DOI: 10.25140/2411-5363-2021-3(25)-38-44
УДК 531.3:621.8

Сергій Подлєсний[1], Микола Дорохов[2], Юрій Єрфорт[3], Олександр Стадник[4]

[1]кандидат технічних наук, доцент кафедри технічної механіки
Донбаська державна машинобудівна академія (Краматорськ, Україна)
E-mail: sergeypodlesny@gmail.com. **ORCID:** https://orcid.org/0000-0001-8271-4004

[2]кандидат технічних наук, завідувач кафедри підйомно-транспортних машин
Донбаська державна машинобудівна академія (Краматорськ, Україна)
E-mail: dorokhovptmddma@gmail.com. **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-5458-4211

[3]доцент кафедри технічної механіки
Донбаська державна машинобудівна академія (Краматорськ, Україна)
E-mail: yuriy.erfort@gmail.com. **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-7982-8446

[4]старший викладач кафедри технічної механіки
Донбаська державна машинобудівна академія (Краматорськ, Україна)
E-mail: anstadnik54@gmail.com. **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-3439-6977

ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ МАЯТНИКА ЗМІННОЇ ДОВЖИНИ

Розглянуто задачу руху маятника змінної довжини, який являє собою вантаж із точковою масою, який здійснює 2D коливання на невагомому гнучкому канаті, що намотують на біцилідро-конічний барабан, який обертається навколо власної осі. Отримана математична модель системи, визначені рівняння руху і співвідношення між кутовими та декартовими координатами. Складена програма й виконаний числовий експеримент. Отримані залежності від часу лінійних та кутових переміщень та швидкостей, побудовані відповідні графіки, фазові портрети та траєкторія руху вантажу. Знайдено величину натягу підйомного канату.

Ключові слова: *нелінійна динаміка; коливання; маятник; біцилідро-конічний барабан; рівняння Лагранжа 2-го роду; математична модель; числовий експеримент; фазова траєкторія.*

Рис.: 8. Бібл.: 10.

Актуальність теми дослідження. Триваючий інтерес до вивчення маятникових систем пояснюється тим, що вивчення їхніх рухів виявляє багато якісних властивостей динаміки нелінійних систем і викликає як самостійний інтерес у сучасних дослідників, так і у прикладних задачах, коли плоскі рухи досліджуваних систем і об’єктів при різних спрощеннях моделюють математичним маятником. Вони можуть демонструвати істотно нелінійну й досить різноманітну поведінку та часто використовуються як джерело модельних задач для розвитку і вивчення методів нелінійного управління. Завдання ефективності, керованості, продуктивності, точності позиціювання і безпеки були й залишаються актуальними при експлуатації вантажопідйомного обладнання в будівельних і промислових областях. Математичні моделі маятникових систем служать для опису широкого класу процесів. Багато об’єктів у силу своєї динаміки являють собою різні види маятникових установок (а в деяких випадках і їх комбінацію), причому вимога стійкості є обов’язковою вимогою їх експлуатації. Насамперед це відноситься до різного виду вантажопідйомних механізмів, таких як баштові, мостові, козлові, консольні, портальні й інші крани. У зв’язку з вищевикладеним дослідження поведінки складних маятникових систем, таких як рух вантажу при спільній роботі вантажопідйомних механізмів є актуальним завданням.

Постановка проблеми. Несталі перехідні режими роботи підйомних механізмів супроводжуються зміною енергосилових параметрів механічної системи, від яких залежать експлуатаційні характеристики і продуктивність. У деяких підйомних механізмах може використовуватися барабан із конічною поверхнею для намотування каната, що істотно ускладнює кінематику й динаміку руху вантажу, який коливається, що вимагає окремого дослідження.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження у сфері моделювання маятникових систем із використанням різних пакетів прикладних програм комп’ютерної алгебри продовжуються і не припиняються. Наприклад, розглядалися різні моделі сферичного маятника [1-2], коливання маятника змінної довжини [3] і змінної маси [4].

У науковій літературі є досить багато прикладів механічних систем, де розглядається коливання вантажу в вантажопідйомних механізмах [5-9].

У роботі [10] досліджується рух оборотного математичного маятника зі змінною довжиною нитки. У розвиток цього дослідження пропонується розглянути ускладнену механічну систему, більш наближену до систем вантажопідйомних машин.

Виділення недосліджених частин загальної проблеми. Задача дослідження руху вантажу, що розгойдується під час намотування каната на конічний барабан раніше не розглядалася.

Мета роботи полягає у створенні математичної моделі, встановленні основних закономірностей і дослідженні коливального руху вантажу з точковою масою, яка здійснює плоскі коливальні рухи на невагомому гнучкому тросі, що намотують на біциліндро-конічний барабан, що обертається.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо підйом вантажу у вигляді судини (скіпа) під час намотування каната на конічну ділянку біциліндро-конічного барабана (рис. 1), якщо відомі радіуси R_1 і R_2, число витків z каната на конічній ділянці й кутова швидкість барабана $\omega = const.$

Поточний радіус намотування каната збільшується прямо пропорційно куту повороту барабана: $R = R_1 + k\theta$. Величину коефіцієнта пропорційності k визначимо з умови задачі. При намотуванні z витків на конічну ділянку барабана радіус намотування збільшується з R_1 до R_2, а кут повороту барабана становить $\theta = 2\pi z$. Тоді

$$R_2 = R_1 + 2k\pi z.$$

Звідки

$$K = (R_2\text{-}R_1)/(2\pi z).$$

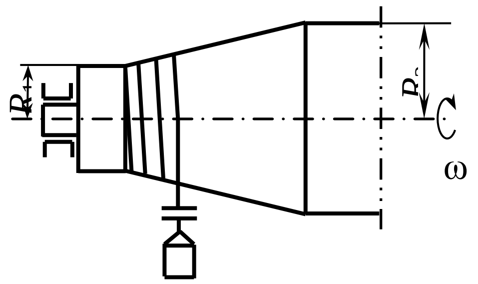

Рис. 1. Підйом скіпа під час намотування каната на конічну ділянку біциліндро-конічного барабана

Оскільки $\omega = const,$ то $\theta = \omega t$ і формула для визначення поточного радіуса намотування приймає такий вид:

$$R = R_1 + (R_2\text{-}R_1)\ \omega t\ /(2\pi z). \tag{1}$$

Швидкість скіпа, дорівнює окружній швидкості барабана в точці укладання каната,

$$\upsilon=\omega\ R=\omega[R_1+(R_2\text{-}R_1)\ t\ /(2\pi z)].$$

Інтегруючи вираз $ds = \upsilon\ dt$, знаходимо переміщення скіпа (закон руху):

$$\int_{s_0}^{s} ds\ = \int_0^t v\ dt;\ \ s - s_0 = \int_0^t \omega[R_1 + (R_2 - R_1)\ \omega t/\ (2\pi z)\ ]\ \ dt;$$

$$s = s_0 + \omega R_1\ t + (R_2 - R_1)\ \omega^2 t^2/\ (4\pi z).$$

Прискорення скіпа

$$a = \dot{v} = \frac{d}{dt}(\omega R) = \omega\frac{dR}{dt} = \omega\frac{d}{dt}\left(R_1 + \frac{R_2 - R_1}{2\pi z}\theta\right) = \frac{R_2 - R_1}{2\pi z}\omega^2\ .$$

Час одного обороту барабана $t_{об}= 2\pi/\omega$; повний час руху $T = t_{об}\ z = 2\pi z/\ \omega$.

Висота підйому скіпа за час T:

$$h = s\text{-}s_0 = (\omega\, R_1 T + (R_2 - R_1)\,\omega^2 T^2/(4\pi z) =$$
$$= \omega\, R_1(2\pi z/\omega) + (R_2 - R_1)\,\omega^2\,(2\pi z/\omega)^2/(4\pi z) = \pi z(R_1 + R_2).$$

Задача значно ускладнюється якщо під час підйому вантаж буде здійснювати коливальний рух. Це можливо з різних причин. Вважатимемо, що коливальний рух вантажу відбувається паралельно площині перпендикулярній осі барабана (рис. 2). Вантаж вважаємо точковою масою. Розглянемо випадок, коли початковий кут $\varphi_0 \neq 0$ і початкова кутова швидкість точкового вантажу на канаті $\Omega_0 \neq 0$. Початкова довжина звисаючої частини троса у стані спокою дорівнює ℓ_0 ($\ell_0 > h$).

Декартові координати матеріальної точки М:

$$x = R\cos\varphi + (\ell_0 + R\varphi - R\omega t)\sin\varphi, \tag{2}$$

$$y = -R\sin\varphi + (\ell_0 + R\varphi - R\omega t)\cos\varphi. \tag{3}$$

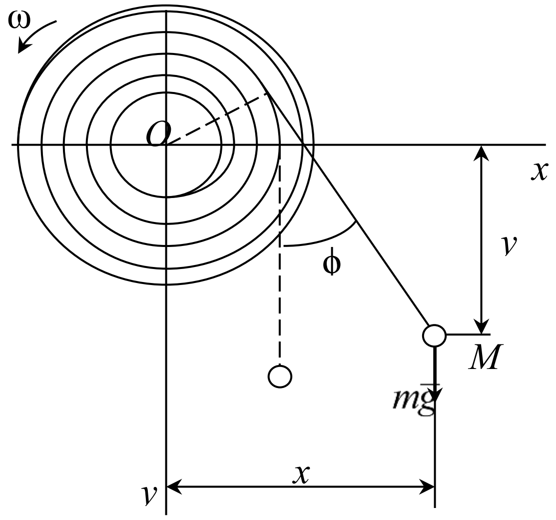

Рис. 2. Розрахункова схема підйому скіпа під час намотування каната на конічну ділянку біциліндро-конічного барабана.

Кінетична Т і потенціальна П енергії визначаються формулами:

$$T = \frac{mv^2}{2}, \qquad \Pi = mg(\ell_0 - y).$$

Швидкість матеріальної точки М:

$$v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}.$$

Лагранжиан системи:

$$L = T\text{-}\Pi,$$

або в розгорнутому вигляді

$$L = \frac{1}{2\pi z} m(g(-2\pi R_1 z + (R_1 - R_2)t\omega)\cdot \sin\varphi + g\cdot\cos\varphi\cdot(2l_0\pi z + t\omega(-2\pi R_1 z + (R_1 - R_2)t\omega) + (2\pi R_1 z + (R_2 - R_1)t\omega)\varphi) + 2\pi z(-gl_0 + \frac{1}{2\pi z}(-2\omega(\pi R_1 z + (R_2 - R_1)t\omega)\cdot \sin\varphi + (R_2 - R_1)\omega\varphi\cdot\sin\varphi + (-2\pi R_1 z + (R_1 - R_2)t\omega)\cdot\cos\varphi\cdot(t\omega - \varphi)\varphi' + \cos\varphi\cdot((R_2 - R_1)\omega + 2l_0\pi z\varphi'))t^2)).$$

Для запису рівняння руху маятника скористаємося рівнянням Лагранжа 2-го роду. Як узагальнену координату візьмемо кут φ відхилення маятника від вертикалі, тоді

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{\varphi}}\right) - \frac{\partial L}{\partial\varphi} = 0. \tag{4}$$

Використовуючи формули (1)-(4), отримаємо диференціальне рівняння руху маятника:

$$-\frac{1}{2\pi z}m(g(2l_0\pi z + t\omega(-2\pi R_1 z + (R_1 - R_2)t\omega)) \cdot sin\varphi + g(2\pi R_1 z + (R_2 - R_1)t\omega) \cdot \varphi \cdot sin\varphi - 2\pi z(-2\omega(\pi R_1 z + (R_2 - R_1)t\omega) \cdot sin\varphi + (R_2 - R_1)\omega \cdot \varphi \cdot sin\varphi + (-2\pi R_1 z + (R_1 - R_2)t\omega) \cdot cos\varphi \cdot (t\omega - \varphi) \cdot \varphi' + cos\varphi \cdot ((R_2 - R_1)\omega + 2l_0\pi z \cdot \varphi'))t\frac{1}{2\pi z}(2\omega(-\pi R_1 z + (R_1 - R_2)t\omega) \cdot cos\varphi + ((2\pi R_1 z + (R_2 - R_1)t\omega) \cdot cos\varphi + (-2l_0\pi z + t\omega(2\pi R_1 z + (R_2 - R_1)t\omega)) \cdot \varphi' \cdot sin\varphi) + \varphi((R_2 - R_1)\omega \cdot cos\varphi - (2\pi R_1 z + (R_2 - R_1)t\omega) \cdot \varphi' \cdot sin\varphi))t) = 0.$$

Знаючи швидкість вантажу за допомогою принципу Даламбера, можна знайти натяг підйомного канату в будь-який момент часу:

$$N = mg \cdot cos\varphi + m \cdot (\frac{y}{cos\varphi} + R \cdot tan\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2.$$

Задаючи чисельні значення параметрів системи й початкові умови: $\ell_0 = 16$ м, $R_1 = 0{,}1$ м, $R_2 = 0{,}4$ м, $z = 12$, $\omega = 0{,}2$ рад./с, $m = 1000$ кг, $\varphi_0 = 0{,}1$ рад., $\dot{\varphi}_0 = 0{,}1$ с$^{-1}$; виконаємо розрахунки та побудуємо графіки при підйомі вантажу.

При заданих параметрах $T = 377$ с, $h = 11{,}3$ м.

На рис. 3-8 представлені графіки зміни окремих параметрів руху системи.

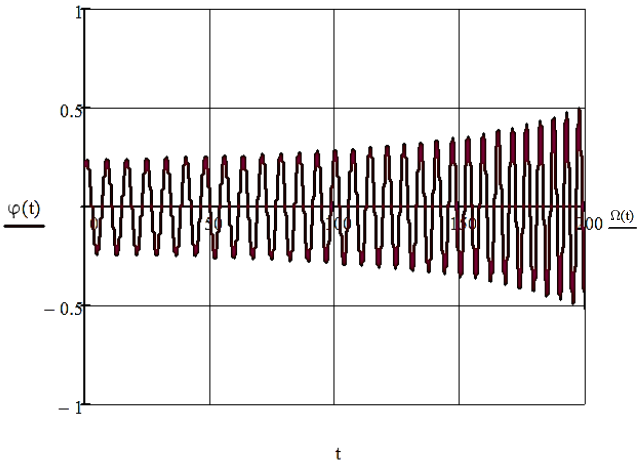

Рис. 3. Графік залежності φ(t)

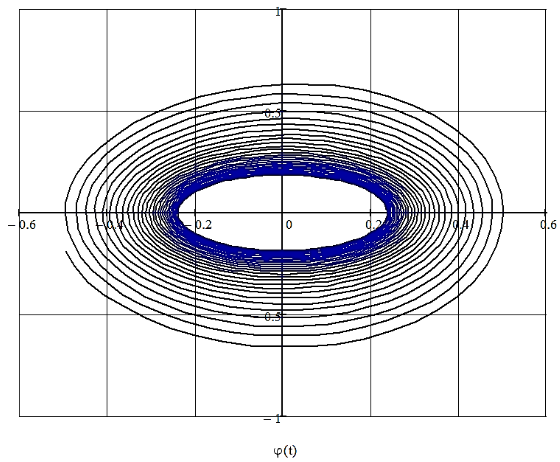

Рис. 4. Фазова траєкторія: Ω(t)-φ(t)

Кутова швидкість $\Omega = \varphi'(t)$.

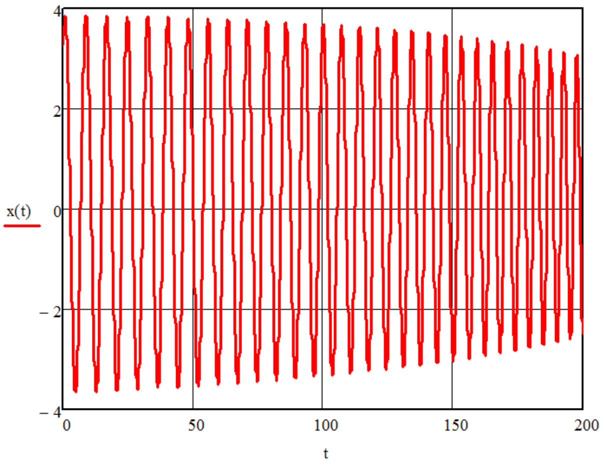

Рис. 5. Графік залежності x(t)

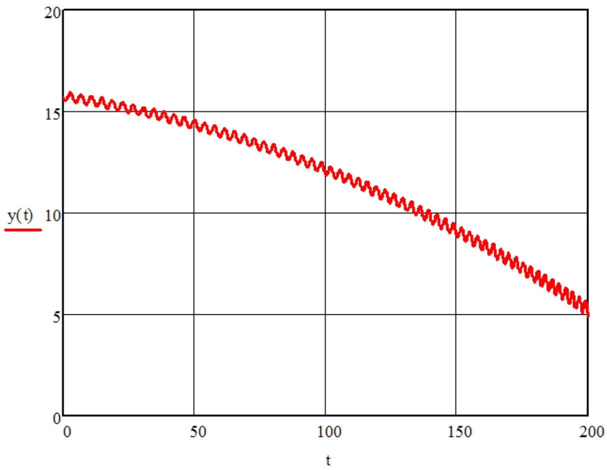

Рис. 6. Графік залежності y(t)

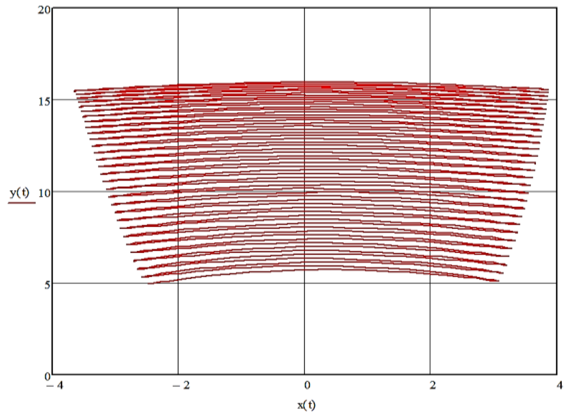

Рис. 7. Траєкторія руху вантажу: x(t)-y(t)

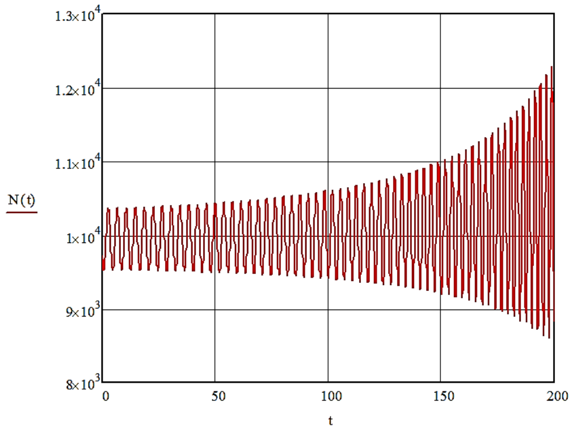

Рис. 8. Графік зміни натягу канату N(t)

Аналізуючи отримані результати, можна зазначити, що узагальнена й лінійні координати (рис. 3, 5, 6) змінюються за гармонічним законом. Періоди горизонтальних і вертикальних коливань різні. Вертикальний рух відбувається з частотою, приблизно вдвічі більшою, ніж горизонтальний рух. Це добре видно на (рис. 5 та 6). Відзначимо, що період горизонтальних коливань залежить від довжини маятника і в першому наближенні не залежить від амплітуди.

Фазовою траєкторією узагальненої координати φ є фокус, який розкручується (рис. 4).

Рисунок 8 наглядно показує збільшення натягу каната зі зростанням швидкості вантажу. Наприклад, на двохсотій секунді натяг канату приблизно на чверть більше ваги вантажу.

Висновки. У результаті розв'язання оберненої задачі динаміки за допомогою рівнянь Лагранжа 2-го роду отримана математична модель руху маятника змінної довжини і з точковою масою, який здійснює плоскі коливальні рухи на невагомому гнучкому канаті, що намотують на біциліндро-конічний барабан, який обертається навколо власної осі, враховує особливості нелінійності системи і містить параметри, що описують її рух. Проінтегровано нелінійне диференціальне рівняння руху за допомогою ЕОМ та отримано залежність від часу координат та швидкості вантажу. Побудована фазова траєкторія при підйомі вантажу. Фазова траєкторія узагальненої координати φ є фокус, який при підйомі розкручуються в зв‘язку з нелінійністю системи. Положення вантажу, його швидкість та прискорення дозволяють знайти величину натягу підйомного канату у будь-який момент часу. Натяг діє як на вантаж, так і на барабан, що дозволяє визначити безпечні режими підйому вантажу та навантаження на привід механізму. Дослідження проводилось за нелінійною моделлю без використання асимптотичних методів, що дозволило виключити методологічну похибку рішення. Отримані результати можуть бути використані при моделюванні керованих маятникових рухів різних механічних систем. Методика і програма рекомендуються для вирішення прикладних завдань проєктування і експлуатації різних підйомно-транспортних систем і технічних пристроїв, здатних демонструвати складну поведінку. У методичному плані пропонований матеріал цікавий для студентів і аспірантів у плані навчання принципам побудови та аналізу складних нелінійних динамічних систем.

Список використаних джерел

1. Podlesny S. Dynamics of a spherical pendulum on a nonlinear elastic suspension under the action of a variable side aerodynamic load / S. Podlesny // Visnyk TNTU (Tern.). – 2020. – Vol. 98, № 2. – Pp. 49-58.

2. Freundlich J. Dynamics of a coupled mechanical system containing a spherical pendulum and a fractional damper [Electronic resource] / J. Freundlich, D. Sado // Physics. Meccanica. – 2020. – Vol. 55. – Pp. 2541–255. DOI: https://doi.org/10.1007/s11012-020-01203-4.

3. Зінько Р. Маятник змінної довжини [Електронний ресурс] / Р. Зінько. – Режим доступу: http://www.zinko.lviv.ua/index.php?artid=1472900553.

4. Ольшанский С. В. Нестационарные колебания осциллятора переменной массы с учётом вязкого трения / С. В. Ольшанский // Вібрації в техніці та технологіях. – 2014. – № 3 (75). – С. 18-27.

5. Ловейкін В. Динамічний аналіз переміщення візка вантажопідйомного крана зі зміщеним центром мас вантажу відносно захвату / В. Ловейкін, П. Лимар // Вісник ТНТУ. – 2014. – Том 73, № 1. – С. 102–109.

6. Research into 2D dynamics and control of small oscillations of a cross-beam during transportation by two overhead cranes [Electronic resource] / A. V. Perig, A. N. Stadnik, A. A. Kostikov, S. V. Podlesny // Shock and Vibration. – 2017. – Asses mode: http://downloads.hindawi.com/journals/sv/2017/9605657.pdf.

7. Ловейкін В. С. Оптимізація режиму руху механізму зміни вильоту вантажу баштового крана з горизонтальною стрілою / В. С. Ловейкін, Ю. О. Ромасевич, О. В. Стехно // Машинобудування. – 2017. – № 20. – С. 11-18.

8. Подоляк О. С. Математичне моделювання сумісного руху механізмів підйому, повороту і зміни вильоту крана ДЕК-251 / О. С. Подоляк, М. О. Болибік // Машинобудування. – 2017. – № 19. С. 61-67.

9. Паламарчук Д. А. Исследование динамики движения стреловой системы крана при автоматическом управлении механизмом изменения вылета / Паламарчук Д. А. // *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Серія «Технічні науки».* 2014. Вип. 3(67). С. 361-370.

10. Булатов Л. А. Исследование движения оборотного математического маятника с изменяющейся длиной нити / Л. А. Булатов, В. Д. Бертяев, А. Е. Киреева // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2010. – Вып. 2, ч. 1. – С. 11-18.

References

1. Podlesny, S. (2020). Dynamics of a spherical pendulum on a nonlinear elastic suspension under the action of a variable side aerodynamic load. *Visnyk TNTU (Tern.) – Bulletin of TNTU, 98*(2), 49-58.

2. Freundlich, J., Sado, D. (2020). Dynamics of a coupled mechanical system containing a spherical pendulum and a fractional damper. *Physics. Meccanica*, 55, 2541–2553. https://doi.org/10.1007/s11012-020-01203-4.

3. Zinko, R. (n.d.). *Maiatnyk zminnoi dovzhyny [Pendulum of variable length]*. http://www.zinko.lviv.ua/index.php?artid=1472900553.

4. Olshanskyi, S.V. (2014). Nestatsionarnye kolebaniia ostsilliatora peremennoi massys uchetom viazkogo treniia [Nonstationary oscillations of an oscillator of variable mass taking into account viscous friction]. *Vibratsii v tekhnitsi ta tekhnolohiiakh – Vibrations in engineering and technology,* (3(75)), 18-27.

5. Loveikin, V., Lymar, P. (2014). Dynamichnyi analiz peremishchennia vizka vantazhopidiomnoho krana zi zmishchenym tsentrom mas vantazhu vidnosno zakhvatu [Dynamic analysis of the movement of the truck crane with a shifted center of mass of the load relative to the grip]. *Visnyk TNTU – Bulletin of TNTU, 73*(1), 102–109.

6. Perig, A.V., Stadnik, A.N., Kostikov, A.A., Podlesny, S.V. (2017). Research into 2D dynamics and control of small oscillations of a cross-beam during transportation by two overhead cranes. *Shock and Vibration*. http://downloads.hindawi.com/journals/sv/2017/9605657.pdf.

7. Loveikin, V.S., Romasevych, Yu.O., Stekhno, O.V. (2017). Optymizatsiia rezhymu rukhu mekhanizmu zminy vylotu vantazhu bashtovoho krana z horyzontalnoiu striloiu [Optimization of the mode of movement of the mechanism of change of departure of cargo of the tower crane with a horizontal arrow]. *Mashynobuduvannia – Mechanical Engineering,* (20), 11-18.

8. Podoliak, O.S., Bolybik, M.O. (2017). Matematychne modeliuvannia sumisnoho rukhu mekhanizmiv pidiomu, povorotu i zminy vylotu krana DEK-251 [Mathematical modeling of the joint movement of the mechanisms of lifting, turning and changing the departure of the crane DEK-251]. *Mashynobuduvannia – Mechanical Engineering,* (19), 61-67.

9. Palamarchuk, D.A. (2014). Issledovanie dinamiki dvyzheniia strelovoi sistemy krana pri avtomaticheskom upravlenii mekhanizmom izmeneniia vyleta [Investigation of the dynamics of the movement of the jib system of the crane with automatic control of the mechanism of change of departure]. *Visnyk Natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Seriia «Tekhnichni nauky» – Bulletin of the National University of Water Management and Environmental Sciences. Series "Technical Sciences",* 3(67), 361-370.

10. Bulatov, L.A., Bertiaev, V.D., Kyreeva, A.E. (2010). Issledovanie dvizheniia oborotnogo matematicheskogo maiatnika s izmeniaiushcheisia dlinoi niti [Investigation of the motion of a reversible mathematical pendulum with varying thread lengths]. *Izvestyia TulHU. Tekhnycheskye nauky – Izvestiia TulGU. Technical sciences*, *2*(1), 11-18.

Отримано 30.08.2021

UDC 531.3:621.8

***Serhii Podliesnyi*[1], *Mykola Dorokhov*[2], *Yurii Yerfort*[3], *Oleksand Stadnyk*[4]**

[1]PhD in Technical Science, Associate Professor of the Technical Mechanics Department
Donbass State Engineering Academy (Kramatorsk, Ukraine)
E-mail: sergeypodlesny@gmail.com. **ORCID:** https://orcid.org/0000-0001-8271-4004

[2]PhD in Technical Science, Head of the Department of Lifting and Transport Machines
Donbass State Engineering Academy (Kramatorsk, Ukraine)
E-mail: dorokhovptmddma@gmail.com. **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-5458-4211

[3]Associate Professor of the Technical Mechanics Department
Donbass State Engineering Academy (Kramatorsk, Ukraine)
E-mail: yuriy.erfort@gmail.com. **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-7982-8446

[4]Senior Lecturer of the Technical Mechanics Department
Donbass State Engineering Academy (Kramatorsk, Ukraine)
E-mail: anstadnik54@gmail.com. **ORCID:** https://orcid.org/0000-0002-3439-6977

STUDY OF OSCILLATIONS OF A PENDULUM OF VARIABLE LENGTH

The problem of movement of a pendulum of variable length is considered in the article. The study of the movements of pendulum systems is relevant, as they can demonstrate significantly nonlinear and quite diverse behavior and are often used as a source of model problems for the development and study of nonlinear control methods. First of all, this applies to various types of lifting mechanisms.

Some lifting mechanisms use a bicylindro-conical drum to wind the rope, which significantly complicates the kinematics and dynamics of the oscillating load, which requires a separate study.

Analysis of scientific publications has shown that research in the field of modeling of complex nonlinear pendulum systems continues and does not stop.

The problem of studying the motion of a load that swings during the winding of a rope on a conical drum has not been considered before.

The purpose of the work is to create a mathematical model, establish the basic laws and study the oscillating motion of a load with point mass, which performs flat oscillating motions on a weightless flexible cable wound on a rotating bicylindrical-conical drum.

Using the Lagrange equations of the second kind, the second problem of dynamics is solved and a mathematical model of the considered mechanical system is obtained. The equation of motion and the relationship between angular and Cartesian coordinates are determined. A program was compiled and a numerical experiment was conducted. The model and the program make it possible to obtain the dependences of linear and angular displacements, as well as linear and angular velocities, and to construct appropriate graphs, phase portraits, and the trajectory of the load. The position of the load, its speed and acceleration make it possible to find the value of the lifting rope tension at any time. Tension acts on both the load and the drum, allowing you to determine the safe modes of lifting or lowering the load and the load on the drive mechanism. The study was performed on a nonlinear model without the use of asymptotic methods, which allowed to exclude the methodological error of the solution.

Having a mathematical model and calculation programs, it is possible to conduct further research of the considered system. The obtained formulas make it possible to design such pendulum systems with the most rational characteristics and the optimal ratio of design parameters. The obtained results can be used for modeling of controlled pendulum motions of different mechanical systems. The methodology and program are recommended for solving applied problems of design and operation of various hoisting and transport systems and technical devices capable of demonstrating complex behavior. The methodologically proposed material is interesting for students and graduate students in terms of teaching the principles of construction and analysis of complex nonlinear dynamical systems.

Keywords: *nonlinear dynamics; fluctuations; pendulum; bicylindro-conical drum; Lagrange equations of the second kind; mathematical model; numerical experiment; phase trajectory.*

Fig.: 8. References: 10.