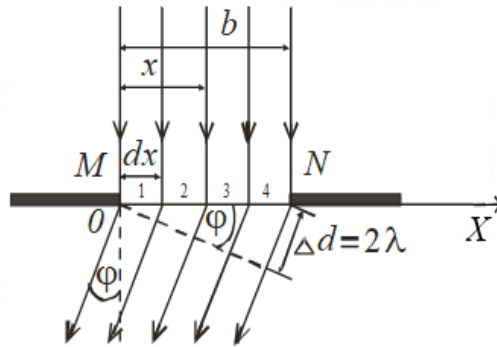


Рис. 41. Ілюстрація до розрахунку інтенсивності світла поза щілиною

За принципом суперпозиції результуюча напруженість електричного поля, що створюється вторинними когерентними хвилями від всіх зон щілини, визначається рівнянням:

$$E_\varphi = \int_0^b \frac{E_0}{b} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi) dx = \left[ \frac{E_0 \sin(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi)}{\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi} \right] \cos(\omega t - \frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi).$$

Отже, коливання результуючої напруженості електричного поля в точці  $P_\varphi(P_{-\varphi})$  має амплітуду:

$$E_{0\varphi} = \frac{E_0 \sin(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi)}{\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi}. \quad (10.1)$$

За умови  $\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi = \pm k \pi$  або  $b \sin \varphi = \pm k \lambda$ , де  $k \neq 0$ ;  $k = 1, 2, 3, \dots$ , амплітуда результуючої напруженості електричного поля  $E_{0\varphi} = 0$ . Таким чином, *інтерференційні мінімуми* спостерігаються для кутів дифракції, коли геометрична різниця ходу  $\Delta d = b \sin \varphi$  між крайніми променями, що поширюються від щілини в напрямі під кутом  $\varphi$ , кратна парному числу пів хвиль:

$$b \sin \varphi = \pm 2 k \frac{\lambda}{2}, \quad (10.2)$$

За умови  $\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\pi}{2}$ , або  $b \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$ ,

де  $k = 0, 1, \dots$ , амплітуда результуючої напруженості електричного поля набуває максимального значення  $E_{0\varphi} = E_{0\varphi}^{max}$ . Таким чином, *інтерференційні максимуми*

спостерігаються для кутів дифракції, коли геометрична різниця ходу  $\Delta d = b \sin \varphi$  між крайніми променями, що поширюються від щілини в напрямі під кутом  $\varphi$ , кратна непарному числу пів хвиль:

$$b \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (10.3)$$

Знак „мінус” відповідає променям, які поширюються від щілини під кутом  $\varphi$  і збираються в точці  $P_{-\varphi}$ , що симетрична точці  $P_{\varphi}$  відносно точки  $P_0$ . Знак „плюс” відповідає променям, які поширюються від щілини під кутом  $\varphi$  і збираються в точці  $P_{\varphi}$ . Число  $k$  означає порядок інтерференційного максимуму (мінімуму) відносно центрального максимуму (мінімуму) нульового порядку, який знаходиться в точці  $P_0$ .

Оскільки геометрична різниця ходу хвиль від двох сусідніх зон дорівнює  $\frac{\lambda}{2}$ , то число  $N = 2k$  відповідає кількості зон, на які поділяється щілина. Так на рис. 41  $\Delta d = b \sin \varphi = 2\lambda$ . З рівняння  $2\lambda = N \frac{\lambda}{2}$  визначимо число зон  $N = 4$ . Отже, в точках  $P_{\varphi}(P_{-\varphi})$  будуть спостерігатися інтерференційні мінімуми.

Інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди напруженості електричного поля  $I \sim E_0^2$ . Запис формули (10.1) для інтенсивності світла має вигляд:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi\right)}{\left(\frac{\pi}{\lambda} b \sin \varphi\right)^2}, \quad (10.4)$$

де  $I_0$  – інтенсивність центрального максимуму нульового порядку. З формули (10.4) випливає, що  $I_{\varphi} = I_{-\varphi}$ . Це означає, що дифракційна картина є симетричною по обидва боки від центрального максимуму нульового порядку. Графік функції (10.4) демонструє розподіл інтенсивності світла для дифракції Фраунгофера на щілині (рис. 42), який підтверджується експериментом (рис. 43).

Числові значення максимумів нульового та наступних порядків відносяться як:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : I_4 = 1 : 0,45 : 0,016 : 0,008 : 0,005.$$

Це означає, що приблизно 85% енергії світлових хвиль зосереджується в центральному максимумі нульового порядку.

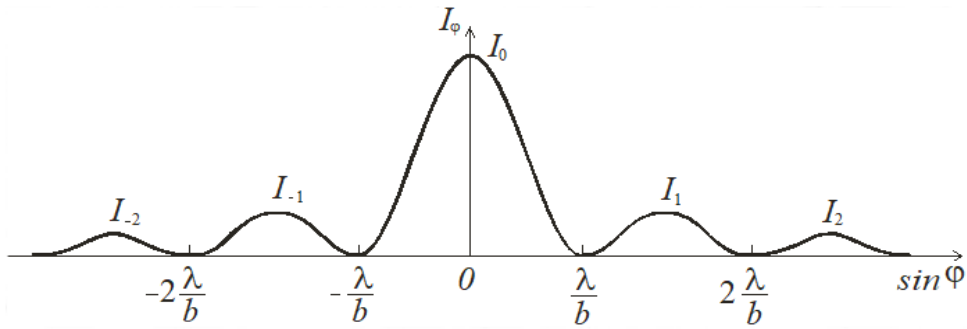


Рис. 42. Крива теоретичного розподілу інтенсивності світла для дифракції Фраунгофера на щілині

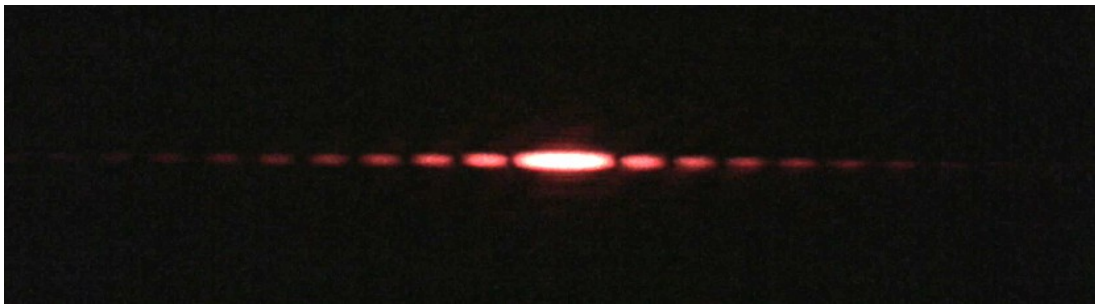


Рис. 43. Дифракційна картина для дифракції Фраунгофера на щілині

Розглянемо **дифракцію Фраунгофера на двох щілинах**. Нехай пучок паралельних променів, які являють собою плоску монохроматичну хвилю з довжиною  $\lambda$ , падає на непрозорий екран з двома однаковими щілинами завширшки  $b$ , відстань між якими дорівнює  $a$  (рис. 44).

У напрямках, в яких жодна з щілин не випромінюють світла, спостерігаються інтерференційні мінімуми, які називають *колишніми*. Це мінімуми, які дає кожна щілина окремо. Інтерференційні максимуми, які дає кожна щілина окремо, інтерферують між собою. У результаті виникають *додаткові* мінімуми і *головні* максимуми.

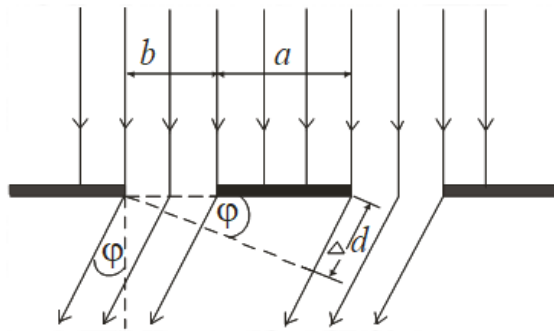


Рис. 44. Схема дифракції Фраунгофера на двох щілинах

Додаткові мінімуми спостерігатиметься в напрямках, для яких геометрична різниця ходу вторинних когерентних хвиль  $\Delta d = d \sin \varphi$ , що випромінюються крайніми лівими або правими зонами, буде кратною непарному числу пів хвиль:

$$d \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (10.5)$$

де  $d = a + b$ ;  $k = 1, 2, 3, \dots$ .

Головні максимуми будуть спостерігатися в напрямках, для яких геометрична різниця ходу вторинних когерентних хвиль  $\Delta d = d \sin \varphi$ , що випромінюються крайніми лівими або правими зонами, буде кратною парному числу пів хвиль:

$$d \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2}, \quad (10.6)$$

де  $d = a + b$ ;  $k = 0, 1, 2, \dots$ .

Розподіл інтенсивності світла під час дифракції Фраунгофера від двох щілин відрізняється від розподілу інтенсивності світла під час дифракції Фраунгофера на щілині тим, що головними максимумами стають більш вузькими, а їх інтенсивність збільшується порівняно з інтенсивністю максимуму нульового порядку для дифракції на щілині (рис. 45).

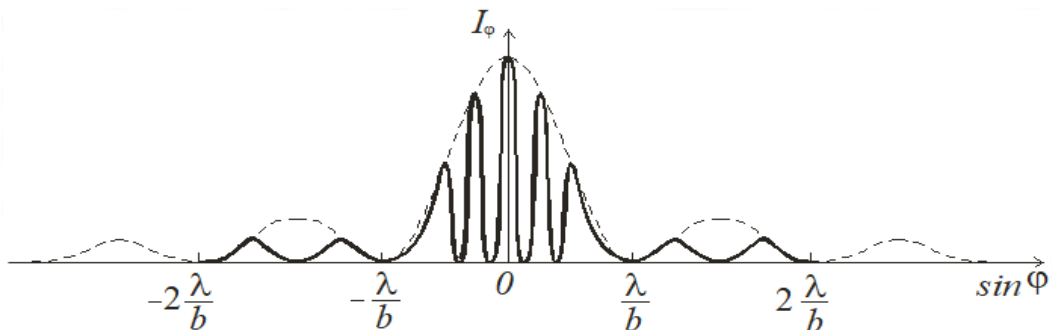


Рис. 45. Крива теоретичного розподілу інтенсивності світла для дифракції Фраунгофера на двох щілинах

**Дифракційна решітка** – це оптичний пристрій, що складається з багатьох однакових паралельних щілин, розташованих на рівних відстанях одна від одної. У загальному вигляді дифракційна решітка – це будь-яка структура, що має просторову періодичність. Коли періодичність структури проявляється в одному напрямі, то решітка називається лінійною або *одновимірною*, якщо у двох або трьох напрямках – відповідно *двовимірною* і *тривимірною* або *просторовою*.

Умова головних максимумів дифракційної решітки визначається формулою:

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad (10.7)$$

де  $k = 0, 1, 2, \dots$  – порядок головного максимуму;  $d = a + b$  – стала або період дифракційної решітки;  $\Delta d = d \sin \varphi$  – геометрична різниця ходу хвиль, які випромінюються зонами, що перебувають на однакових відстанях від правих (лівих) країв сусідніх щілин та поширюються під кутом  $\varphi$  до нормалі.

Таким чином, завдяки інтерференції, сумарна енергія світла, що проходить системою щілин, перерозподіляється і концентрується в напрямках, які задовольняють умові головних максимумів.

З формули дифракційної решітки  $\sin \varphi = \pm \frac{k \lambda}{d}$ . Отже, кут дифракції  $\varphi$  залежить від довжини хвилі  $\lambda$ , а це означає, що розміщення головних максимумів на екрані, крім центрального, визначається довжиною хвилі  $\lambda$ . Якщо на дифракційну решітку одночасно спрямувати кілька монохроматичних світлових хвиль з певними довжинами хвиль, то розподіл інтенсивності світла буде наступним: центральний максимум залишається спільним для всіх хвиль, а головні максимуми вищих порядків зміщуються від нього тим далі, чим більша довжина хвилі  $\lambda$  (рис. 46).

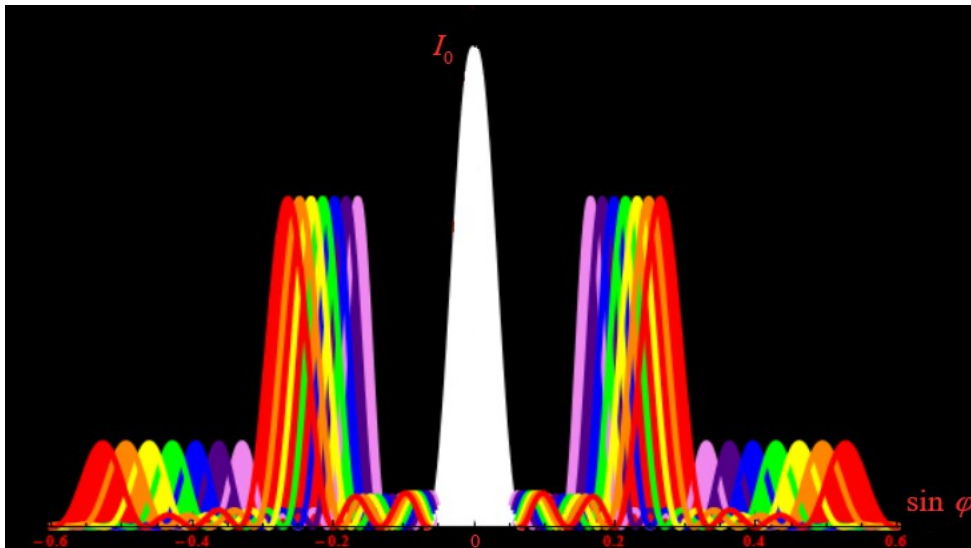


Рис. 46. Розподіл інтенсивності світла монохроматичних хвиль різної довжини

Якщо на дифракційну решітку спрямувати біле світло, то всі головні максимуми, крім центрального ( $k = 0$ ), перетворюються на спектри. *Спектром* називають залежність інтенсивності світла від довжини або частоти хвилі. Головні інтерференційні максимуми для  $k = \pm 1$  перетворюються на спектри першого порядку, для  $k = \pm 2$  – на спектри другого порядку і т.д. У кожному з них найбільшого відхилення набувають хвилі більшої довжини, тому для спектра будь-якого порядку його фіолетова частина завжди повернута до центрального максимуму, а червона – у протилежний бік (рис. 47, 48).

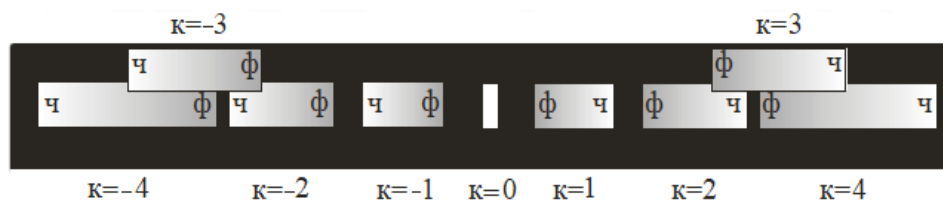


Рис. 47. Схема дифракційних спектрів випромінювання

Отже, здатність дифракційної решітки розкласти біле світло на спектри ґрунтується на тому, що головні максимуми одного і того ж самого порядку для різних довжин хвиль розміщені в різних місцях екрану. Тому дифракційну решітку використовують як спектральний прилад. Треба зауважити, що в спектральних приладах, де диспергуючим елементом є призма найбільше відхиляються фіолетові промені, а де дифракційна решітка – червоні.

Розрізняють спектри випромінювання і спектри поглинання, які поділяються на *суцільні*, *смугасті* та *лінійчасті* (рис. 48, 49) Спектри *випромінювання* одержують від тіл, які нагріваються до високої температури. Для одержання спектрів поглинання слід спрямувати біле світло на тіло при кімнатній температурі. Тоді в суцільному спектрі білого світла, що проходить речовиною, з'являються темні лінії або смуги поглинання. Кожна речовина поглинає електромагнітні хвилі тільки тих довжин хвиль, які вона випромінює. Спектри використовуються для аналізу хімічного складу та інших властивостей речовин.

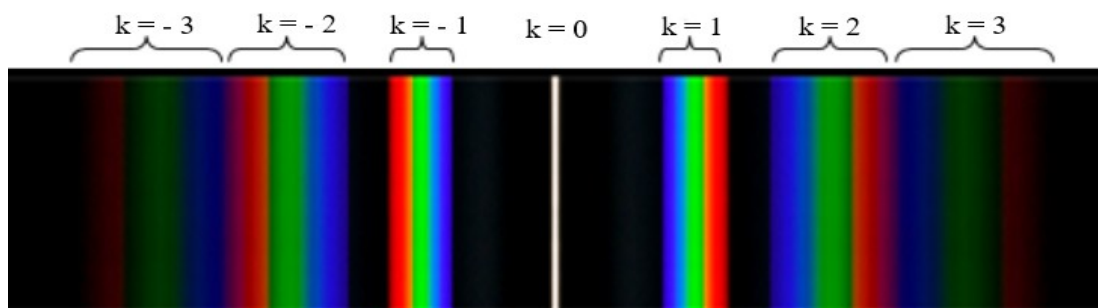


Рис. 48. Суцільні дифракційні спектри випромінювання

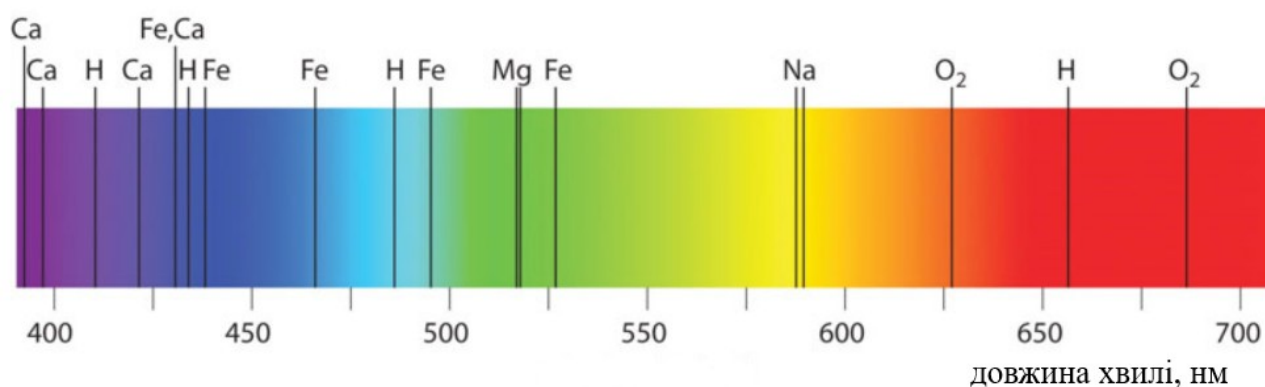


Рис. 49. Лінійчастий дисперсійний спектр поглинання



Дифракційні решітки бувають *пропускні* і *відбивні*. Першу дифракційну решітку виготовив німецький фізик Ріттенхаус у 1785 р., але в той час це нікого не зацікавило. Через кілька десятиріч Фраунгофер застосував свою дифракційну решітку для дослідження суцільного спектра Сонця, відкривши в ньому темні лінії (*фраунгоферові лінії*). Він виготовляв решітки з дроту, який намотував на паралельно розміщені гвинти. Роль щілин відігравали просвіти між дротинами. Такі решітки мали до 136 щілин на 1 см. Виготовляти решітки з дроту нескладно, тому в деяких випадках ними користуються навіть в наш час, особливо в довгохвильовій (інфрачервоній) області спектра. Пізніше Фраунгофер за допомогою спеціального пристрою наносив штрихи на золотій фользі, яка покривала скло, а потім за допомогою алмазного різця – на склі. Так було одержано решітки з 320 штрихами на 1 мм. Значних успіхів у техніці їх виготовлення досяг у 80-х роках XIX ст. німецький фізик Роуланд, який створив спеціальні гравірувальні машини і, крім цього, виготовив так звану вгнуту відбивну решітку, яка виконує одночасно роль решітки та збірної лінзи. Такі решітки і тепер використовують в прецизійних спектральних дослідженнях.

Перша гравірувальна машина Роуланда давала змогу наносити близько 570 штрихів на 1 мм, а вдосконалена – до 1200 штрихів на 1 мм. Сучасні високоякісні дифракційні решітки мають до 2400 штрихів на 1 мм.

Якщо площини щілин збігаються з площиною решітки, то вона не створює різниці фаз під час проходження плоскої хвилі. Така решітка називається *амплітудною*. Для амплітудних решіток основна частина світлової енергії зосереджується в центральному максимумі й при переході до спектрів вищих порядків інтенсивність світла зменшується. Для усунення цього недоліку необхідно змінити розподіл енергії світла між центральним максимумом та спектрами вищих порядків. Для цього треба змінити фазу коливань під час проходження плоскої хвилі крізь решітку, що досягається за допомогою решіток, штрихи яких мають певний профіль. Такі решітки називають *фазовими*, оскільки вони змінюють тільки фазу хвилі (рис. 50).

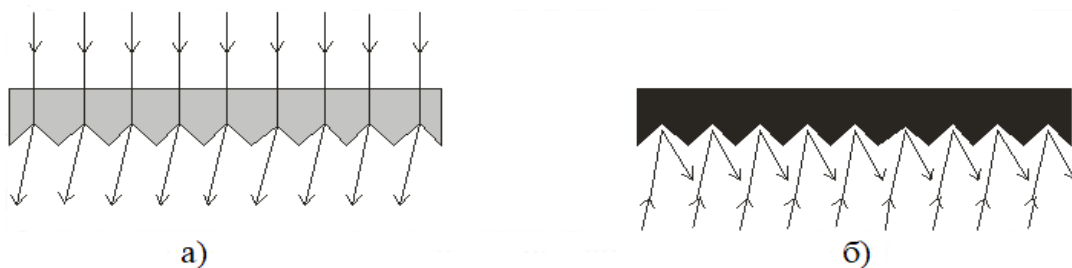


Рис. 50. Фазові дифракційні решітки

Під час проходження (рис. 50, а) або відбивання (рис. 50, б) світла виникає різниця фаз від одного краю борозни до другого. Це приводить до того, що інтенсивність світла перерозподіляється між центральним максимумом і спектрами вищих порядків. Такі решітки застосовують в інфрачервоній спектроскопії (*ешелети*). За останні роки створені подібні решітки для видимої і ультрафіолетової областей випромінювання (так звані *ешельні* решітки).

### Запитання для самоконтролю

1. Що являє собою дифракційна картина?
2. Що називається параметром дифракції?
3. Яке призначення має параметр дифракції?
4. Які існують типи дифракційних явищ?
5. Чим відрізняється дифракція Френеля від дифракції Фраунгофера?
6. Яким повинен бути параметр дифракції для спостерігається дифракція Френеля?
7. Яким повинен бути параметр дифракції для спостерігається дифракція Фраунгофера?
8. Яким повинен бути параметр дифракції для поширення світла за законами геометричної оптики?
9. Чим відрізняється дифракційна картина, що одержана за допомогою дифракції Френеля, від дифракційної картини, що одержана за допомогою дифракції Фраунгофера?
10. Як здійснити дифракцію Фраунгофера в лабораторних умовах?
11. Що називають щілиною?
12. Чому в центрі дифракційної картини, яка одержується під час дифракції Фраунгофера на щілині, завжди спостерігається максимум інтенсивності світла?
13. Що являють собою вторинні джерела когерентних хвиль у випадку дифракції Фраунгофера на щілині?
14. Як можна пояснити утворення максимумів та мінімумів інтенсивності світла під час дифракції Фраунгофера на щілині?
15. За якою умовою дифраговані промені під час дифракції Фраунгофера на щілині підсилюють один одного?
16. За якою умовою дифраговані промені під час дифракції Фраунгофера на щілині послаблюють один одного?
17. Графічно показати залежність розподілу інтенсивності світла від синуса кута дифракції під час дифракції Фраунгофера на щілині?
18. Як розподіляється енергія світлової хвилі між максимумами дифракційної картини під час дифракції Фраунгофера на щілині?
19. Які особливості має дифракція Фраунгофера на двох щілинах?
20. За якою умовою дифраговані промені під час дифракції Фраунгофера на двох щілинах підсилюють один одного?
21. За якою умовою дифраговані промені під час дифракції Фраунгофера на двох щілинах послаблюють один одного?
22. Графічно показати залежність розподілу інтенсивності світла від синуса кута дифракції під час дифракції Фраунгофера на двох щілинах?
23. Що являє собою дифракційна решітка?
24. Які існують види дифракційних решіток?
25. Записати й пояснити формулу дифракційної решітки.
26. Як розподіляється енергія світлової хвилі після дифракції Фраунгофера на дифракційній решітці?

27. Що називають спектром?
28. За якою умовою інтерференційні максимуми перетворюються на дифракційні спектри?
29. На чому ґрунтується здатність дифракційної решітки розкласти біле світло на спектри?
30. Які існують види спектрів?
31. Чим відрізняються спектри випромінювання від спектрів поглинання?
32. Чим відрізняються дифракційні спектри від дисперсійного спектра?
33. Яка інформація закладена в спектрах?
34. Яку дифракційну решітку називають амплітудною? Які вона має недоліки?
35. Яку дифракційну решітку називають фазовою? Яке її призначення?

## Лекція №10

**Основи квантової оптики**

1. Явище фотоефекту. Досліди Столетова. Закономірності фотоефекту.
2. Пояснення закономірностей фотоефекту з точки зору хвильової та квантової теорії світла. Рівняння Ейнштейна для фотоефекту.

1. Взаємодія електромагнітної хвилі і речовини полягає в тому, що електромагнітна хвиля передає речовині енергію. У загальному випадку ця енергія переходить у тепло і температура речовини збільшується. Але, інколи, тільки частина енергії хвилі йде на нагрівання речовини, друга частина енергії зазнає перетворень в інші види енергії. Так, під час поглинання світла деякими речовинами частина світлової енергії перетворюється на електричну енергію, тобто в речовині виникає електрорушійна сила. Це явище називають фотоефектом. Отже, **фотоефект** – це виникнення в речовині електрорушійної сили під дією освітлення. Фотоефект поділяють на зовнішній, внутрішній і вентильний. *Зовнішній* – це виривання світлом електронів з поверхні металів. *Внутрішній* – це збільшення електропровідності діелектриків та напівпровідників під дією освітлення, що зумовлене переходом електронів із зв'язаного стану у вільний. *Вентильний* – це збудження світлом електрорушійної сили на межі між металом і напівпровідником або між різнорідними напівпровідниками (р-п перехід).

Явище зовнішнього фотоефекту було відкрите Герцем у 1887 році. Він помітив, що заряджена негативними зарядами цинкова пластина швидко втрачає свій заряд під дією ультрафіолетового проміння. Це показувало на те, що під дією ультрафіолетового проміння з цинкової пластини виривались електрони.

Перші фундаментальні дослідження фотоефекту були виконані Столетовим у 1888-1890 роках. Експериментальна установка Столетова включала цинкову пластину (Zn), яка крізь металеву сітку (C) освітлювалась ультрафіолетовим промінням від джерела  $S$  (рис. 1, а). Вільні електрони цинкової пластини під дією електромагнітних хвиль виривались з поверхні пластини й деяка їх кількість досягала сітки. Цинкова пластина і сітка з'єднувались між собою через гальванометр (G), який показував наявність струму в замкненому колі. Такий струм було названо *фотострумом*.

Сила фотоструму значно зростала, якщо між сіткою й пластиною створити електричне поле за допомогою джерела живлення (рис. 1, б). При цьому електричне поле не тільки спрямовувало вивільнені електрони від пластини до сітки, але й прискорювало їх. Експеримент показував, що залежність сили фотоструму від напруги між сіткою й пластиною не підпорядковується закону Ома.

Для даної інтенсивності електромагнітних хвиль із збільшенням напруги сила фотоструму зростала лише до певного значення  $I_{\text{н}}$ . Такий фотострум

було назване *фотострумом насичення* (рис. 3). Він свідчив про те, що всі вивільнені електрони досягають сітки.

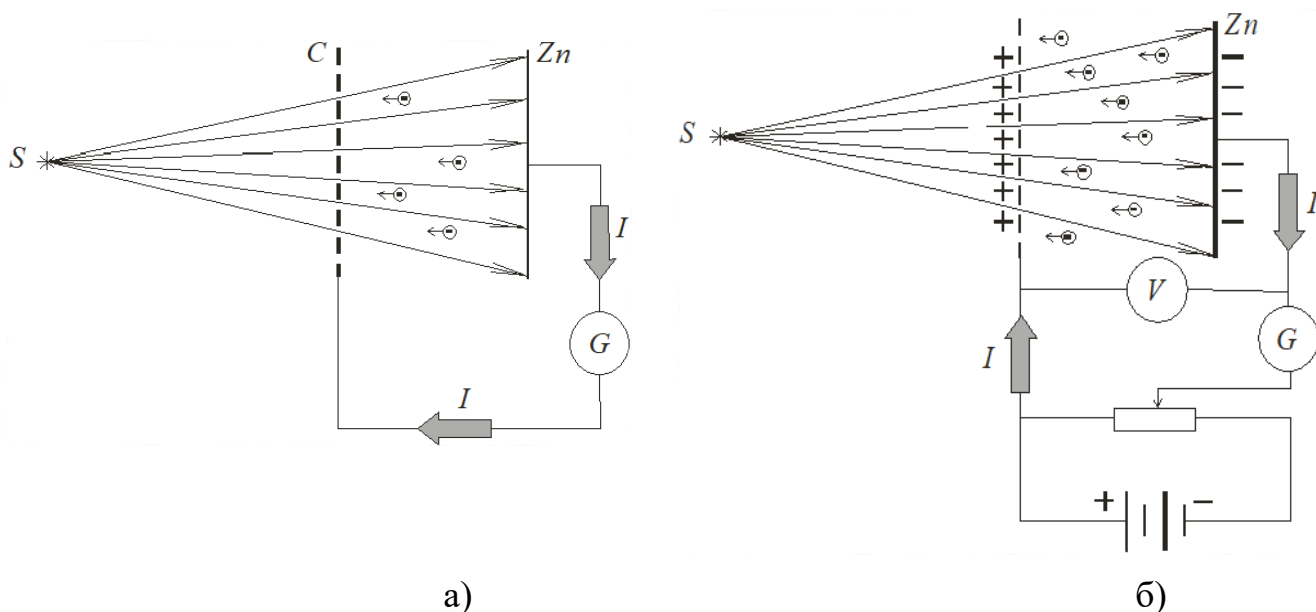


Рис. 1. Схема експериментальної установки

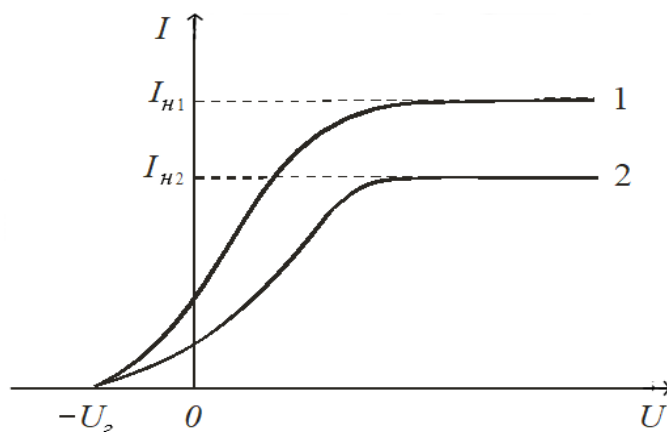


Рис. 2. Залежність фотоструму від напруги між пластинною і сіткою  
(1– ультрафіолетове проміння більшої інтенсивності;  
2– ультрафіолетове проміння меншої інтенсивності)

Із графіка залежності сили фотоструму від напруги можна побачити, що зменшувати силу фотоструму до нульового значення можна лише при умові, якщо між цинковою пластинною і сіткою прикласти зворотну напругу, тобто цинкову пластинну треба з'єднати із плюсом джерела, а сітку – із мінусом джерела (рис. 3). При цьому електричне цьому поле вже не прискорює вивільнені електрони, а гальмує їх.

Для деякого значення зворотної напруги, яку називають *гальмівною напругою*  $U_2$ , фотострум в колі припиняється. Це означає, що для  $U = -U_2$  гальмуються найбільш швидкі електрони із швидкістю  $v_{max}$ . За законом збереження й перетворення енергії робота сил електричного поля, яке протидіє



накопичувати її тривалий час доти, поки вона стане достатньою для подолання зв'язків електрона з ядром атома. Розрахунки показують, що навіть при значній інтенсивності електромагнітних хвиль вихід електрона відбувся б лише через кілька діб. Але експеримент показує, що фотоэффект є безінерційним явищем.

З погляду хвильової теорії світла максимальна швидкість вивільнених електронів повинна залежати від інтенсивності електромагнітних хвиль, тому що коли на речовину падає електромагнітна хвиля, то вона змушує електрони коливатися з амплітудою, яка пропорційна амплітуді хвилі. Оскільки інтенсивність електромагнітних хвиль пропорційна квадрату амплітуди хвилі  $I \sim E_0^2$ , то енергія вимушених коливань електронів та їх максимальна швидкість повинні залежати б від інтенсивності електромагнітних хвиль. Експеримент не підтверджує цієї залежності.

Явище фотоэффекту та його закономірності повністю пояснюються **квантовою теорією** світла. Згідно гіпотези Планка електромагнітні хвилі випромінюються окремими порціями, які було названо *квантами*. При цьому енергія кванта пропорційна частоті електромагнітних хвиль:

$$W = h\nu, \quad (2.1)$$

де  $\nu$  – частота світла,  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$  – стала Планка.

Розвиваючи гіпотезу Планка, Ейнштейн дав перше теоретичне пояснення закономірностям фотоэффекту. Він запропонував думку про те, що електромагнітні хвилі не тільки випромінюються, але й поширюються в просторі і поглинаються речовиною також окремими порціями, тобто квантами. При цьому під час випромінювання, поширення і поглинання кванти поведуть себе як особливі елементарні частинки, які отримали спеціальну назву – **фотони**. Отже, з точки зору квантової теорії, світло – це потік матеріальних частинок, тобто фотонів.

Розглянемо властивості фотонів. Енергія фотона прямо пропорційна частоті світла  $W = h\nu$ . Виходячи із закону взаємозв'язку маси і енергії  $W = mc^2$ , можна записати, що для фотона  $h\nu = m_\phi c^2$ . Звідки визначимо масу фотона  $m_\phi = \frac{h\nu}{c^2}$ . За теорією відносності частинка, яка рухається із швидкістю  $\vec{v}$ , що близька до швидкості світла у вакуумі (повітрі), має масу:

$$m_\phi = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Знайдемо масу спокою фотона  $m_0$ . Вона дорівнює:

$$m_0 = m_\phi \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 0,$$

оскільки фотон рухається у вакуумі із швидкістю світла  $v = c$ . Звідки випливає, що маса спокою фотона дорівнює нулю.

Отже, фотон – це особлива частинка, яка істотно відрізняється від таких частинок, як електрон, протон, нейтрон, що мають відмінну від нуля масу спокою. Фотон не має маси спокою і може існувати тільки в русі зі швидкістю світла  $c$ . Фотон не має електричного заряду. Час його життя безмежний. Це свідчить про те, що фотон є стійкою частинкою, для якої самовільного розпаду не відбувається.

Ейнштейн у 1905 році пояснив закономірності фотоефекту на основі припущення про те, що енергія фотона поглинається тільки одним із вільних електронів металевої пластини, яка освітлюється. При цьому цієї енергії повинно вистачити на виривання електрона з поверхні пластини, тобто на виконання роботи виходу, й на надання електрону кінетичної енергії. Застосовуючи закон збереження енергії до взаємодії фотона з електроном, Ейнштейн одержав **рівняння фотоефекту**, яке носить його ім'я:

$$h\nu = A + \frac{mv_{max}^2}{2} \quad (2.2)$$

де  $A$  – робота виходу електрона з металу,  $\frac{mv_{max}^2}{2}$  – максимальне значення кінетичної енергії електрона.

*Робота виходу* – це найменша енергія, яку необхідно надати електрону, щоб вивільнити його з поверхні металу у вакуум. Енергія переважної більшості падаючих на метал фотонів перетворюється на тепло і тільки близько 1% фотонів спричиняють вивільнення електронів. Глибина активного в фотоелектричному відношенні шару на поверхні металу не перевищує сотні атомних діаметрів, тобто  $d \sim 10^{-8}$  м.

Пояснимо *першу* закономірність фотоефекту з точки зору квантової теорії світла. Розглянемо вольт-амперну характеристику фотоефекту (рис. 2). Пологий хід кривої залежності сили фотоструму від напруги, яка прикладена між сіткою і цинковою пластинкою, свідчить про те, що вивільнені з пластини електрони рухаються з різними швидкостями. Це залежить від того, де електрон поглинає фотон: або на поверхні металу, або на деякій глибині. Якщо до електродів прикладена від'ємна гальмуюча напруга  $U_z$ , то фотострум відсутній. Це означає, що найбільш швидкі електрони не можуть досягти сітки.

За допомогою рівняння Ейнштейна знайдемо гальмівну напругу. Для цього, використовуючи рівняння (1.1), рівняння (2.2) подамо у вигляді:

$$h\nu = A + eU_z.$$

Звідки 
$$U_z = \frac{h}{e}\nu - \frac{A}{e}. \quad (2.3)$$

Графік рівняння (2.3) показує, що фотоефект для даного матеріалу пластини починається при певній частоті  $\nu_{min}$  електромагнітних хвиль, яку називають „*червоною межею*” фотоефекту (рис. 4).



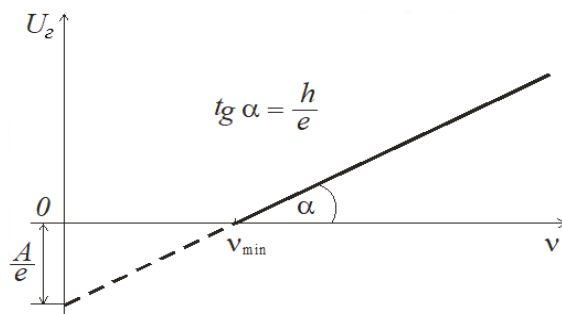


Рис. 4. Залежність гальмівної напруги від частоти електромагнітної хвилі

Якщо  $\nu = \nu_{min}$ , то  $U_2 = 0$ . За цієї умови рівняння (2.3) набуває вигляду:

$$0 = \frac{h}{e} \nu_{min} - \frac{A}{e} \quad \text{або} \quad \frac{h}{e} \nu_{min} = \frac{A}{e}.$$

Звідки 
$$h \nu_{min} = A, \quad \nu_{min} = \frac{A}{h}.$$

З рівняння Ейнштейна випливає, що фотоефект починається тільки при цілком певній для даного металу мінімальній частоті електромагнітних хвиль, яку називають „червоною межею” фотоефекту;

$$h \nu_{min} \geq A.$$

Пояснимо *другу* закономірність фотоефекту з точки зору квантової теорії світла. Інтенсивність електромагнітних хвиль прямо пропорційна кількості фотонів. Тоді збільшення інтенсивності електромагнітних хвиль зумовлює збільшення кількості вивільнених електронів, тобто збільшення фотоструму насичення. Тому сила фотоструму насичення прямо пропорційна інтенсивності електромагнітних хвиль.

Пояснимо *третю* закономірність фотоефекту з точки зору квантової теорії світла. З рівняння Ейнштейна бачимо, що максимальна швидкість вивільнених електронів буде тим більшою, чим більша частота електромагнітних хвиль:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2(h\nu - A)}{m}}.$$

Максимальна швидкість вивільнених електронів не залежить від інтенсивності електромагнітних хвиль, тому що ні робота виходу  $A$ , ні стала Планка  $h$  від інтенсивності електромагнітних хвиль не залежать.

Пояснимо *четверту* закономірність фотоефекту з точки зору квантової теорії світла. Безінерційність фотоефекту підтверджується тим, що електрони сприймають енергію електромагнітних хвиль окремими порціями, завдяки чому виходять за межі поверхні металу. В іншому випадку енергія фотона недостатня для вивільнення електрона.

Таким чином, **світло** з одного боку це електромагнітні хвилі видимого діапазону та прилеглих до нього ділянок спектра інфрачервоного та ультрафіолетового випромінювань, а з іншого боку, світло – це потік фотонів із енергією  $W = h\nu$ , де  $\nu$  – частота означених електромагнітних хвиль.

### Запитання для самоконтролю

1. У чому полягає взаємодія електромагнітних хвиль з речовиною?
2. Яке явище називають фотоефектом?
3. Який фотоефект називають зовнішнім?
4. Який фотоефект називають внутрішнім?
5. Який фотоефект називають вентильним?
6. Із яких елементів складалась експериментальна установка Столетова?
7. При яких умовах можна було збільшити значення сили фотоструму?
8. Що називають фотострумом насичення? При яких умовах він виникає?
9. Як можна припинити фотоефект?
10. Який зміст має поняття гальмівної напруги?
11. Яку роль виконує електричне поле в дослідах Столетова?
12. Як експериментально визначити максимальну швидкість вивільнених електронів?
13. Якими є закономірності фотоефекту?
14. Чому не можна пояснити закономірності фотоефекту з точки зору хвильової теорії світла?
15. Який є характер випромінювання електромагнітних хвиль за гіпотезою Планка?
16. Що являють собою фотони?
17. Як визначити енергію фотона?
18. Якими є властивості фотонів?
19. Що являє собою світло з точки зору квантової теорії світла?
20. Яку гіпотезу запропонував Ейнштейн щодо пояснення закономірностей фотоефекту?
21. Яким є рівняння Ейнштейна для фотоефекту?
22. Який зміст має поняття роботи виходу?
23. Із якої глибини від поверхні металеві пластини вириваються електрони?
24. Як можна розрахувати значення гальмівної напруги за допомогою рівняння Ейнштейна для фотоефекту?
25. Як пояснює квантова теорія світла першу закономірність фотоефекту?
26. Який зміст має поняття „червоної межі” фотоефекту?
27. Як розрахувати „червону межу” фотоефекту?
28. Як пояснює квантова теорія світла другу закономірність фотоефекту?
29. Як пояснює квантова теорія світла третю закономірність фотоефекту?
30. Як пояснює квантова теорія світла четверту закономірність фотоефекту?
31. Що являє собою світло?

**ЛІТЕРАТУРА**

1. Денисов А.Е., Потапенко Г.Д. Физика в прикладной геодезии: учебник. Киев: Вища школа, 1991. 351 с.
2. Чолпан П.П. Основы фізики: підручник. Київ: Вища школа, 1995. 488 с.
3. Савельев И.В. Курс общей физики. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика: учебник. М.: Наука, Глав. ред. физ.-мат. литературы, 1985. 496 с.
4. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальна фізика. Оптика. Квантова фізика: підручник. Київ: Вища школа, 1991. 483 с.
5. Яворський Б.М., Детлаф А.А. Курс фізики. Т.3. Хвильові процеси. Оптика. Атомна і ядерна фізика: підручник. Київ: Вища школа, 1973. 499 с.
6. Сивухин Д.В. Общий курс физики. В 5 томах. Том 4. Оптика: учебник. М.: Физматлит, МФТИ, 2006. 792 с.
7. Оселедчик Р.С., Самойленко П.И., Точилина Т.Н. Физика. Модульный курс для технических вузов: учеб. пособие. М.: Юрайт-Издат., 2012. 568 с.
8. Рохманов М.Я. Авотин С.С. Фізика: навч. посібник для самостійної роботи студентів. Харків: ХНАУ, 2015. 283с

## НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

**СИТНИКОВ**  
**Олександр Павлович**

## ОПТИКА

### КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

Навчальний посібник для студентів інженерних спеціальностей  
напрямів підготовки 192 “Будівництво та цивільна інженерія”,  
193 “Геодезія та землеустрій”  
за освітньо-кваліфікаційним рівнем “бакалавр”

Комп'ютерна верстка та макетування

*О. Ситников*

*Автор — кандидат фізико-математичних наук,  
доцент кафедри доцент кафедри промислового і цивільного будівництва  
Навчально-наукового інституту будівництва  
Чернігівського національного технологічного університету*

---

*Рекомендовано рішенням кафедри промислового і цивільного будівництва  
Навчально-наукового інституту будівництва Чернігівського національного  
технологічного університету (протокол №7 від 11 січня 2018 р.)  
Обл.-вид. арк. – 5,05*