

Міністерство освіти та науки України

*ЧЕРНІГІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ*

Юлія Ткач

Технологічні карти з вищої математики

навчально-методичний посібник

Чернігів
2016

УДК 511-33
ББК 22.1я7
Т 48

Рекомендовано до друку на засіданні Вченої ради Чернігівського національного технологічного університету
протокол №6 від 30червня 2014 року

Рецензенти:

Скафа О.І., завідувач кафедри вищої математики і методики викладання математики Донецького національного університету, д.п.н., професор;

Лось В.М., завідувач кафедри вищої та прикладної математики Чернігівського національного технологічного університету, к.ф.-м.н., доцент.

Ткач Юлія Миколаївна

Т-48 Технологічні карти з вищої математики: навчально-методичний посібник. – Ніжин: ФОП Лук'яненко В.В. ТПК «Орхідея», 2016. – 114 с.

ISBN 978-966-2185-69-0

Технологічні карти розроблені відповідно до навчальної програми з вищої математики для студентів напряму підготовки 6.030507 «Маркетинг», 6.030505 «Управління персоналом та економіка праці», 6.030508 «Фінанси та кредит» галузі знань 0305 «Економіка та підприємництво».

У кожній технологічній карті до всіх тем курсу вищої математики сформульовано діагностичні цілі, запропоновано структурно-логічний аналіз навчального матеріалу, здійснено дидактичний аналіз змісту навчального матеріалу, встановлено внутрішньопредметні та міжпредметні зв'язки, запропоновано приклади для діагностики та оцінювання знань студентів, визначено типові помилки студентів.

Технологічні карти є технологічним забезпеченням навчального процесу з вищої математики.

Навчально-методичний посібник призначений для викладачів з математики, які працюють на економічних факультетах, може стати дидактичним матеріалом у процесі підготовки викладача до проведення занять з математики для майбутніх економістів. Також навчально-методичний посібник буде корисним під час викладання математики для технічних спеціальностей.

Побудова технологічних карт до кожної теми будь-якої дисципліни навчального плану підготовки фахівців економічної галузі, аналогічних до запропонованих нижче, полегшить роботу викладача вищого навчального закладу, підвищить ефективність навчального процесу в цілому та сприятиме фундаменталізації професійної підготовки майбутніх економістів.

УДК 511-33
ББК 22.1я7

ISBN 978-966-2185-69-0

ТКАЧ Юлія Миколаївна

Технологічні карти з вищої математики

Навчальний посібник

В авторській редакції

Відповідальний за випуск – Лук'яненко В.В.

Підписано до друку 01.07.2016 р.
Формат 60x 84/16. Друк офсетний. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman. Обл.-вид. арк. 6,07.
Ум. друк. арк. 6,63. Тираж 300 прим.
Зам. № 466

Віддруковано з оригінал-макету замовника

Видавець - ФОП Лук'яненко В.В. ТПК «Орхідея»

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до державного реєстру видавців, виготівників
і розповсюджувачів видавничої продукції
серія ДК № 3020 від 02.11.2007 р.*

Друк - ФОП Черниш Ю.В.

16600, Чернігівська обл., м. Ніжин, вул. Небесної сотні, 13 а.
Тел.: (04631) 5-15-05,
E-mail: holdingvv@gmail.com

ЗМІСТ

КОНСТРУЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ КАРТ	4
ВИЗНАЧНИКИ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ	12
МАТРИЦІ ТА ДІЇ З НИМИ	18
СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ	24
ВЕКТОРИ ТА ДІЇ З НИМИ	30
ПРЯМА НА ПЛОЩИНІ	36
ПРЯМА ТА ПЛОЩИНА У ПРОСТОРІ	42
ЛІНІЇ ДРУГОГО ПОРЯДКУ	49
ЧИСЛОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ	54
ГРАНИЦЯ ФУНКЦІЇ	58
НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЇ	63
ПОХІДНА ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ НЕЗАЛЕЖНОЇ ЗМІННОЇ	68
ДИФЕРЕНЦІАЛ ФУНКЦІЇ	75
ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ НЕЗАЛЕЖНИХ ЗМІННИХ	81
ПЕРВІСНА ФУНКЦІЇ ТА НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ	90
ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ	96
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ	101
РЯДИ	105
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	111

КОНСТРУЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ КАРТ

ДЛЯ НОТАТОК

Технологічним забезпеченням навчального процесу з вищої математики, на нашу думку, можуть стати технологічні карти, оскільки саме в технологічних картах проектуються необхідні показники навчального процесу. В.М. Монахов у своїй роботі [13] зазначає, що технологічна карта є паспортом проекту навчального процесу в межах однієї теми. І.С.Шапіро [23] стверджував, що технологічні карти являють собою наочну і в той же час абстрактну модель, яка виконує не тільки системоутворюючу функцію (створювати у свідомості цілісне уявлення про навчальну дисципліну, що вивчається), але і функцію передміркування, утворюючи тим самим стан попередньої «готовності» виконавця до проникнення у проблему ще до того, як вона буд поставлена.

На думку В.М.Монахова основним об'єктом проектування в технології є навчальна тема. Ми погоджуємось з його думкою.

Зупинимось більш детально на технологічних картах.

Технологічна карта – це стандартизований документ, що містить необхідні відомості, інструкції для персоналу, який здійснює деякий технологічний процес або технічне обслуговування об'єкта [20].

Виходячи з означення, пропонуємо таку структуру технологічної карти з вивчення кожної окремої теми курсу вищої математики.

Технологічна карта

Предмет Вища математика Тема _____

Кількість годин _____

Назва	Зміст
Діагностичні цілі	
Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу	
Дидактичний аналіз змісту навчального матеріалу	
Внутрішньопредметні зв'язки	
Міжпредметні зв'язки	
Діагностика	
Корекція	
Оцінювання	

18. Таксономія Блума // Вікіпедія / [Електронний ресурс]. — Режим доступу:

http://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B0%D0%BA%D1%81%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D1%96%D1%8F_%D0%B1%D0%BB%D1%83%D0%BC%D0%B0

19. Тевяшев А.Д. Вища математика. Загальний курс : Збірник задач і вправ. 2-е вид. доп. і доопрац / А.Д.Тевяшев, О.Г.Литвин. — Х.: Рубікон, 1999. — 320 с.

20. Технологічна карта // Вікіпедія / [Електронний ресурс]. — Режим доступу:

http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D1%85%D0%BD%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B0

21. Шапиро И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики: кн. для учителя / Шапиро И. М. — М. : Просвещение, 1990. — 96 с.

22. Ткач Ю.М. Конструирование технологических карт по математике / Ю.М.Ткач // Проблемы современной науки: сборник научных трудов: выпуск 8. Часть 2. — Ставрополь: ЛОГОС, 2013. — С. 185-192.

23. Ткач Ю.М. Технологізація процесу навчання вищої математики / Ю.М.Ткач // Збірник наукових праць. Педагогічні науки. Випуск 61. — Херсон: Вид-во ХДУ, 2012. — С. 346-351.

Діагностичні цілі (процес цілепокладання за умов технологічно організованого навчального процесу вимагає однозначного задання якості засвоєння навчального матеріалу іншими словами це переведення на мову діяльності змісту навчання). Беспалко В.П. [1] наводить формулу діагностичності цілей навчання: $D=O+Iz+OЦ$, де O – вимога точного описання цілі, Iz – вимога вимірюваності цілі, $OЦ$ – вимога існування шкали оцінки. При цьому він зазначає, якщо хоча б одна з перерахованих операцій не виконується, то ціль не є діагностичною).

Цілі бувають загальні (визначені у ОПП кожного напрямку навчання) та конкретні (через які досягаються поставлені загальні цілі). Наприклад, у освітньо-професійній програмі підготовки бакалаврів галузі знань 0305 «Економіка та підприємництво» для дисципліни «Математика для економістів» визначено таку загальну мету: формування системи теоретичних знань і практичних навичок з основ математичного апарату, основних методів кількісного вимірювання випадковості дії факторів, що впливають на будь-які процеси, засад математичної статистики, яка використовується під час планування, організації та управління виробництвом, оцінювання якості продукції, системного аналізу економічних структур та технологічних процесів. Тоді для реалізації цієї мети формулюють підтеми, такими можуть бути «формування системи знань з лінійної алгебри», «формування системи знань з математичного аналізу» тощо.

Для формулювання діагностичних цілей з математики можна скористатись таксономією Блума. **Таксономія Блума** — таксономія педагогічних цілей в пізнавальній сфері, що була запропонована у 1956 році американським психологом Бенджаміном Блумом. Він запропонував правила формулювання і впорядкування цілей навчання. Ним були визначені цілі когнітивної групи, цілі афективної групи (вони виражаються через сприймання, інтереси, нахили, здібності тощо) та цілі психомоторні (навички письма, мовні, фізичні, трудові навички). Цілі навчання у когнітивній сфері можуть бути виражені через такі елементи засвоєння (їх ще називають

елементами таксономії Блума): знання, розуміння, застосування, аналіз, синтез і оцінка [18]. Кожен з наступних когнітивних рівнів включає всі попередні. Так, розумінню передбачає запам'ятовування студентом основних понять, формулювань, формул, теорем тощо. Застосуванню передують запам'ятовування навчального матеріалу та розуміння і т.д.

Оскільки діагностичні цілі – це переведення на мову діяльності змісту навчання, то для формулювання цілей з математики можна скористатись такими словами:

- на рівні **знання** (здатність пригадати навчальний матеріал, що включає терміни, поняття, формули, теореми, класифікації тощо): *розпізнавати, знати, визначити, виявити, назвати, пригадати, вказати тощо*;
- на рівні **розуміння** (здатність студентів встановлювати взаємозв'язки між поняттями, одного навчального матеріалу з іншим, перетворювати його із одної форми подання в іншу, переводити його зі словесної мови у графічну, математичну і навпаки): *порівняти, виділити розбіжності, пояснити, проілюструвати, перефразувати, скласти математичну модель тощо*;
- на рівні **застосування** (уміння використовувати вивчений навчальний матеріал у конкретних умовах і нових ситуаціях): *застосувати, використати, побудувати, сконструювати, продемонструвати, розробити, розв'язати, знайти тощо*;
- на рівні **аналізу** (виділення частин цілого, виявлення взаємозв'язку між ними, осмислення принципів організації цілого): *проаналізувати, поділити на категорії, класифікувати, знайти розбіжності*;
- на рівні **синтезу** (вміння комбінувати елементи, щоб одержати ціле з новою системною властивістю): *створити, розробити,*

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Беспалко В.П. Педагогіка и прогрессивная технология обучения / В.П.Беспалко. – М. : Изд-во института профообразования мин-ва об-ия, 1995. – 336 с.
2. Васильченко І.П. Вища математика для економістів / І.П.Васильченко. - К., 2002. - 454 с.
3. Вища математика: Навч.-метод. посібник для самостійного вивчення дисципліни / К. Г. Валєєв, І. А. Джалладова та ін. - К.: КНЕУ, 1996. - 396 с.
4. Вища математика: Підручник / Домбровський В.А., Крижанівський І.М., Мацьків Р.С., Мигович Ф.М., Неміш В.М., Окрепкий Б.С., Хома Г.П., Шелестовська М.Я.; за редакцією Шинкарика М.І. –Тернопіль: Видавництво Карп'юка, 2003 - 480с.
5. Высшая математика для экономистов : Учебник для вузов / Н.Ш.Кремер, Б.А.Путко, И.М.Тришин, М.Н.Фридман; Под ред. Проф. Н.Ш.Кремер. – 2-е издание перераб и доп. – М.: ЮНИТИ, 2004. – 471 с.
6. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Збірник задач: навч. посібник. – К.: Видавництво А.С.К., 2003.-480 с.
7. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: навч. посібник. – К.: Видавництво А.С.К., 2009.-648 с.
8. Дюженкова Л.І. та ін. Математичний аналіз у задачах і прикладах: навч. посібник. – К.: Вища школа, 2003.- Ч 2.- 470 с.
9. Лінійна алгебра та аналітична геометрія / Назієв Е.Х., Владіміров В.М., Миронець О.А. - К. ,1997. - 149 с.
10. Макаренко В.О. Вища математика для економістів : Навч. посібник / Макаренко В.О. – К.: Знання, 2008. – 517 с.
11. Математические методы в экономике / Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н. — М.: Изд-во МГУ, 1998. — 368 с.
12. Машбиц Е. И. Психолого-педагогические проблемы компьютерного обучения: педагогическая наука – реформы школы / Е. И. Машбиц. – М. : Педагогика, 1988. – 192 с.
13. Монахов В.М. Технологические основы проектирования и конструирования ученого процесса: Монографія / В.М.Монахов. – Волгоград: Перемена,1995. – 152 с.
14. Овчинников П.П. та ін. Вища математика: підручник. – К.: Техніка, 2003. - Ч 2.-600 с.
15. Основы теории педагогических систем / В.П.Беспалко. – Воронеж: Изд. Воронежского университета, 1977. – 304 с.
16. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. -М.: Айрис-Пресс, 2000.-Ч. 1-2.-252 с.
17. Скафа О.І. Теоретико-методичні основи формування прийомів евристичної діяльності в процесі вивчення математики в умовах впровадження сучасних технологій навчання [Текст] : автореф. дис. д-ра пед. наук : 13.00.02 / Скафа Олена Іванівна ; Національний педагогічний ун-т ім. М.П. Драгоманова. – К., 2004. – 40 с.

	<p>3) Довести збіжність числового ряду:</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots$ <p>4) Дослідити збіжність ряду</p> $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} =$ $\sum_{n=1}^{\infty} (3+(-1)^n)^{-n} =$ $f(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n} + \dots$ <p>5) Знайти область збіжності степеневого ряду</p> $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1} x^n}{n} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n}$
Корекція	Типові помилки: під час проведення розрахунків, невміння добирати відповідні ознаки під час доведення збіжності ряду.
Контроль та оцінювання	Завдання аналогічне до діагностики, виставлення оцінок за шкалою національного та ECTS.

вивести закономірність, запропонувати, узагальнити тощо;

- на рівні **оцінки** (вміння оцінювати значення того чи іншого матеріалу для конкретної мети): *оцінити, обрати, розв'язати, відібрати, поміркувати тощо.*

Мірою вимірюваності є рівень засвоєння знань та вмінь студентів, а оцінити цей рівень можна за шкалами оцінювання національною та ECTS.

Зауважимо, що формулюванню діагностичних цілей повинно передувати діагностування рівня навчальних досягнень студентів шляхом, наприклад, тестування (відкриті запитання: тестові завдання з пропусками, тестові завдання на доповнення, завдання з короткою відповіддю, завдання з розгорнутою відповіддю, тестові завдання на встановлення відповідності). Також, бажано, використовуючи анкетування, з'ясувати чи наявні у них мотиви до навчальної діяльності.

Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу. У результаті даного аналізу встановлюється логічна структура навчального матеріалу. Для структуризації використаємо методику моделювання наукового початку змісту навчальних знань, яку розробив В.П.Беспалко [15]. У даній методиці використано графи, які побудовані за дидактичним принципом представлення навчальних знань. За вершини В.П.Беспалко пропонує прийняти навчальні елементи (опис об'єктів, реальної дійсності: предметів, явищ, процесів тощо), а за ребра – зв'язки між ними. Тобто, треба:

- скласти список тем (або розділів), які дадуть уявлення про обсяг навчального матеріалу;
- виокремити узагальнюючий елемент та помістити його на верхній основі графу;
- здійснити перехід від загального елемента теми (розділу) до його частинних тем;
- виділити основи графа (кожну основу характеризує певна суттєва ознака вихідного навчального елемента; кількість основ графа дорівнює

кількості суттєвих ознак вихідного навчального елемента, що розглядаються);

- визначити послідовність розміщення основ графа (при чому кожна наступна основа графа розвивається через зміст попередніх);

- встановити прямі зв'язки між навчальними елементами, які йдуть від вищих основ до нижчих.

Ми вважаємо, що граф може складатись з таких основ:

- узагальнюючий елемент;
- змістове наповнення (означення, основні характеристики та властивості тощо) та розв'язування найпростіших вправ;
- застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач.

Хоча для конкретної теми структура графу може мати і іншу структуру.

Дидактичний аналіз змісту навчального матеріалу. Дидактичний аналіз змісту навчального матеріалу визначає рівень засвоєння навчального матеріалу та здійснюється тільки після структурно-логічного аналізу.

В.П.Беспалко запропонував таку класифікацію рівнів знань [15]:

1) інформаційний – знання-знайомства, які характеризуються діяльністю впізнавання об'єктів шляхом співставлення ознак та об'єкта при повторному сприйнятті;

2) алгоритмічний – знання-копії, які характеризуються діяльністю із відтворення засвоєних знань (тобто розв'язування аналогічних, типових задач);

3) евристичний – знання-уміння, які характеризуються діяльністю з перетворення вже відомих способів дій при розв'язуванні нових (нетипових) задач;

4) творчий – знання-трансформації, які характеризуються діяльністю зі створення на основі раніше засвоєної інформації об'єктивно нової.

На нашу думку, другі назви у класифікації рівнів знань (знання-знайомства, знання-копії, знання-уміння, знання-трансформації) є не досить вдалимими, оскільки не несуть в собі необхідного змістового наповнення.

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	Л
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											

2) Продовжте речення:

- Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ називається **збіжним**, якщо ...
- Якщо помножити члени ряду $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n + \dots$ на один і той самий числовий множник $a \neq 0$ і дістанемо ряд...
- Якщо два ряди збігаються, то їх можна почленно додавати і віднімати, тобто ...
- Збіжність числового ряду не зміниться, якщо ...
- Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ називається **абсолютно збіжним**, якщо ...
- Збіжний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ називається **умовно збіжним**, якщо ...

<p>то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ збігається. Якщо починаючи з деякого номера $n \geq N$ виконується нерівність $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$, то ряд розбігається.</p>	<p>Якщо для ряду з додатними членами $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ починаючи з деякого номера $n \geq N$ виконується нерівність $\sqrt[q]{u_n} \leq q < 1$, то ряд збігається. Якщо починаючи з деякого номера $n \geq N$ виконується нерівність $\sqrt[q]{u_n} \geq 1$, то ряд розбігається.</p>	<p>Якщо функція $y = f(x)$ неперервна і монотонно спадає при $x \geq 1$, то невластний інтеграл $\int_1^{\infty} f(x) dx$ і ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$ збігаються або розбігаються одночасно.</p>	<p>Ряд виду $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$ де $a_n > 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)</p>
	<p>И</p>	<p>К</p>	<p>Л</p>
<p>Радикальна ознака збіжності Коші</p>	<p>9</p>	<p>Інтегральна ознака збіжності Коші</p>	<p>Знакозмінним рядом називається</p>
<p>10</p>	<p>11</p>		

Крім того, оскільки евристика – це процес пошуку нового продукту діяльності, а евристична діяльність – створює нові системи дій, але при цьому містить алгоритми [17]. Отже, третій та четвертий рівні, на нашу думку, можна об'єднати.

Внутрішньопредметні та міжпредметні зв'язки. Встановлення таких зв'язків сприятиме мотивації студентів до навчання. Загальновідомо, що сформованість мотиваційної сфери є необхідною передумовою успіху будь-якої діяльності, у тому числі і навчальної.

Класифікацію мотивів можна представити так (див. рис. 1).

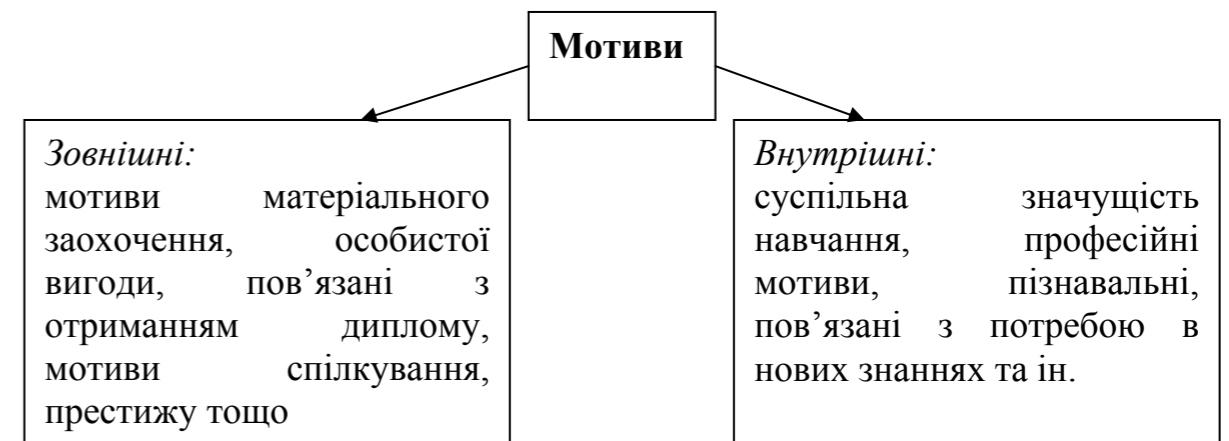


Рис. 1. Класифікація мотивів

Мотивація як система мотивів включає в себе різноманітні спонукання, через що „діяльність стає полімотивованою” [12].

Людина далеко не завжди усвідомлює мотиви, які спонукають її до навчальної діяльності. Але якщо в системі мотивів людини, яка навчається, повністю відсутні пізнавальні мотиви (наприклад, він виконує завдання, щоб уникнути покарання або для заспокоєння батьків і вчителів), то її діяльність не можна назвати навчальною.

На нашу думку, мотивувати навчальну діяльність майбутніх фахівців економічної галузі можна у кілька способів:

1) професійна спрямованість навчання (включення до системи вправ задач економічного змісту; наповнення змісту дисципліни питаннями, які є професійно значущі);

2) встановлення послідовності зв'язків тем всередині дисципліни (внутрішня наступність у вивченні) та зовні (подальше застосування математичного апарату як засобу пізнання у інших професійно спрямованих дисциплінах: математика-економетрика, математика-оптимізаційні методи та моделі, математика-мікроекономіка, математика-макроекономіка тощо).

Діагностика. Діагностика сформованості відповідних компетентностей з математики у студентів. Це сприятиме виявленню прогалин у знаннях та вміннях студентів, з'ясуванню типових помилок та їх усуненню у подальшому. Діагностика відбувається по закінченні кожної теми. З метою забезпечення об'єктивності, систематичності, індивідуалізації, диференціації, ґрунтовності перевірки математичних знань студентів та економії часу ми пропонуємо під час діагностики використати інформаційно-комунікаційні технології (різноманітні тестові оболонки).

Корекція. На етапі корекції відбувається відпрацювання типових помилок, усунення прогалин у знаннях студентів. Також може бути оновлена система мотивів. Тим самим коректуються набуті знання та вміння студентів та забезпечується необхідний (заданий наперед у діагностичних цілях) результат.

Контроль та оцінювання. Відбувається за допомогою оціночних листків (з аналогічними як на діагностиці завданнями). Оцінки студентам виставляються за шкалою оцінювання рівня засвоєння навчального матеріалу (національна, ECTS).

Технології навчання. Залежно від навчального матеріалу та рівня навчальний досягнень студентів викладач самостійно обирає методи та прийоми (можливо в поєднанні) та засоби навчання. У якості форм навчання математики у вищому навчальному закладі використовуються лекційні та практичні заняття.

Основним засобом навчання математики є системи вправ, крім того, можуть використовуватись тестові завдання, інформаційно-комунікаційні технології. При чому система вправ має добиратись із врахуванням принципів науковості, наступності, систематичності і послідовності навчання.

Міжпредметні зв'язки	Уміння та навички з теми знадобляться під час розв'язування задач у курсу «Мікроекономіка» (наприклад, обчислення множинка дисконту).																																			
	1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням																																			
Діагностика	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Поняттями</th> <th>Тлумачення</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Вираз, який називається рядом</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Числа, які є членами ряду</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Загальний член ряду</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>Частинні суми ряду</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>Залишок ряду</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>Необхідна умова збіжності</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>Ознаки порівняння</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>Ознака збіжності Даламбера</td> </tr> </tbody> </table>	Поняттями	Тлумачення	1	Вираз, який називається рядом	2	Числа, які є членами ряду	3	Загальний член ряду	4	Частинні суми ряду	5	Залишок ряду	6	Необхідна умова збіжності	7	Ознаки порівняння	8	Ознака збіжності Даламбера	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>А</td> <td>$u_1, u_2, \dots, u_n \dots$</td> </tr> <tr> <td>Б</td> <td>$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$</td> </tr> <tr> <td>В</td> <td>$S_1 = u_1,$ $S_2 = u_1 + u_2,$ $S_3 = u_1 + u_2 + u_3,$ $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$</td> </tr> <tr> <td>Г</td> <td>u_n</td> </tr> <tr> <td>Д</td> <td>$r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} u_k = u_{n+1} + u_{n+2} + \dots + u_{n+k} + \dots$</td> </tr> <tr> <td>Е</td> <td>$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0.$</td> </tr> <tr> <td>Ж</td> <td>$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ $\sum_{n=1}^{\infty} v_n = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n + \dots$ Якщо $u_n \leq v_n$ і ряд v_n збігається, тоді ряд u_n також збігається</td> </tr> <tr> <td>З</td> <td>Якщо для ряду з додатними членами $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ починаючи з деякого номера $n \geq N$ виконується нерівність $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq q < 1,$</td> </tr> </tbody> </table>	А	$u_1, u_2, \dots, u_n \dots$	Б	$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$	В	$S_1 = u_1,$ $S_2 = u_1 + u_2,$ $S_3 = u_1 + u_2 + u_3,$ $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$	Г	u_n	Д	$r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} u_k = u_{n+1} + u_{n+2} + \dots + u_{n+k} + \dots$	Е	$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0.$	Ж	$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ $\sum_{n=1}^{\infty} v_n = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n + \dots$ Якщо $u_n \leq v_n$ і ряд v_n збігається, тоді ряд u_n також збігається	З	Якщо для ряду з додатними членами $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ починаючи з деякого номера $n \geq N$ виконується нерівність $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq q < 1,$
Поняттями	Тлумачення																																			
1	Вираз, який називається рядом																																			
2	Числа, які є членами ряду																																			
3	Загальний член ряду																																			
4	Частинні суми ряду																																			
5	Залишок ряду																																			
6	Необхідна умова збіжності																																			
7	Ознаки порівняння																																			
8	Ознака збіжності Даламбера																																			
А	$u_1, u_2, \dots, u_n \dots$																																			
Б	$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$																																			
В	$S_1 = u_1,$ $S_2 = u_1 + u_2,$ $S_3 = u_1 + u_2 + u_3,$ $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$																																			
Г	u_n																																			
Д	$r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} u_k = u_{n+1} + u_{n+2} + \dots + u_{n+k} + \dots$																																			
Е	$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0.$																																			
Ж	$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$ $\sum_{n=1}^{\infty} v_n = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n + \dots$ Якщо $u_n \leq v_n$ і ряд v_n збігається, тоді ряд u_n також збігається																																			
З	Якщо для ряду з додатними членами $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ починаючи з деякого номера $n \geq N$ виконується нерівність $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq q < 1,$																																			

	<p>Необхідна і достатня умова збіжності ряду з додатними членами</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ознаки порівняння. - Ознака Даламбера. - Радикальна ознака збіжності Коші. - Інтегральна ознака збіжності Коші. - Знакозмінні ряди. Ознака збіжності Лейбніца. - Абсолютна й умовна збіжність. <p>4. Функціональні ряди. 5. Степеневі ряди. 6. Застосування рядів до розв'язування прикладних задач.</p> <pre> graph TD I[І основа (ряди)] --> II[II основа (змістове наповнення)] II --> II_2[2] II --> II_3[3] II --> II_4[4] II --> III[III основа (застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач)] III --> III_5[5] III --> III_4[4] III --> III_5_2[5] III --> 6[6] </pre> <p>І основа (ряди)</p> <p>II основа (змістове наповнення)</p> <p>III основа (застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач)</p>
<p>Дидактичний зміст матеріалу</p>	<p>Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) інформаційний: 1, 2 2) алгоритмічний: 3-5 3) евристичний: 6
<p>Внутрішньо-предметні зв'язки</p>	<p>Для вивчення теми «Ряди» необхідні знання з тем границя послідовності, границя функції, інтегральне числення.</p>

Для визначення із методами навчання викладач може скористатись різними їх класифікаціями. Наприклад, класифікацію за рівнем включеності у продуктивну (творчу) діяльність М.Н.Скаткіна та І.Я.Лернера, а саме, пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, метод проблемного викладу знань, частково-пошуковий (евристичний), дослідницький. Або класифікацію Ю.К. Бабанського. Він виділив такі групи методів: *методи* організації навчально-пізнавальної діяльності (словесні, наочні, практичні; індуктивні, дедуктивні, метод аналогій; проблемно-пошуковий, евристичний, дослідницький, репродуктивні методи (інструктаж, пояснення, тренування); самостійна робота з книгою, з приладами та ін.); *методи* стимулювання і мотивації навчально-пізнавальної діяльності (пізнавальні ігри, навчальні дискусії, методи заохочення й осудження в учінні, висунення навчальних вимог); *методи* контролю й самоконтролю (усний і писемний контроль, лабораторний, машинний контроль, методи самоконтролю). Багато інших дослідників пропонують інші класифікації (В. О. Онищук, Н.М. Верзілін, А.М. Алексюк, В.Ф. Паламарчук і В. І. Паламарчук та інші).

Побудова технологічних карт до кожної теми будь-якої дисципліни навчального плану підготовки фахівців економічної галузі, аналогічних до запропонованих нижче, полегшить роботу викладача вищого навчального закладу, підвищить ефективність навчального процесу в цілому та сприятиме фундаменталізації професійної підготовки майбутніх економістів.

ВИЗНАЧНИКИ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

Технологічна карта

Предмет Вища математика

Тема Визначники та їх властивості

Кількість годин _____

	<p>Формувати уміння та навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати поняття визначника, мінора, алгебраїчного доповнення, порядок визначника; - формулювати та застосовувати властивості визначника; - обчислювати визначник: <ul style="list-style-type: none"> - першого та другого порядку; - застосовувати означення визначника; - третього порядку: <ul style="list-style-type: none"> - застосовувати властивості визначників; - застосовувати правило трикутника; - застосовувати правило Сарруса; - застосовувати метод зведення до трикутного вигляду; - застосовувати теорему Лапласа; - знаходити мінор; - знаходити алгебраїчне доповнення; - обчислювати визначник довільного порядку (більше третього порядку): <ul style="list-style-type: none"> - застосовувати метод безпосереднього розкладання за елементами рядка (стовпця) за теоремою Лапласа; - застосовувати метод зниження порядку з попереднім зануленням рядка (стовпця); - метод зведення до трикутного вигляду;
--	---

РЯДИ

Технологічна карта

Предмет Вища математика

Тема Ряди

Кількість годин _____

	<p>Формувати уміння та навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати поняття числового ряду з додатними членами, членів ряду, загального члена ряду, суми ряду та часткової суми ряду, залишку ряду, абсолютної та умовної збіжності, знакозмінного ряду, радіус збіжності степеневого ряду; - розпізнавати ряд геометричної прогресії, узагальнений гармонійний ряд, функціональний та степеневий ряди; - розпізнавати ознаки збіжності числових рядів (необхідні та достатні); - здійснювати дослідження на збіжність числового ряду: <ul style="list-style-type: none"> - за необхідною та достатньою ознаками збіжності; - ознака порівняння рядів; - ознака збіжності Даламбера; - інтегральна та радикальна ознаки Коші; - ознака Лейбніца про збіжність знакозмінних рядів; - ознаки збіжності знакозмінних рядів; - записувати властивості числових рядів; - здійснювати розклад функції у степеневий ряд; - здійснювати дослідження степеневого ряду на збіжність; - застосовувати знання та вміння до розв'язування прикладних задач.
<p>Діагностичні цілі</p>	<p>Формувати уміння та навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати поняття числового ряду з додатними членами, членів ряду, загального члена ряду, суми ряду та часткової суми ряду, залишку ряду, абсолютної та умовної збіжності, знакозмінного ряду, радіус збіжності степеневого ряду; - розпізнавати ряд геометричної прогресії, узагальнений гармонійний ряд, функціональний та степеневий ряди; - розпізнавати ознаки збіжності числових рядів (необхідні та достатні); - здійснювати дослідження на збіжність числового ряду: <ul style="list-style-type: none"> - за необхідною та достатньою ознаками збіжності; - ознака порівняння рядів; - ознака збіжності Даламбера; - інтегральна та радикальна ознаки Коші; - ознака Лейбніца про збіжність знакозмінних рядів; - ознаки збіжності знакозмінних рядів; - записувати властивості числових рядів; - здійснювати розклад функції у степеневий ряд; - здійснювати дослідження степеневого ряду на збіжність; - застосовувати знання та вміння до розв'язування прикладних задач.
<p>Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу</p>	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Ряди. 2. Основні поняття та означення. 3. Дослідження на збіжність числового ряду.

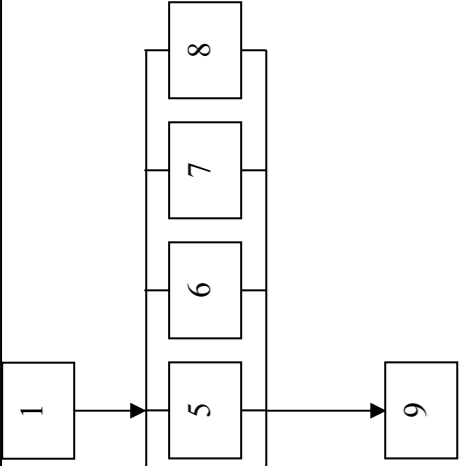
	<p>2) Продовжте речення:</p> <p>3) Якщо невідома функція залежить від однієї змінної, тоді диференціальне рівняння називається ...</p> <p>4) Розв'язати диференціальне рівняння $y'' = x$. Знайти загальний та частинний розв'язок за умов, що $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.</p> <p>5) Розв'язати диференціальне рівняння $y' = 3x$ та побудувати сім'ю інтегральних кривих.</p> <p>6) Розв'язати диференціальні рівняння:</p> <p>а) $y' = y$</p> <p>б) $xdx + ydy = 0$</p> <p>в) $x^2y' + y = 0$</p> <p>г) $xy' - 2y = 2x^4$</p>
Корекція	Типові помилки: під час здійснення розрахунків, при відокремленні змінних, під час встановленні виду диференціального рівняння, знаходження частинних похідних, побудови інтегральних кривих, добору необхідної підстановки, знаходження частинного розв'язку
Контроль та оцінювання	Завдання аналогічне до діагностики, виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.

Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Визначник. 2. Означення та властивості визначника. 3. Мінор визначника. 4. Алгебраїчне доповнення визначника. 5. Обчислення визначника згідно з означенням та з використанням властивостей. 6. Обчислення визначника за правилом трикутника. 7. Обчислення визначника за правилом Сарруса. 8. Обчислення визначника методом зведення до трикутного вигляду. 9. Обчислення визначника методом зниження порядку з попереднім зануленням рядка (стовпця). 10. Обчислення визначника за теоремою Лапласа. 11. Застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач. <p>I основа (визначник)</p> <p>II основа (змістове наповнення)</p> <p>III основа (застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач)</p>
---	---

Дидактичний аналіз змісту навчального матеріалу	Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу: 1) інформаційний: 1, 2, 3, 4 2) алгоритмічний: 5-10 3) евристичний: 11										
	У подальшому знання та вміння з теми знадобляться для вивчення матриць та систем лінійних рівнянь.										
Внутрішньо-предметні зв'язки	Мікроекономіка та макроекономіка: всі задачі, розв'язання яких включає систему лінійних алгебраїчних рівнянь та матриці.										
Міжпредметні зв'язки											
Діагностика	1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням										
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Поняттями</th> <th>Тлумачення</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Визначник другого порядку А мінор, взятий зі знаком $(-1)^{i+j}$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Мінор Б число, яке записується у вигляді таблиці $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>Алгебраїчне доповнення В визначник $(n-1)$-го порядку, який одержують викреслюванням i-го рядка та j-стовпця.</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>Визначник третього порядку Г число, яке записується у вигляді таблиці $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ та обчислюється за формулою $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$</td> </tr> </tbody> </table>	Поняттями	Тлумачення	1	Визначник другого порядку А мінор, взятий зі знаком $(-1)^{i+j}$	2	Мінор Б число, яке записується у вигляді таблиці $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$	3	Алгебраїчне доповнення В визначник $(n-1)$ -го порядку, який одержують викреслюванням i -го рядка та j -стовпця.	4	Визначник третього порядку Г число, яке записується у вигляді таблиці $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ та обчислюється за формулою $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$
Поняттями	Тлумачення										
1	Визначник другого порядку А мінор, взятий зі знаком $(-1)^{i+j}$										
2	Мінор Б число, яке записується у вигляді таблиці $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$										
3	Алгебраїчне доповнення В визначник $(n-1)$ -го порядку, який одержують викреслюванням i -го рядка та j -стовпця.										
4	Визначник третього порядку Г число, яке записується у вигляді таблиці $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ та обчислюється за формулою $\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$										

	3	Розв'язок диференціального рівняння	В	Графік функції $y = \varphi(x)$
	4	Інтегральна крива	Г	функція $y = \varphi(x)$, яка в результаті підставлення в ДР замість шуканої функції перетворює це ДР на тотожність
	5	Загальний розв'язок	Д	Функція $y = \varphi(x, c)$, що містить довільну сталу c
	6	Частинний розв'язок	Е	Розв'язок виду $y = \varphi(x, c_0)$
	7	Сім'я кривих	Ж	$M(x)dx + N(y)dy = 0$
	8	Диференціальне рівняння з відокремленими змінними	З	Множина кривих, що залежить від параметра
	9	Диференціальне рівняння з відокремлюваними змінними	И	$N_1(y)M_1(x)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0$
	10	Однорідні диференціальні рівняння	К	$y' + p(x)y = q(x)$,
	11	Лінійне диференціальне рівняння	Л	$y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$.

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	Л
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											

	<p>I основа (диференціальні рівняння)</p> <p>II основа (різні види диференціальних рівнянь)</p> <p>III основа (застосування диференціальних рівнянь до розв'язування прикладних задач)</p> 										
Дидактичний зміст навчального матеріалу	Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу: 1) інформаційний: 1 2) алгоритмічний: 2-8 3) евристичний: 9										
Внутрішньо-предметні зв'язки	Для вивчення даної теми знадобляться знання та уміння з теми інтегральне числення функції однієї незалежної змінної.										
Міжпредметні зв'язки	Уміння та навички з теми знадобляться під час розв'язування задач курсу «Мікроекономіка» (наприклад, динаміка ринкових цін).										
Діагностика	<p>1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням</p> <table border="1" data-bbox="994 178 1311 1564"> <thead> <tr> <th>Поняттями</th> <th>Тлумачення</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Диференціальне рівняння</td> <td>А</td> <td>Найвищий порядок похідної шуканої функції</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Порядок диференціального рівняння</td> <td>Б</td> <td>Рівняння, яке пов'язує між собою невідому функцію однієї або кількох змінних, ці змінні та похідні різних порядків цієї функції</td> </tr> </tbody> </table>	Поняттями	Тлумачення	1	Диференціальне рівняння	А	Найвищий порядок похідної шуканої функції	2	Порядок диференціального рівняння	Б	Рівняння, яке пов'язує між собою невідому функцію однієї або кількох змінних, ці змінні та похідні різних порядків цієї функції
Поняттями	Тлумачення										
1	Диференціальне рівняння	А	Найвищий порядок похідної шуканої функції								
2	Порядок диференціального рівняння	Б	Рівняння, яке пов'язує між собою невідому функцію однієї або кількох змінних, ці змінні та похідні різних порядків цієї функції								

	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> <th>Г</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>		А	Б	В	Г	1					2					3					4				
	А	Б	В	Г																						
1																										
2																										
3																										
4																										
	<p>2) Продовжте речення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Якщо рядок (стовпець) визначника складається з одних нулів, то ... - Якщо всі елементи рядка (стовпця) помножити на число λ, то ... - Якщо поміняти місцями рядки та стовпці, то ... - Якщо переставити місцями два рядки (стовпці), то ... - Якщо визначник має два однакові рядки (стовпці), то ... - Якщо елементи двох рядків (стовпців) визначника пропорційні, то ... - Сума добутків елементів рядка (стовпця) визначника на алгебраїчне доповнення елементів іншого рядка (стовпця) цього визначника дорівнює... - Сума добутків довільних чисел b_1, b_2, \dots, b_n на алгебраїчне доповнення елементів рядка (стовпця) дорівнює ... - Якщо кожний елемент рядка (стовпця) визначника – це сума доданків, то який визначник дорівнює ... - Якщо до елементів рядка (стовпця) додати елементи іншого рядка (стовпця), попередньо помноживши їх на одне й те саме число, то ... <p>3) Обчислити визначник:</p> $\begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 7 & 6 \end{vmatrix}$																									

	<p>4) Застосуйте властивості визначника:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $5 \times \begin{vmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 1 & -4 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ 2. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \\ 6 & -2 & 4 \end{vmatrix}$ 3. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ 4. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ <p>5) Обчислити кожен із визначників різним способом:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & -4 \end{vmatrix}$ 2. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & 5 \\ -3 & 2 & 6 \end{vmatrix}$ 3. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 6 & -2 & 5 \\ 0 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ 4. $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 7 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 9 \end{vmatrix}$ 5. $\begin{vmatrix} 1 & 8 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & -1 & 4 \\ 5 & -3 & 7 & -1 \\ 3 & 2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ 6. $\begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & 2 \\ 4 & -8 & 2 & 3 \\ 10 & 1 & -5 & 4 \\ 3 & 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$
--	--

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Технологічна карта

Предмет Вища математика

Тема Диференціальні рівняння

Кількість годин _____

<p>Діагностичні цілі</p>	<p>Формувати уміння та навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати поняття диференціального ряду, звичайного диференціального рівняння, порядку диференціального ряду, розв'язку диференціального рівняння, інтегральної кривої, особливих розв'язків, частинного та загального розв'язків диференціального рівняння, сім'ї кривих, , - розрізняти різні види диференціальних рівнянь: <ul style="list-style-type: none"> - з відокремленими змінними; - з відокремлюваними змінними; - неповні; - однорідні; - лінійні; - розв'язувати диференціальні рівняння; - застосовувати знання та вміння до розв'язування прикладних задач.
<p>Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу</p>	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 12. Диференціальні рівняння. Основні поняття та означення. 13. Диференціальне рівняння 1-го порядку та його геометричний зміст. 14. Теорема Коші (про існування та одينيةність розв'язку диференціальних рівнянь). 15. Диференціальне рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними. 16. Неповні диференціальні рівняння. 17. Однорідні диференціальні рівняння 1-го порядку. 18. Диференціальні рівняння 2-го порядку, які дають змогу знижувати порядок. 19. Лінійні диференціальні рівняння. 20. Застосування диференціальних рівнянь до розв'язування прикладних задач.

	<p>6) Знайдемо інтеграл</p> $\int_0^5 \sqrt{25-x^2} dx.$ <p>7) Обчислити площу фігури, обмеженої кривими $y = \sqrt[4]{x}$ і $y = x^4$.</p> <p>8) Обчислити невластний інтеграл:</p> $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2} =$ <p>9) Визначити приріст капіталу за три роки по заданим чистим інвестиціям</p> $I(t) = 9000t^{1/2}.$ <p>10) В умовах досконалої конкуренції крива попиту має вигляд $D(Q) = (Q-10)^2 + 200$, а крива пропозиції – $S(Q) = Q^2 + 100$. Знайти загальний надлишок споживача та загальний надлишок виробника, якщо максимальна ціна споживача – 225 одиниць, а виробника – 125 одиниць.</p> <p>11) Крива Лоренца деякої країни має вигляд $y = x \cdot \sqrt{x}$. Знайти коефіцієнт Джинні цієї країни.</p>
<p>Корекція</p>	<p>Типові помилки: під час проведення розрахунків, не здійснюється обчислення визначника матриці під час знаходження оберненої матриці (і у випадку рівності визначника нулю все одно здійснюється знаходження оберненої матриці), аналогічно для формул Крамера. У випадку розв'язування системи лінійних рівнянь методом Гауса відбувається неправильні елементарні перетворення системи (тобто, помножається на деяке число тільки одна з частин рівняння системи, або додаються не відповідні частини рівнянь тощо).</p>
<p>Контроль та оцінювання</p>	<p>Завдання аналогічне до діагностики, виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.</p>

<p>Корекція</p>	<p>Типові помилки: під час проведення розрахунків та визначенням найдоцільнішого способу обчислення визначника.</p>
<p>Контроль та оцінювання</p>	<p>Для корекції можна використати індивідуальні картки з відповідними завданнями.</p> <p>Завдання аналогічне до діагностики та виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.</p>

МАТРИЦІ ТА ДІЇ З НИМИ

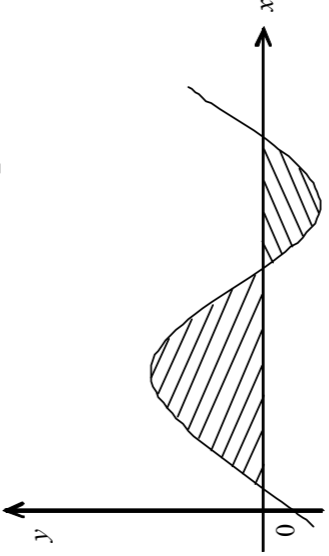
Технологічна карта

Предмет Вища математика

Тема Матриці та дії з ними

Кількість годин _____

Діагностичні цілі	<p>Формувати уміння та навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати розмірності матриць та її види, рівні матриці, головну та побічну діагоналі, властивості операцій з матрицями; - виконувати операції з матрицями (множення матриці на число, додавання, віднімання, множення матриць); - записувати матрицю A' транспоновану до матриці A; - знаходити матрицю A^{-1} обернену до матриці A; - знаходити ранг матриці (методом зведення до східчастої матриці, методом обвідних мінорів); - застосовувати знання та вміння до розв'язування прикладних задач.
Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Матриця. 2. Поняття матриці. Види матриць. 3. Операції з матрицями (множення матриці на число, додавання, віднімання, множення матриць, транспонування). 4. Обернена матриця та алгоритм її знаходження. 5. Ранг матриці та методи його обчислення. 6. Застосування матриць до розв'язування прикладних задач.

	<ul style="list-style-type: none"> - Якщо $f(x) > 0, a > b$, то ... - Якщо $f(x)$ парна, то $\int_{-a}^a f(x)dx =$ <p>3) Якщо $f(x)$ непарна, то $\int_b^a f(x)dx =$</p> <p>4) Визначте знак площ кривої над та під віссю абсцис.</p>  <p>5) Обчисліть визначений інтеграл:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\int_a^b \sin x dx = .$ 2. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin mx \sin nx dx =$ 3. $\int_1^2 (3x^2 + 2x) dx =$ 4. $\int_0^8 x^{1/3} dx =$ 5. $\int_{-1}^0 x(x+1)^{10} dx =$
--	---

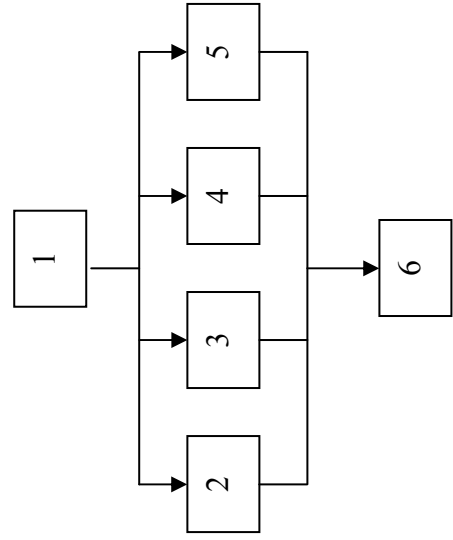
1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням

Поняттями	Тлумачення
1 Формула Лейбніца	А $\int_a^b u dv = uv _a^b - \int_a^b v du$
2 Формула інтегрування частинами	Б $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
3 Невласний інтеграл	В $\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{t \rightarrow +\infty} \int_a^t f(x) dx$
4 Інтегральна сума	Г $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i)$

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				

2) Продовжте речення:

- Визначений інтеграл $\int_a^b f(x) dx$ дорівнює ...
- $\int_a^a f(x) dx =$
- $\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx =$
- Якщо $f(x) > 0$ для $x \in (a; b)$, $a < b$, то ...

І основа (матриця)	
ІІ основа (змістове наповнення)	
ІІІ основа (застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач)	

Дидактичний зміст навчального матеріалу

Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу:

- 1) інформаційний: 1, 2
- 2) алгоритмічний: 3, 4, 5
- 3) евристичний: 6

Внутрішньопредметні зв'язки

Тема «Матриці та дії з ними» є однією з найперших, що вивчається в курсі вищої математики. У подальшому знання та вміння з даної теми знадобляться при вивченні наступних тем дисципліни, наприклад, «Система m лінійних рівнянь з n невідомими»

Міжпредметні зв'язки

Уміння працювати із матрицями будуть використовуватись під час розв'язування задач у курсі «Мікроекономіки» (при визначенні загальних витрат підприємства, обсяг використання ресурсів тощо), «Економіки» (при побудові багатofакторних економічних моделей) тощо.

1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням	
Поняттями	Тлумачення
1	Головна діагональ А Елементи з двома однаковими індексами $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn}$ $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$
2	Матриця-рядок Б $B = \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \dots \\ b_{m1} \end{pmatrix}$
3	Матриця-стовпець В $A = (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n})$
4	Побічна діагональ Г Елементи матриці, a_{1n}, \dots, a_{m1} . $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$
5	Діагональна матриця Д $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$
6	Трикутна матриця Е $A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$

Дідактичний змісту навчального матеріалу	9. Застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач. I основа (визначений інтеграл) II основа (змістове наповнення) III основа (застосування знання та вміння з теми до розв'язування прикладних задач)
Внутрішньо-предметні зв'язки	Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу: 1) інформаційний: 1-6 2) алгоритмічний: 7-8 3) евристичний: 9
Міжпредметні зв'язки	Знання, уміння та навички з теми знадобляться під час вивчення диференціальних рівнянь. Для вивчення теми необхідні знання з попередніх тем «Невизначений інтеграл», «Границя функції», «Диференціювання функції однієї незалежної змінної». Уміння та навички з теми знадобляться під час розв'язування задач у курсів «Мікроекономіка» «Макроекономіка», «Економетрика» (невласні інтеграли).

ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

Технологічна карта

Предмет Вища математика Тема Визначений інтеграл Кількість годин _____

Діагностичні цілі	<p>Формувати уміння та навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати поняття визначеного інтеграла; визначеного інтеграла зі змінною верхньою границею; методи обчислення визначеного інтегралу; невідкладні інтеграли; - формулювати задачу знаходження площі криволінійної трапеції, геометричній та економічній зміст визначеного інтеграла; властивості визначеного інтеграла; теорему про середнє для визначеного інтеграла; - записувати інтегральну суму, формулу Ньютона-Лейбніца; - обчислювати визначений інтеграл: <ul style="list-style-type: none"> - за допомогою формули Ньютона-Лейбніца; - метода заміни змінної; - методу інтегрування частинами; - знаходити невідкладні інтеграли; - застосовувати знання та вміння до розв'язування прикладних задач.
Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Визначений інтеграл. 2. Основні поняття та означення. Задачі, що приводять до поняття визначеного інтеграла. 3. Геометричний та економічний зміст визначеного інтеграла. 4. Основні властивості визначеного інтеграла. 5. Теорема про середнє значення визначеного інтеграла. 6. Зв'язок невідкладного і визначеного інтегралів. 7. Методи обчислення визначеного інтеграла. Формула Ньютона-Лейбніца. 8. Невідкладні інтеграли та їх знаходження.

7	Одинична матриця	Ж	$A_{r \times k} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1r} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2r} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{rk} \end{pmatrix}$																																																																								
8	Східчаста матриця	З	$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$																																																																								
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 10%;">А</th> <th style="width: 10%;">Б</th> <th style="width: 10%;">В</th> <th style="width: 10%;">Г</th> <th style="width: 10%;">Д</th> <th style="width: 10%;">Е</th> <th style="width: 10%;">Ж</th> <th style="width: 10%;">З</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>				А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	1								2								3								4								5								6								7								8							
А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З																																																																				
1																																																																											
2																																																																											
3																																																																											
4																																																																											
5																																																																											
6																																																																											
7																																																																											
8																																																																											
<p>2) Продовжте речення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Якщо у матриці будь-якого розміру усі елементи дорівнюють нулю, то ... - Якщо кількість рядків матриці дорівнює кількості її стовпців, то ... <p>3) Доповніть властивості операцій з матрицями:</p> <ul style="list-style-type: none"> - $A + B = \dots$; - $\alpha A = \dots$; - $\alpha(A + B) = \dots$; 																																																																											

$$- (\alpha + \beta)A = \dots,$$

$$- \alpha(\beta A) = \dots$$

4) Знайти матрицю C , виконавши вказані операції над матрицями A та B .

$$C = 2(A + B)B; \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5) Побудувати матрицю, обернену до матриці

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

5) Знайти ранг матриці A методом обвідних мінорів, якщо

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & 4 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$$

6) За допомогою елементарних перетворень знайти ранг матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & -5 & -6 \\ -3 & 1 & -4 & -7 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

7) Підприємство виробляє продукцію трьох видів і використовує сировину двох типів.

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	І	К	Л	М	Н	О	П	Р	С

6) Знайти невизначений інтеграл:

1. $\int (4x^3 - 3\sqrt{x} + \frac{4}{x^3} + 1)dx,$

2. $\int 2x\sqrt{x^2 + 1}dx,$

3. $\int xe^{-2x}dx,$

4. $\int x \ln x dx,$

5. $\int e^x \cos x dx$

6. $\int \frac{x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^2 + x - 2} dx,$

7. $\int \frac{8x - 6}{x^3 + x^2 - 6x} dx,$

8. $\int \sin 3x \cdot \cos 6x dx,$

9. $\int \sin^6 x \cos^3 x dx,$

10. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$

11. $\int \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x}$

12. $\int \frac{dx}{x^4 \sqrt{1 + x^2}}$

13. $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{2x+3}}$

7) **Задача.** Функція граничного доходу фірми описується рівнянням $MR=100-2x$, де x – кількість виробленої продукції. Запишіть функцію сукупного доходу, якщо відомо, що при нульовому випуску продукції фірма отримує нульовий сукупний дохід.

Типові помилки: при виборі методу інтегрування, під час введення заміни (підстановки). Для корекції можна використати індивідуальні завдання з відповідними завданнями.

Корекція

Завдання аналогічне до діагностики та виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.

Контроль та оцінювання

№	Інтеграл	№	Інтеграл	№	Інтеграл
1	$\int \operatorname{tg} x dx$	8	$\int e^x dx$	15	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2}$
2	$\int \operatorname{ctg} x dx$	9	$\int \cos x dx$	16	$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$
3	$\int e^{-x} dx$	10	$\int \sin x dx$	17	$\int x^\alpha dx$
4	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2}$	11	$\int \sin x^2 dx$	18	$\int \frac{dx}{x}$
5	$\int a^x dx$	12	$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$	19	$\int \cos^2 x dx$
6	$\int \frac{dx}{\ln x}$	13	$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$	20	$\int \frac{\sin x}{x} dx$
7	$\int \frac{1}{\sin x} dx$	14	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$	21	$\int \frac{\cos x}{x} dx$

№	Табличне значення	№	Табличне значення	№	Табличне значення
А	$-\operatorname{ctg} x + C$	Ж	$e^x + C$	Н	$\frac{1}{2a} \ln \left \frac{x+a}{x-a} \right + C$
Б	$\arcsin \frac{x}{a} + C$	З	$\sin x + C$	О	$\ln x + \sqrt{x^2 \pm a^2} + C$
В	$\ln \left \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right + C$	І	$-\cos x + C$	П	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$
Г	$\ln \left \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right + C$	К	$\operatorname{tg} x + C$	Р	$\ln x + C$
Д	$\frac{a^x}{\ln a} + C$	Л	$\ln \sin x + C$	С	$-\ln \cos x + C$
Е	$\frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$	М	не зводиться до елементарних		

	<p>Норми витрат сировини на одиницю кожного виду задані матрицею $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$. Вартість одиниці сировини кожного типу задана матрицею $B = \begin{pmatrix} 30 \\ 50 \end{pmatrix}$. План випуску продукції $C = (100 \ 80 \ 130)$.</p> <p>Визначити витрати сировини підприємства та загальну вартість сировини.</p>
Корекція	<p>Типові помилки: під час проведення розрахунків, не здійснюється перевірка розмірностей матриць перед їх множенням, не обчислюється визначник матриці на початку знаходження оберненої матриці, знаходиться ранг матриці нерациональним способом тощо.</p> <p>Для корекції можна використати індивідуальні картки з відповідними завданнями.</p>
Контроль та оцінювання	Завдання аналогічне до діагностики, виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.

СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ

Технологічна карта

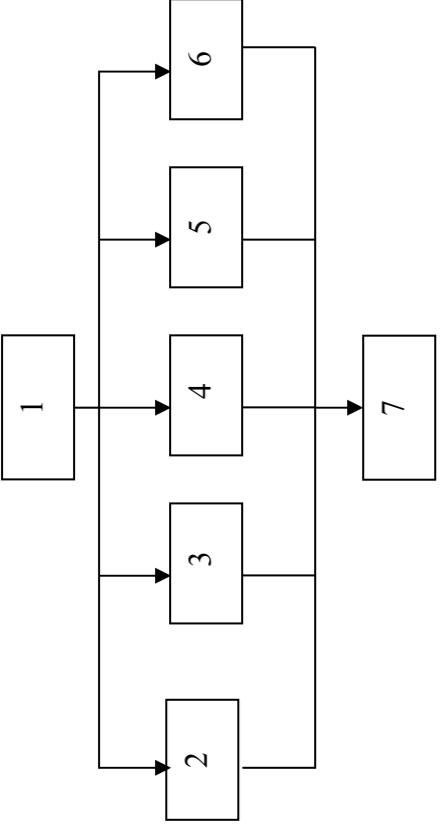
Предмет Вища математика

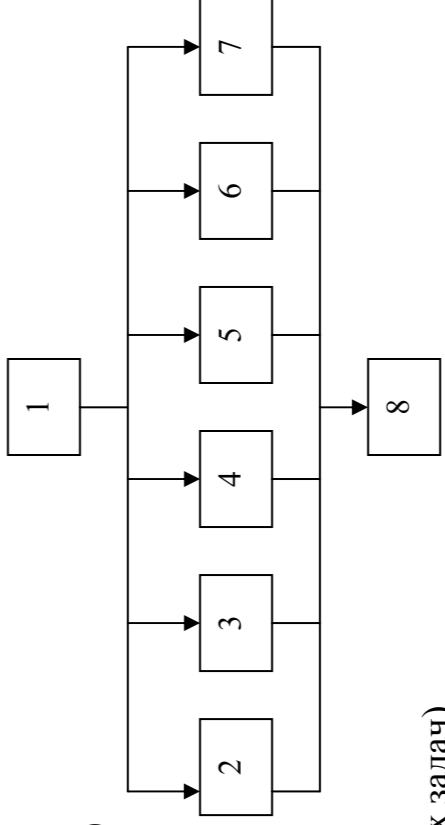
Тема Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

Кількість годин _____

Діагностичні цілі	<p>Формувати уміння та навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати лінійні рівняння, еквівалентні (рівносильні) системи, сумісні й несумісні, визначені й невизначені системи лінійних рівнянь, розв'язку систем; - розпізнавати систему m лінійних рівнянь з n невідомими, системи n лінійних рівнянь з n невідомими; систему лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь; - записувати систему m лінійних рівнянь з n невідомими у загальному вигляді; - записувати матрицю A та розширену матрицю \bar{A} системи лінійних рівнянь; - здійснювати елементарні перетворення системи: <ul style="list-style-type: none"> - перестановка двох рівнянь системи; - множення обох частин рівняння на одне й те саме число; - додавання до обох частин одного рівняння відповідних частин іншого рівняння, помножених на деяке число відмінне від нуля; - знаходити розв'язок системи n лінійних рівнянь з n невідомими: <ul style="list-style-type: none"> - матричний метод; - метод Крамера; - метод Гауса; - знаходити розв'язок системи лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь (нульовий та ненульовий); - застосовувати знання та вміння та вміння до розв'язування прикладних задач.
--------------------------	---

Діагностика	<p>- знаходження функції сукупних витрат за функцією граничних витрат та заданих конкретних даних з кількості виробництва та відповідних цьому обсягу виробництва сукупних витрат; Теорія ймовірностей: визначений інтеграл, як продовження невизначеного інтегралу застосовують для обчислення функції Лапласа, щільності розподілу ймовірності неперервної випадкової величини.</p> <p>1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;">Поняттями</th> <th style="width: 15%;">Тлумачення</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>А $F_2(x) = F_1(x) + C$, де $F_1(x)$, $F_2(x)$ - первісні на деякому проміжку</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Б якщо у кожній точці проміжку виконується умова $F'(x) = f(x)$</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>В $\int dF(x) = F(x) + C$, де C – довільне число</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>Г сукупність усіх первісних для функції на деякому проміжку</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;">А</th> <th style="width: 15%;">Б</th> <th style="width: 15%;">В</th> <th style="width: 15%;">Г</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>2) Установіть відповідність між невизначеними інтегралами та їх табличними значеннями (за необхідності у клітині «не зводиться до елементарних» можна поставити декілька номерів інтегралів):</p>	Поняттями	Тлумачення	1	А $F_2(x) = F_1(x) + C$, де $F_1(x)$, $F_2(x)$ - первісні на деякому проміжку	2	Б якщо у кожній точці проміжку виконується умова $F'(x) = f(x)$	3	В $\int dF(x) = F(x) + C$, де C – довільне число	4	Г сукупність усіх первісних для функції на деякому проміжку	А	Б	В	Г	1				2				3				4			
Поняттями	Тлумачення																														
1	А $F_2(x) = F_1(x) + C$, де $F_1(x)$, $F_2(x)$ - первісні на деякому проміжку																														
2	Б якщо у кожній точці проміжку виконується умова $F'(x) = f(x)$																														
3	В $\int dF(x) = F(x) + C$, де C – довільне число																														
4	Г сукупність усіх первісних для функції на деякому проміжку																														
А	Б	В	Г																												
1																															
2																															
3																															
4																															

	<p>5. Інтегрування біноміальних диференціалів 6. Інтеграл, які не зводяться до елементарних. 7. Застосування невизначеного інтеграла до розв'язування прикладних задач.</p> <p>I основа (невизначений інтеграл) II основа (змістове наповнення) III основа (застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач)</p> 
<p>Дидактичний змісту навчального матеріалу</p>	<p>Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу: 1) інформаційний: 1, 2, 3 2) алгоритмічний: 4-6 3) евристичний: 7</p>
<p>Внутрішньоопредметні зв'язки</p>	<p>Цій темі передуює вивчення теми «Диференціальне числення». Інтегральне числення розв'язує обернену задачу до знаходження функції за її похідної або диференціалом. У подальшому знання та вміння з теми знадобляться для вивчення визначеного інтегралу та диференціальних рівнянь.</p>
<p>Міжпредметні зв'язки</p>	<p>Мікроекономіка: - знаходження функції сукупного доходу за заданою функцією граничного доходу фірми та за нульового випуску продукції;</p>

<p>Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу</p>	<p>Назви навчальних елементів: 1. Системи лінійних рівнянь. 2. Основні поняття та означення. 3. Дослідження сумісності лінійної системи за допомогою теореми Кронекера-Капелі. 4. Матричний метод. 5. Метод Крамера. 6. Метод Гаусса. 7. Розв'язування системи лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь. 8. Застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач.</p> <p>I основа (системи лінійних рівнянь) II основа (змістове наповнення) III основа (застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач)</p> 
<p>Дидактичний змісту навчального матеріалу</p>	<p>Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу: 1) інформаційний: 1 2) алгоритмічний: 2-7 3) евристичний: 8</p>
<p>Внутрішньоопредметні зв'язки</p>	<p>Знання, уміння та навички з теми «Системи лінійних рівнянь» знадобляться під час розв'язування систем лінійних диференціальних рівнянь, задач аналітичної геометрії, векторної алгебри та інших розділів математики.</p>

Міжпредметні зв'язки	Уміння та навички розв'язувати системи лінійних рівнянь знадобляться під час розв'язування задач у курсів «Мікроекономіка» (наприклад, визначення рівноваги споживача), «Макроекономіки» (наприклад, модель Леонтьєва), «Економіка» (наприклад, при побудові парних лінійних економічних моделей), «Оптимізаційні методи та моделі» (наприклад, під час розв'язування задач лінійного програмування) тощо.	
Діагностика	2) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням	
	Поняттями	Тлумачення
1	Система m лінійних рівнянь з n невідомими	$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$
2	Система n лінійних рівнянь з n невідомими	$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \dots; x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}$
3	Система лінійних однорідних алгебраїчних рівнянь	$\begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix}$
4	Формули Крамера	$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = 0 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = 0 \end{cases}$
5	Матричний метод	$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases}$
6	Метод Гаусса	$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} & b_n \end{pmatrix}$

	<p>загальному вигляді;</p> <ul style="list-style-type: none"> - розкласти правильний раціональний дріб на суму найпростіших методом невизначених коефіцієнтів; - застосовувати загальний алгоритм інтегрування раціональних дробів; - застосовувати різні прийоми інтегрування тригонометричних функцій: - розпізнавати різні випадки інтегрування тригонометричних функцій (I - $\int \sin mx \sin nx dx$, $\int \sin mx \cos nx dx$, $\int \cos mx \cos nx dx$; II - $\int \sin^m x \cos^n x dx$; III - $\int f(\sin x) \cos x dx$, $\int f(\cos x) \sin x dx$; - застосовувати універсальну тригонометричну підстановку; - застосовувати теорему Чебишева до інтегрування біноміальних диференціалів; - знаходити найпростіші ірраціональні функції шляхом зведення до раціональних за допомогою певних підстановок; - застосовувати знання та вміння до розв'язування прикладних задач.
Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Невизначений інтеграл. 2. Властивості невизнаного інтеграла. 3. Таблиця основних інтегралів. 4. Методи інтегрування: <ul style="list-style-type: none"> - Метод безпосереднього інтегрування. - Метод заміни змінної. - Інтегрування частинами. - Інтегрування раціональних дробів. - Інтегрування виділенням повного квадрата у загальному вигляді. - Розкладання правильного раціонального на суму найпростіших методом невизначених коефіцієнтів. - Інтегрування тригонометричних функцій. - Інтегрування найпростіших ірраціональних функцій

ПЕРВІСНА ФУНКЦІЯ ТА НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

Технологічна карта

Предмет Вища математика

Тема Первісна функції та невизначений інтеграл

Кількість годин _____

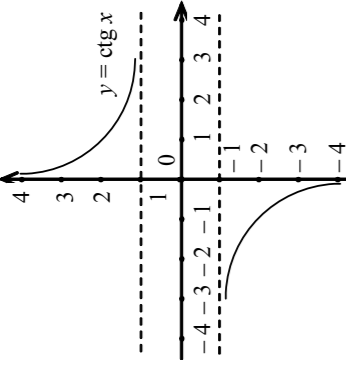
Діагностичні цілі	<p>Формувати уміння та навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати поняття первісної функції, невизначеного інтегралу та його властивості, - розпізнавати табличні інтеграли, - розпізнавати інтеграли, які не зводяться до елементарних. - знаходити невизначений інтеграл: <ul style="list-style-type: none"> - знаходити невизначені інтеграли безпосередньо, тобто із використанням основної та додаткової таблиці інтегралів; - застосовувати метод заміни змінної; - застосовувати метод інтегрування частинами: <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати групи інтегралів для позначення у підінтегральній функції через U та dV ($I - \int x^n e^{mx} dx$, $\int x^n \sin mx dx$, $\int x^n \cos mx dx$; $II - \int x^k \ln^n x dx$, $\int x^k \arcsin x dx$, $\int x^k \arccos x dx$, $\int x^k \arctg x dx$, $\int x^k \operatorname{arccotg} x dx$; $III - \int e^{kx} \sin mx dx$, $\int e^{kx} \cos mx dx$); - знаходити невизначений інтеграл, який не входить до жодної з зазначених вище груп); - застосовувати різні прийоми інтегрувати раціональні дроби: <ul style="list-style-type: none"> - знаходити інтеграл неправильного раціонального дроби; - застосовувати інтегрування виділенням повного квадрата у
-------------------	---

7	Матриця системи n лінійних рівнянь з n невідомими	Ж	$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ + a_{22}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_2 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ + a_{ln}x_n = b_n \end{array} \right.$
8	Розширена матриця системи n лінійних рівнянь з n невідомими	З	$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$
9	Матрична форма запису	И	$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}_{m \times n} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}_{n \times 1} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_m \end{pmatrix}_{m \times 1}$

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									

	<p>2) Продовжте речення:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Рівняння називається лінійним, якщо ... - Розв'язком системи називають ... - Система лінійних рівнянь сумісна тоді і тільки тоді, коли ... - Систему рівнянь називають сумісною, якщо ... - Сумісну систему називають визначеною, якщо ... <p>3) Записати у матричному вигляді систему рівнянь та визначити її сумісність за допомогою теореми Кронекера-Капелі:</p> $\text{а) } \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 0, & 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 10, & \text{б) } x_1 + x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7. & 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$ <p>4) Розв'язати систему методом Крамера:</p> $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = 9 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$ <p>5) Розв'язати систему матричним методом:</p> $\text{а) } \begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -3, & 4x_1 + 2x_2 = 5, \\ 5x_1 - x_2 - 4x_3 = -7, & \text{б) } 6x_1 + 3x_2 = 7, \\ x_1 - 3x_3 = 11. \end{cases}$ <p>6) Розв'язати систему методом Гауса:</p> $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 6, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}$
--	---

	<p>12) Знайти $\frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2}$, якщо $z = x^3 y^4$.</p> <p>13) Функція попиту на товар A подається у вигляді $q_1 = f(p_1, p_2) = 20 - 2p_1 + p_2$. Знайти частинні коефіцієнти еластичностей.</p> <p>14) Дослідити функцію $u = 3(x^2 + y^2) - x^3 + 4y$ на екстремум.</p> <p>15) Знайти умовний екстремум функції $u = 5 - 3x - 4y$ відносно рівняння зв'язку $\varphi(x, y) = x^2 + y^2 - 25 = 0$.</p> <p>16) Методом найменших квадратів знайти пряму, якою подається залежність величини y від величини x для заданої сукупності спостережень:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_i</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>y_i</td> <td>3,2</td> <td>1,8</td> <td>1,1</td> <td>0,3</td> <td>0,2</td> <td>2,2</td> <td>2,3</td> <td>4,1</td> <td>-5</td> </tr> </table> <p>Типові помилки: під час проведення розрахунків, не здійснюється обчислення визначника матриці під час знаходження оберненої матриці (і у випадку рівності визначника нулю все одно здійснюється знаходження оберненої матриці), аналогічно для формул Крамера. У випадку розв'язування системи лінійних рівнянь методом Гауса відбувається неправильні елементарні перетворення системи (тобто, помножається на деяке число тільки одна з частин рівняння системи, або додаються не відповідні частини рівнянь тощо).</p> <p>Завдання аналогічне до діагностики, виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.</p>	x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	y_i	3,2	1,8	1,1	0,3	0,2	2,2	2,3	4,1	-5
x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9												
y_i	3,2	1,8	1,1	0,3	0,2	2,2	2,3	4,1	-5												
Корекція																					
Контроль оцінювання	та																				

	3	Графічний	В	
--	---	-----------	---	---

6) Знайти область визначення функції

$$z = \frac{\ln(x^2 + y^2 - 9)}{\sqrt{9x - y}}$$

та надати відповідну геометричну інтерпретацію.

7) Знайти точки розриву, а також точки усувного розриву функції двох змінних:

1) $z = \frac{x^5}{x^4 + y^4}$;

2) $z = \frac{1}{\cos^2 x + \cos^2 y}$.

8) Знайти частинні похідні функції

$$u = x^2 y + \sin(ax + by + cz) + \operatorname{tg} z.$$

9) Знайти df , якщо $f = x + \frac{z}{x^3 + y^3}$.

10) Знайти похідну функції $u = x \sin(x + y)$ у точці $M(1, 1)$ за напрямом $\mathbf{l} = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

11) Знайти градієнт функції $f = yx^y$ у точці $M(2, 1)$.

7) **Задача.** Для виготовлення дитячих іграшок використовуються відходи полотняних матеріалів (M, M, M) I 2 3 різних розмірів. Обчислити кількість матеріалу, який витрачається при розкрії трьома способами, якщо кількість заготовок одержаних з кожного матеріалу, а також кількість необхідних заготовок представлена таблицею:

Вид заготовки	Спосіб розкрою		Кількість заготовок
	1	2	
M_1	1	2	126
M_2	2	3	134
M_3	4	3	189

Корекція
Типові помилки: під час проведення розрахунків, не здійснюється обчислення визначника матриці під час знаходження оберненої матриці (і у випадку рівності визначника нулю все одно здійснюється знаходження оберненої матриці), аналогічно для формул Крамера. У випадку розв'язування системи лінійних рівнянь методом Гауса відбувається неправильні елементарні перетворення системи (тобто, помножається на деяке число тільки одна з частин рівняння системи, або додаються не відповідні частини рівнянь тощо).

Для корекції можна використати індивідуальні картки з відповідними завданнями.

Контроль та оцінювання
Завдання аналогічне до діагностики, виставлення оцінок за шкалою національного та ECTS.

ВЕКТОРИ ТА ДІЇ З НИМИ

Технологічна карта

Предмет Вища математика

Тема Вектори та дії з ними

Кількість годин _____

Діагностичні цілі	<p>Формувати уміння та навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати поняття вектора, нуль-вектора; - розпізнавати рівні вектори, колінеарні та компланарні вектори, протилежні вектори; - обчислювати: <ul style="list-style-type: none"> - координати вектора; - кут між векторами, проекцію вектора на вісь; - добуток вектора на довільне число λ; - суму двох і більше векторів; - різницю двох і більше векторів; - довжину вектора; - скалярний, векторний та мішаний добуток; - проекцію вектора на вісь; - відстань між двома точками. - розпізнавати умову паралельності та перпендикулярності; - застосовувати геометричний зміст векторного та мішаного добутку до розв'язання задач; - застосовувати формулу ділення відрізка у заданому співвідношенні; - здійснювати розкладання вектора за координатними осями; - застосовувати знання та вміння до розв'язування прикладних задач.
-------------------	---

<p>- Точка (x_0, y_0) називається точкою усувного розриву функції $f(x, y)$, якщо</p> <p>3) Властивості границі функції:</p> <p>- Якщо функція $f(x, y)$ має границю при $(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)$, то ...</p> <p>- Якщо функція $f(x, y)$ має границю при $(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)$, то вона ...</p> <p>- Якщо $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y) = b$, $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} g(x, y) = c$, і в деякому виколотовому околі точки (x_0, y_0) виконується нерівність $f(x, y) \leq g(x, y)$, то ...</p> <p>- Якщо $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y) = \lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} h(x, y) = b$ і в деякому виколотовому δ-околі точки (x_0, y_0) справджуються нерівності $f(x, y) \leq g(x, y) \leq h(x, y)$, то ...</p> <p>- Якщо $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y) = b$, $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} g(x, y) = c$, то виконуються рівності:</p> <p>1) $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} [f(x, y) + g(x, y)] = b + c$;</p> <p>2) $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} f(x, y) g(x, y) = bc$;</p> <p>3) $\lim_{\substack{x \rightarrow x_0 \\ y \rightarrow y_0}} \frac{f(x, y)}{g(x, y)} = \frac{b}{c}$;</p>	<p>4) Сформулюйте теореми Больцано-Вейєрштрасса та Вейєрштрасса.</p> <p>5) Установіть відповідність:</p>																																			
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%;"></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Вид запису функції</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">А</td> <td colspan="3" style="text-align: center;">$(x-1)^2 - y^2 = 25$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">Б</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">х</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">3</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">у</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">4</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">5</td> <td></td> </tr> </table>						Вид запису функції					1	А	$(x-1)^2 - y^2 = 25$			2	Б						х	1	3			у	0	4				5	
Вид запису функції																																				
1	А	$(x-1)^2 - y^2 = 25$																																		
2	Б																																			
		х	1	3																																
		у	0	4																																
			5																																	

	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="142 1409 329 1566">13</td> <td data-bbox="142 978 329 1409">Функція Лагранжа</td> <td data-bbox="142 800 329 978"></td> <td data-bbox="142 174 329 800">$L(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="329 1409 498 1566">14</td> <td data-bbox="329 978 498 1409">Метод найменших квадратів</td> <td data-bbox="329 800 498 978"></td> <td data-bbox="329 174 498 800"> $\sum_{i=1}^n y_i = na + b \sum_{i=1}^n x_i,$ $\sum_{i=1}^n x_i y_i = a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2.$ </td> </tr> </table>	13	Функція Лагранжа		$L(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$	14	Метод найменших квадратів		$\sum_{i=1}^n y_i = na + b \sum_{i=1}^n x_i,$ $\sum_{i=1}^n x_i y_i = a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2.$																																																																																													
13	Функція Лагранжа		$L(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$																																																																																																			
14	Метод найменших квадратів		$\sum_{i=1}^n y_i = na + b \sum_{i=1}^n x_i,$ $\sum_{i=1}^n x_i y_i = a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n x_i^2.$																																																																																																			
	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> <th>Г</th> <th>Д</th> <th>Е</th> <th>Ж</th> <th>З</th> <th>И</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>		А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	1										2										3										4										5										6										7										8										9										<p>2) Продовжте речення:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Число A називається границею функції $z = f(x, y)$ при $x \rightarrow x_0, y \rightarrow y_0$, якщо ... – Функція $z = f(x, y)$ називається неперервною в точці $P_0(x_0, y_0)$, якщо ... – Функція $z = f(x, y)$ називається неперервною в області (замкненій чи відкритій), якщо ... – Точка (x_0, y_0) називається точкою розриву функції $z = f(x, y)$, якщо ...
	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И																																																																																													
1																																																																																																						
2																																																																																																						
3																																																																																																						
4																																																																																																						
5																																																																																																						
6																																																																																																						
7																																																																																																						
8																																																																																																						
9																																																																																																						

<p>Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу</p>	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Вектор. 2. Основні поняття та означення. 3. Координати вектора 4. Довжина вектора.. 5. Кут між векторами. 6. Операції з векторами. 7. Скалярний добуток. 8. Векторний добуток. 9. Мішаний добуток. 10. Застосовувати знання та вміння з теми до розв'язування прикладних задач. <p>I основа (вектор) _____</p> <p>II основа (змістове наповнення) _____</p> <p>III основа (застосування знань та вміннь з теми до розв'язування прикладних задач) _____</p> <p>Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу: 1) інформаційний: 1, 2, 3 2) алгоритмічний: 4, 5, 6, 7, 8, 9 3) евристичний: 10</p>
<p>Дидактичний аналіз змісту навчального матеріалу</p>	

Внутрішньоопредметні зв'язки	Знання, уміння та навички з теми знадобляться під час розв'язування задач аналітичної геометрії.	
Міжпредметні зв'язки	Теоретичні та практичні аспекти теми про вектори за часту використовуються в економічних дослідженнях, оскільки вектор є математичною моделлю реальних економічних явищ і процесів. Під час використання векторної алгебри в економічних дослідженнях під вектором краще розуміти упорядковану сукупність чисел. Для корекції можна використати індивідуальні картки з відповідними завданнями.	
Діагностика	1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням	
	Поняттями	Тлумачення
1	Вектор	А число, що дорівнює довжині відрізка, який зображає вектор
2	Довжина вектора	Б напрямлений відрізок
4	Компланарні вектори	В які лежать в одній площині або паралельні деякій площині
5	Нуль-вектор	Г які лежать на одній прямій (або на паралельних прямих)
6	Координати середини відрізка	Д вектор, у якого початок та кінець збігаються
7	Відстань між двома точками	Е $d = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
8	Скалярний добуток	Ж $x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$
9	Умова паралельності	З $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$
10	Умова перпендикулярності	И $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$
		К $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = \lambda$

11	Необхідна умова існування екстремуму	Для точки екстремуму функції $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ частинні похідні $\frac{\partial f}{\partial x_i}(x^0) (i = 1, \dots, n)$ або дорівнюють нулю, або не існують.
12	Достатні умови існування екстремуму	Нехай функція $z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ — двічі неперервно диференційовна в околі стаціонарної точки $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$. Тоді точка $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$: 1) є точкою мінімуму функції, якщо $d^2 f(x^0) \geq 0$, причому рівність виконується лише за умови $\sum_{i=1}^n dx_i^2 = 0$; 2) є точкою максимуму функції, якщо $d^2 f(x^0) \leq 0$, причому рівність виконується лише за умови $\sum_{i=1}^n dx_i^2 = 0$; 3) не є точкою екстремуму, якщо $d^2 f(x^0)$ набуває як додатних, так і від'ємних значень.

2	Область визначення функції $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$	Б	$z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$.
3	Графік функції двох змінних $z = f(x, y)$	В	Множина всіх точок площини, в яких функція $z = f(x, y)$ набуває однакових значень
4	Лінія рівня	Г	Множина всіх точок $(x, y, f(x, y))$ простору R^3 , де $(x, y) \in R^2$
5	Повний приріст функції за x та y при переході від точки (x_0, y_0) до точки $(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y)$	Д	$f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y) - f(x_0, y_0)$
6	Частинний приріст за x функції $z = f(x, y)$	Е	$f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)$
7	Частинна похідна функції $z = f(x, y)$ у точці (x_0, y_0) відповідно за змінною x	Ж	$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}$
8	Повний диференціал функції	З	$A\Delta x + B\Delta y$
9	Градiєнт функції $z = f(x, y)$ у точці $P_0(x_0, y_0)$	И	$\mathbf{grad} z = \frac{\partial z}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial z}{\partial y} \mathbf{j}$, у точці P_0
10	Формула диференціювання неявної функції		$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{\partial f}{\partial x}}{\frac{\partial f}{\partial y}} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \neq 0 \right)$.

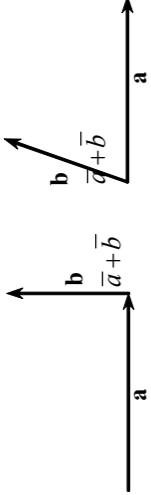
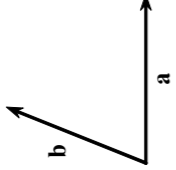
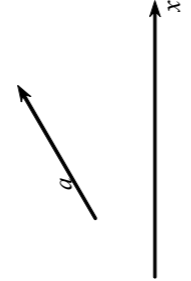
	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

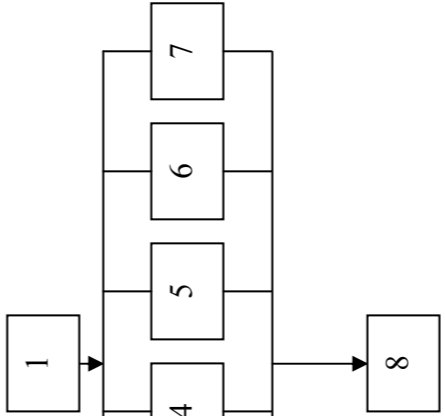
2) Продовжте вислів:

- Вектори рівні, якщо ...
- Величина векторного добутку дорівнює ...
- Мішаний добуток за модулем дорівнює ...

3) Доповніть рівняння:

- $\vec{a} + \vec{b} =$ - коммутативність,
- $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) =$ - асоціативність,
- $k \cdot (\vec{a} \pm \vec{b}) =$ - дистрибутивність,
- $(k_1 \pm k_2) \cdot \vec{a} =$
- $(k_1 \cdot k_2) \cdot \vec{a} =$

	<p>6) $1 \cdot \vec{a} =$</p> <p>7) $0 \cdot \vec{a} =$</p> <p>8) $k \cdot \vec{0} =$</p> <p>4) Знайдіть суму векторів a та b :</p>  <p>5) Знайдіть різницю векторів:</p>  <p>6) Знайдіть проекцію вектора \vec{a} на вісь x</p>  <p>7) Запишіть координати вектора заданого через одиничні векторами (ортами) осей: $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$</p> <p>8) Нехай задано два вектор $\vec{a}(x_1, y_1, z_1)$, $\vec{b}(x_2, y_2, z_2)$. Знайдіть $\vec{a} \pm \vec{b}$.</p> <p>9) Задані вектори $\vec{a}(2,3,1)$, $\vec{b}(-1,0,-1)$. Визначити: — довжину вектора \vec{a};</p>
--	--

<p>Дидактичний зміст навчального матеріалу</p> <p>Внутрішньопредметні зв'язки</p> <p>Міжпредметні зв'язки</p> <p>Діагностика</p>	<p>Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу: 1) інформаційний: 1 2) алгоритмічний: 2-7 3) евристичний: 8</p> <p>Для вивчення даної теми знадобляться знання та вміння з попередніх тем курсу, зокрема функція однієї незалежної змінної, неперервність функції, границя функції, похідна та диференціал функції однієї незалежної змінної.</p> <p>Уміння та навички з даної теми знадобляться під час вивчення багатьох спеціальних дисциплін (скрізь де розглядаються функції двох і більше незалежних змінних).</p> <p>1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням</p> <table border="1" data-bbox="2597 178 2804 1564"> <thead> <tr> <th>Поняттями</th> <th>Тлумачення</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>Функція n незалежних змінних</td> </tr> <tr> <td>A</td> <td>Підмножина D^n-вимірного простору \mathbb{R}^n, що складається з усіх допустимих наборів (x_1, x_2, \dots, x_n)</td> </tr> </tbody> </table>	Поняттями	Тлумачення	1	Функція n незалежних змінних	A	Підмножина D^n -вимірного простору \mathbb{R}^n , що складається з усіх допустимих наборів (x_1, x_2, \dots, x_n)
Поняттями	Тлумачення						
1	Функція n незалежних змінних						
A	Підмножина D^n -вимірного простору \mathbb{R}^n , що складається з усіх допустимих наборів (x_1, x_2, \dots, x_n)						
<p>І основа (функції багатьох незалежних змінних)</p> <p>II основа (змістове наповнення)</p> <p>III основа (застосування знання та вміння з теми до розв'язування прикладних задач)</p>							

	<ul style="list-style-type: none"> - знаходити частинні та повні прирости функції двох змінних, частинні похідні функції двох змінних, повний диференціал функції двох змінних, градієнт функції, частинні похідні і повні диференціали вищих порядків; - здійснювати диференціювання складеної та неявної функції; - формулювати теореми про границю функції двох змінних, властивості неперервної функції двох змінних (у тому числі теорем Больцано-Вейєрштрасса, Вейєрштрасса), - досліджувати на неперервність функцію двох змінних; - досліджувати на екстремум функцію багатьох змінних; - застосовувати метод Лагранжа до знаходження точок умовного екстремуму; метод найменших квадратів; - застосовувати знання та вміння з теми до розв'язування прикладних задач.
<p>Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу</p>	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Функція багатьох змінних. 2. Означення. Способи задання функції. 3. Знаходження області визначення функції двох змінних. 4. Границя функції двох змінних. 5. Неперервність функції двох змінних. 6. Диференційовність функції двох змінних 7. Дослідження функцій багатьох змінних 8. Застосування знання та вміння з теми до розв'язування прикладних задач.

	<ul style="list-style-type: none"> - скалярний добуток векторів \vec{a} та \vec{b}; - косинус кута між векторами \vec{a} та \vec{b}; - чи колінеарні вектори \vec{a} та \vec{b}. <p>10) Задача. Дано просторовий трикутник з вершинами $A(1, 2, -1)$, $B(2, 4, 1)$, $C(3, 0, 0)$. Знайдемо кут при вершині A.</p> <p>11) Задача. Знайдемо площу просторового трикутника з вершинами $A(1, 2, 1)$, $B(4, 3, 2)$, $C(2, 4, 4)$.</p> <p>12) Задача. Знайти об'єм V тетраедра з вершинами $A(1, 2, 3)$, $B(4, 4, 4)$, $C(2, 6, 4)$, $D(2, 3, 6)$.</p> <p>13) Задача. Дано дві матеріальні точки $M_1(x_1, y_1, z_1)$ і $M_2(x_2, y_2, z_2)$, маса яких дорівнює відповідно m_1 і m_2. Знайдемо координати центра тяжіння $M(x, y, z)$.</p>
<p>Корекція</p>	<p>Типові помилки: під час проведення розрахунків, геометричному додаванні та відніманні векторів, студенти часто не усвідомлюють відмінностей між векторним та мішаним добутком, часто припускаються помилок під час виконання операцій з векторами, при символічному записі, векторів, при виконанні арифметичних операцій над векторами, при використанні формули ділення відрізка у даному співвідношенні тощо.</p> <p>Для корекції можна використати індивідуальні картки з відповідними завданнями.</p>
<p>Контроль та оцінювання</p>	<p>Завдання аналогічне до діагностики, виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.</p>

ПРЯМА НА ПЛОЩИНІ

Технологічна карта

Предмет Вища математика

Тема Пряма на площині
Кількість годин _____

Діагностичні цілі	Формувати уміння та навички: <ul style="list-style-type: none">- розпізнавати рівняння лінії на площині,- складати:<ul style="list-style-type: none">- рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом,- рівняння прямої, яка проходить через дану точку в даному напрямку (рівняння пучка прямих),- рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки,- рівняння прямої у відрізках,- рівняння прямої, яка проходить через дану точку перпендикулярно даному вектору;- рівняння прямої, яка проходить через дану точку паралельно даному вектору;- знаходити:<ul style="list-style-type: none">- кут між прямими;- відстань від точки до прямої;- розпізнавати умову паралельності та перпендикулярності прямих;- використовувати під час розв'язування задач умову паралельності та перпендикулярності прямих;- здійснювати перетворення координат:<ul style="list-style-type: none">- паралельне перенесення;- поворот осей;- розпізнавати полярну систему координат;- знаходити полярні координати.- застосовувати знання та вміння та вміння до розв'язування прикладних задач.
-------------------	--

ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ НЕЗАЛЕЖНИХ ЗМІННИХ

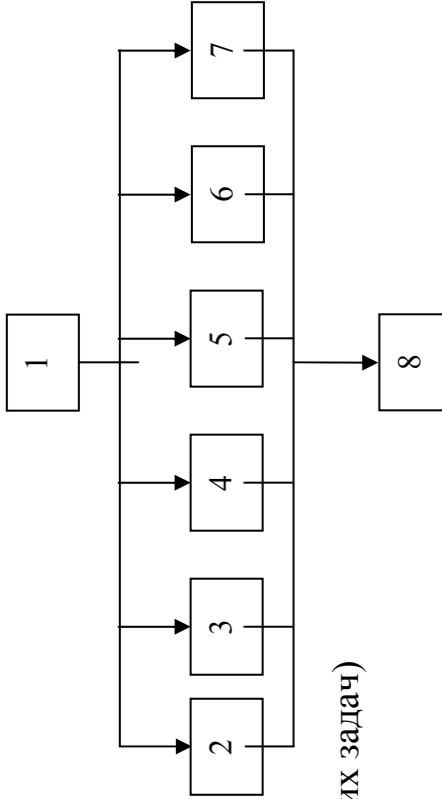
Технологічна карта

Предмет Вища математика

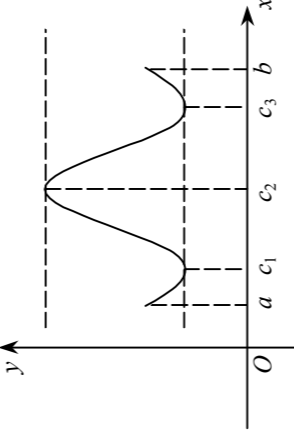
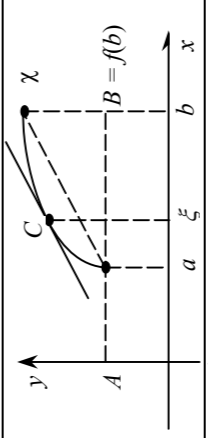

Тема Функція багатьох незалежних змінних
Кількість годин _____

Діагностичні цілі	Формувати уміння та навички: <ul style="list-style-type: none">- розпізнавати поняття функції багатьох змінних, області визначення функції, графіка функції багатьох змінних, лінії рівня, границі функції двох змінних, неперервної функції двох змінних (в точці, в області), точки розриву, нескінченно малої функції двох змінних, умовного екстремуму,- розпізнавати поняття про диференційовність функції двох змінних:<ul style="list-style-type: none">- частинні та повні прирости функції двох змінних;- частинні похідні функції двох змінних;- повний диференціал функції двох змінних;- диференціювання складеної функції;- похідна за напрямом, градієнт;- частинні похідні і повні диференціали вищих порядків;- диференціювання неявної функції;- розпізнавати необхідні умови існування екстремуму, достатні умови існування екстремуму,- задавати функцію багатьох змінних у різних видах:<ul style="list-style-type: none">- табличному;- аналітичному;- графічному.- знаходити область визначення функції двох змінних, границю функції двох змінних,
-------------------	---

	<p>6) Знайти $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$.</p> <p>Знайти $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n}}$.</p> <p>Знайти $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{e^{-n}}$.</p> <p>7) 1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{e^x}$; 2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_a x}{x^k}$</p> <p>8) Розкладіть $y = e^x$ за формулою Тейлора у $x = x_0$.</p> <p>9) Нехай p_i — вартість споживчого кошика на 1 січня i-го року, $k_i = \frac{p_i}{p_{i-1}}$ — індекс споживчих цін за цей рік. Відомо, що середнє арифметичне чисел k_1, k_2, \dots, k_n дорівнює 1, а середнє квадратичне відхилення $\delta = 1$. Визначити відносну зміну споживчих цін з 1 січня i-го року по 1 січня $(i+10)$го року.</p>
Корекція	Типові помилки: під час проведення розрахунків, під час використання правила Лопітала для розкриття невизначеностей, застосування диференціала до наближених обчислень
Контроль та оцінювання	Для корекції можна використати індивідуальні завдання з відповідними завданнями. Завдання аналогічне до діагностики та виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.

Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> Пряма. Різні види рівнянь: <ul style="list-style-type: none"> Рівняння прямої у загальному вигляді. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Рівняння прямої, яка проходить через дану точку в даному напрямку (рівняння пучка прямих). Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки. Рівняння прямої у відрізках на осях. Рівняння прямої, яка проходить через дану точку паралельно даному вектору. Рівняння прямої, яка проходить через дану точку перпендикулярно даному вектору. Кут між прямими. Відстань від точки до прямої; Умова паралельності. Умова перпендикулярності прямих. Перетворення координат. Полярна система координат. Застосування знань та умінь з теми до розв'язування прикладних задач. <p>I основа (пряма на площині) _____</p> <p>II основа (змістове наповнення) _____</p> <p>III основа (застосування знань та умінь з теми до розв'язування прикладних задач) _____</p> 
---	---

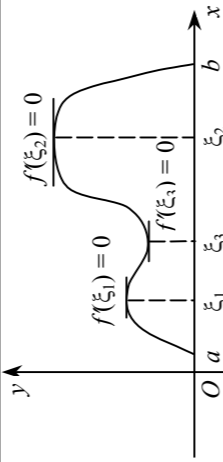
Дидактичний змісту навчального матеріалу	Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу: 1) інформаційний: 1 2) алгоритмічний: 2-7 3) евристичний: 8																											
Внутрішньопредметні зв'язки	Знання, уміння та навички з теми знадобляться під час вивчення наступних тем аналітичної геометрії.																											
Міжпредметні зв'язки	Уміння будувати прямі, записувати різні види рівнянь прямих будуть необхідними під час вивчення дисциплін «Мікроекономіка», «Оптимізаційні методи та моделі» тощо.																											
Діагностика	1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням																											
	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="555 1413 584 1572">Поняттями</th> <th data-bbox="555 982 584 1413"></th> <th data-bbox="555 804 584 982">Тлумачення</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="584 1413 670 1572">1</td> <td data-bbox="584 982 670 1413">Рівняння прямої загальному вигляді</td> <td data-bbox="584 804 670 982">у $y - y_1 = k(x - x_1)$.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="670 1413 792 1572">2</td> <td data-bbox="670 982 792 1413">Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом</td> <td data-bbox="670 804 792 982">$\frac{y - y_1}{x_1 - x_2} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="792 1413 878 1572">3</td> <td data-bbox="792 982 878 1413">Рівняння пучка прямих</td> <td data-bbox="792 804 878 982">$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$,</td> </tr> <tr> <td data-bbox="878 1413 1000 1572">4</td> <td data-bbox="878 982 1000 1413">Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки</td> <td data-bbox="878 804 1000 982">$Ax + By + C = 0$, $C = -Ax_0 - By_0$.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="1000 1413 1086 1572">5</td> <td data-bbox="1000 982 1086 1413">Рівняння прямої у відрізках на осях</td> <td data-bbox="1000 804 1086 982">$y = kx + b$, де $k = \text{tg}\varphi$.</td> </tr> <tr> <td data-bbox="1086 1413 1172 1572">6</td> <td data-bbox="1086 982 1172 1413">Кут між прямими</td> <td data-bbox="1086 804 1172 982">$k_1 = k_2$, $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="1172 1413 1258 1572">7</td> <td data-bbox="1172 982 1258 1413">Відстань від точки до прямої</td> <td data-bbox="1172 804 1258 982">$k_2 = -\frac{1}{k_1}$, $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="1258 1413 1311 1572">8</td> <td data-bbox="1258 982 1311 1413">Умова паралельності</td> <td data-bbox="1258 804 1311 982">$\text{tg}\theta = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_2k_1}$</td> </tr> </tbody> </table>	Поняттями		Тлумачення	1	Рівняння прямої загальному вигляді	у $y - y_1 = k(x - x_1)$.	2	Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом	$\frac{y - y_1}{x_1 - x_2} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$	3	Рівняння пучка прямих	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$,	4	Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки	$Ax + By + C = 0$, $C = -Ax_0 - By_0$.	5	Рівняння прямої у відрізках на осях	$y = kx + b$, де $k = \text{tg}\varphi$.	6	Кут між прямими	$k_1 = k_2$, $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$	7	Відстань від точки до прямої	$k_2 = -\frac{1}{k_1}$, $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$	8	Умова паралельності	$\text{tg}\theta = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_2k_1}$
Поняттями		Тлумачення																										
1	Рівняння прямої загальному вигляді	у $y - y_1 = k(x - x_1)$.																										
2	Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом	$\frac{y - y_1}{x_1 - x_2} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$																										
3	Рівняння пучка прямих	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$,																										
4	Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки	$Ax + By + C = 0$, $C = -Ax_0 - By_0$.																										
5	Рівняння прямої у відрізках на осях	$y = kx + b$, де $k = \text{tg}\varphi$.																										
6	Кут між прямими	$k_1 = k_2$, $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}$																										
7	Відстань від точки до прямої	$k_2 = -\frac{1}{k_1}$, $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$																										
8	Умова паралельності	$\text{tg}\theta = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_2k_1}$																										

	2	Теорема Ролля	Б	
	3	Теорема Лагранжа	В	
	4	Теорема Коші	Г	
	<p>3) Продовжте твердження:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Нехай $f(x) = u(x)v(x)$, тоді $df(x) =$ - Нехай $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, тоді $df(x) =$ - Нехай $y = F(x) = f(\varphi(x))$; $\varphi(x) = u$, $y = f(u)$, $\varphi'(x)dx = du$, тоді $df(x) =$ - Нехай $y = f(u)$, $u = \varphi(x)$, тоді $df(x) =$ <p>4) Знайти диференціал функції $y = \frac{x+3}{x^2+3}$.</p> <p>5) Знайти $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\text{ctgx} - \frac{1}{x} \right)$</p>			

7	Теорема Коші	Ж	Нехай на відрізку $[a, b]$ задано дві функції $f(x)$ і $\varphi(x)$. Якщо ці функції неперервні на відрізку $[a, b]$ і диференційовні на інтервалі (a, b) , причому $\varphi'(x) \neq 0$ не перетворюється на нуль, то на інтервалі (a, b) існує точка ξ ($a < \xi < b$), така що $\frac{f(b) - f(a)}{\varphi(b) - \varphi(a)} = \frac{f'(\xi)}{\varphi'(\xi)}$.			
---	--------------	---	--	--	--	--

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							

2) Установіть відповідність між теоремами та їх геометричним тлумаченням:

№	Назва теореми	Геометричне тлумачення
1	Теорема Ферма	А 

9	Умова перпендикулярності прямих	И	$d = \frac{ Ax_1 + By_1 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$
10	Рівняння прямої, яка проходить через дану точку перпендикулярно даному вектору	К	$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m}$
11	Рівняння прямої, яка проходить через дану точку паралельно даному вектору	Л	$\begin{cases} x = r \cos \varphi, \\ y = r \sin \varphi, \end{cases} \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2}, \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{x}. \end{cases}$
12	Співвідношення між декартовими координатами і полярними координатами	М	$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0,$

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	Л	М
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												

2) Доповніть рівняння:

У рівнянні $Ax + By + C = 0$,

- якщо $A = 0$, то пряма ...
- якщо $B = 0$, то пряма ...
- якщо $C = 0$, то пряма ...
- якщо $A = 0, C = 0$, то пряма ...
- якщо $B = 0, C = 0$, то пряма ...

3) Знайдіть рівняння прямої, що проходить через дві точки $M_1(4, 1), M_2(2, 3)$.

4) У трикутнику з вершинами $A(1, 1), B(5, 1), C(2, 4)$ знайти кут α при вершині A , а також рівняння висоти CD і медіани BM .

5) Запишіть задане рівняння прямої у вигляді рівняння прямої у відрізках:

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

6) Дано рівняння сторін трикутника:

$$\begin{aligned} x - 2y + 2 &= 0 (AB); \\ 2x - y - 1 &= 0 (AC); \\ x + y - 5 &= 0 (BC). \end{aligned}$$

Знайдіть рівняння його висоти, проведеної з вершини C .

7) Обчислити відстань d від точки $M(5, 3)$ до прямої $3x + 4y + 3 = 0$.

8) Дано прямокутні координати точки $(1; 1)$. Знайти її полярні координати, вважаючи, що полюс суміщений з початком додатної півосі абсцис.

9) Який вигляд буде мати крива $x^2 + 2x - y^2 + 4y - 7 = 0$, якщо за нові осі координат взяти прямі, які проходять через точку $\theta(1, 2)$ – і паралельні старим осям координат.

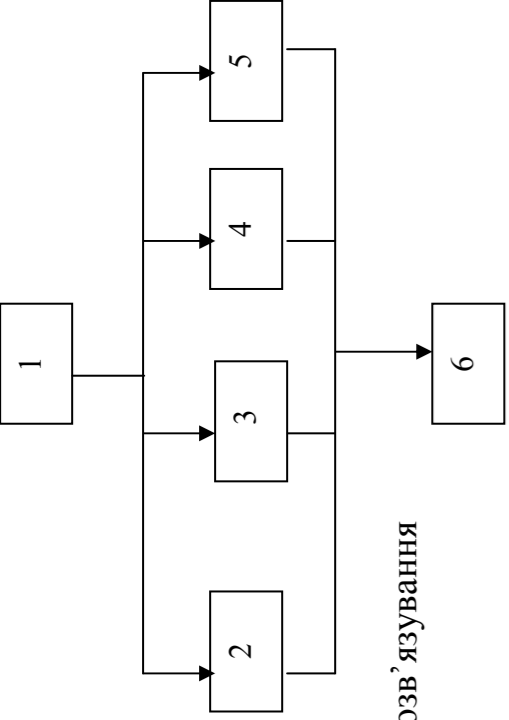
10) Який вигляд прийме рівняння $x^2 - y^2 = 4$, якщо осі координат повернути на кут -45° ?

Визначте ціну рівноваги, якщо здані рівняння попиту та пропозиції відповідно: $p(Q) = 500 - 10Q, p(Q) = 50 + 5Q$.

Діагностика

1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням

Поняттями	Тлумачення
1 Диференціал функції $f(x)$ за приростом Δx	А Нехай функція $y = f(x)$ визначена на проміжку (a, b) і в деякій точці C цього проміжку (a, b) набуває найбільшого або найменшого значення. Якщо в точці $x = C$ існує похідна, то $f'(C) = 0$.
2 Теорема Ферма	Б Величина $f'(x)\Delta x$
3 Теорема Ролля	В Нехай задано функцію $f(x)$, неперервну на відрізку $[a, b]$ і диференційовну на інтервалі (a, b) . Тоді якщо $f(a) = f(b)$, то всередині відрізка $[a, b]$ знайдеться точка ξ ($a < \xi < b$), така що $f'(\xi) = 0$.
4 Теорема Лагранжа	Г Нехай задано функцію $f(x)$, неперервну на відрізку $[a, b]$ і диференційовну на інтервалі (a, b) . Тоді знайдеться точка ξ ($a < \xi < b$), така що похідна $f'(x)$ функції в цій точці $f'(x)$ дорівнюватиме відношенню $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
5 Правило Лопітала	Д Нехай в околі точки a задано неперервно диференційовні функції $f(x), \varphi(x)$. Причому $f(a) = \varphi(a) = 0$. Тоді в разі існування границі відношення похідних цих функцій при $x \rightarrow a$ існує і границя відношення самих функцій при $x \rightarrow a$:
6 Формула Тейлора	Е $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{\varphi(x) - \varphi(a)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$ $T(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$

	<p>I основа (диференціал)</p> <p>II основа (змістове наповнення)</p> <p>III основа (застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач)</p> 
Дидактичний зміст навчального матеріалу	<p>Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу:</p> <p>1) інформаційний: 1-3</p> <p>2) алгоритмічний: 4, 5</p> <p>3) евристичний: 6</p>
Внутрішньоопредметні зв'язки	<p>Знання та вміння з теми знадобляться для вивчення диференціального числення багатьох змінних, інтегрального числення, диференціальних рівнянь та рядів.</p> <p>Для вивчення даної теми необхідні знання з попередніх тем, а саме похідна функції однієї незалежної змінної, границя функції, неперервність функції.</p>
Міжпредметні зв'язки	<p>Мікроекономіка та макроекономіка: всі задачі, розв'язання яких включає диференціювання та інтегрування.</p>

Корекція	<p>Типові помилки: під час проведення розрахунків, визначення відповідного виду рівняння, під час складання рівняння прямих, під час встановлення паралельності та перпендикулярності прямих.</p> <p>Для корекції можна використати індивідуальні картки з відповідними завданнями.</p>
Контроль та оцінювання	<p>Завдання аналогічне до діагностики, виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.</p>

ПРЯМА ТА ПЛОЩИНА У ПРОСТОРИ

Технологічна карта

Предмет Вища математика Тема Площина та пряма у просторі

Кількість годин _____

Діагностичні цілі	Формувати уміння та навички: <ul style="list-style-type: none">- розпізнавати загальне рівняння площини,- розпізнавати та складати:<ul style="list-style-type: none">- рівняння площини, що проходить через задану точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно до заданого вектора $n = \{A, B, C\}$,- рівняння площини, яка проходить через три задані точки (x_0, y_0, z_0), (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) (якщо ці точки не лежать на одній прямій);- нормальне рівняння площини;- рівняння прямої у тривимірному просторі:<ul style="list-style-type: none">- як перетин двох площин;- симетричне (канонічне) рівняння прямої, що проходить через точку (x_0, y_0, z_0) паралельно до напрямного вектора $\vec{a}(l; m; n)$;- параметричне рівняння прямої;- рівняння прямої в просторі, яка проходить через дві точки (x_1, y_1, z_1) та (x_2, y_2, z_2); <ul style="list-style-type: none">- знаходити відстань від точки до площини;- знаходити кут між прямою та площиною;- досліджувати взаємне розміщення двох площин:<ul style="list-style-type: none">- знаходити кут між площинами;- встановлювати паралельність та перпендикулярність площин.
-------------------	--

ДИФЕРЕНЦІАЛ ФУНКЦІЙ

Технологічна карта

Предмет Вища математика

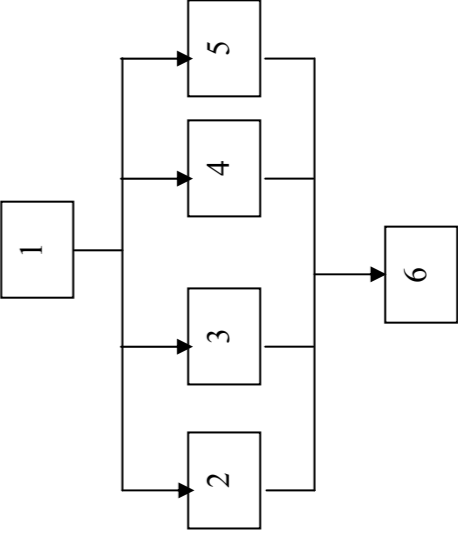
Тема Диференціал функції однієї незалежної

змінної

Кількість годин _____

Діагностичні цілі	Формувати уміння та навички: <ul style="list-style-type: none">- розпізнавати поняття диференціала функції,;- формулювати геометричний зміст диференціала функції, правила обчислення диференціала, правило Лопітала, основні теореми диференціального числення (теорема Ферма, Роля, Лагранжа, Коші);- застосовувати правило Лопітала для розкриття невизначеностей, формулу Тейлора;- здійснювати розклад елементарних функцій за формулою Тейлора.- застосовувати диференціал до наближених обчислень;
Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу	Назви навчальних елементів: <ol style="list-style-type: none">1. Диференціал.2. Означення та його геометричний зміст.3. Основні теореми диференціального числення.4. Правило Лопітала та його застосування до розкриття невизначеностей.5. Формула Тейлора. Розклад основних елементарних функцій за формулою Тейлора.6. Застосування диференціала до розв'язування прикладних задач.

	<p>9) Виробнича функція має вигляд $Q=10x_1+15x_2$, де x_1 та x_2 -затраги ресурсів (факторів виробництва). Потрібно знайти граничну норму технологічної заміни ресурсу x_2 на ресурс x_1 (під граничною нормою технологічної заміни ресурсу x_2 на ресурс x_1 в економіці розуміють додаткову кількість ресурсу x_1, яка компенсує зменшення ресурсу x_2 на одиницю).</p>
Корекція	<p>Типові помилки: під час проведення розрахунків, вибору формули похідної, застосування правил диференціювання, диференціювання складеної та неявної функції тощо. Для корекції можна використати індивідуальні завдання з відповідними вправами.</p>
Контроль та оцінювання	<p>Завдання аналогічне до діагностики та виставлення оцінок за шкалою національного та ECTS.</p>

<p>Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу</p>	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> Площина. Різні види рівнянь: <ul style="list-style-type: none"> загальне рівняння площини. рівняння площини, що проходить через задану точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно до заданого вектора $n = \{A, B, C\}$. рівняння площини, яка проходить через три задані точки (x_0, y_0, z_0), (x_1, y_1, z_1), (x_2, y_2, z_2) (якщо ці точки не лежать на одній прямій). нормальне рівняння площини. Відстань від точки до площини. Взаємне розміщення двох площин. Кут між прямою та площиною. Застосування знань та умінь з теми до розв'язування прикладних задач. <p>I основа (площина)</p> <hr/> <p>II основа (змістове наповнення)</p> <hr/> <p>III основа (застосування знань та умінь з теми до розв'язування прикладних задач)</p> <hr/>  <pre> graph TD 1[1] --> 2[2] 1 --> 3[3] 1 --> 4[4] 1 --> 5[5] 2 --> 6[6] 3 --> 6 4 --> 6 5 --> 6 </pre>
--	---

Дидактичний аналіз змісту навчального матеріалу	Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу: 1) інформаційний: 1 2) алгоритмічний: 2-5 3) евристичний: 6																		
Внутрішньопредметні зв'язки	Знання, уміння та навички з теми знадобляться під час вивчення наступних тем аналітичної геометрії.																		
Міжпредметні зв'язки	Уміння будувати прямі, записувати різні види рівнянь прямих будуть необхідними під час вивчення дисциплін «Мікроекономіка», «Оптимізаційні методи та моделі» тощо.																		
Діагностика	<p>1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням</p> <table border="1" data-bbox="549 178 1329 1564"> <thead> <tr> <th data-bbox="549 1409 587 1564">Поняттями</th> <th data-bbox="549 982 587 1409"></th> <th data-bbox="549 178 587 982">Тлумачення</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="587 1409 706 1564">1</td> <td data-bbox="587 982 706 1409">Загальне рівняння площини</td> <td data-bbox="587 178 706 982"> $\begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \\ z = z_0 + nt \end{cases}$ </td> </tr> <tr> <td data-bbox="706 1409 914 1564">2</td> <td data-bbox="706 982 914 1409">Рівняння площини, що проходить через задану точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно до заданого вектора $n = \{A, B, C\}$</td> <td data-bbox="706 178 914 982"> $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$ </td> </tr> <tr> <td data-bbox="914 1409 1151 1564">3</td> <td data-bbox="914 982 1151 1409">Рівняння площини, яка проходить через три задані точки $(x_0; y_0; z_0)$, $(x_1; y_1; z_1)$, $(x_2; y_2; z_2)$ (якщо ці точки не лежать на одній прямій)</td> <td data-bbox="914 178 1151 982"> $\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0.$ </td> </tr> <tr> <td data-bbox="1151 1409 1234 1564">4</td> <td data-bbox="1151 982 1234 1409">Нормальне рівняння площини.</td> <td data-bbox="1151 178 1234 982">$Ax + By + Cz + D = 0$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="1234 1409 1329 1564">5</td> <td data-bbox="1234 982 1329 1409">Відстань від точки до площини</td> <td data-bbox="1234 178 1329 982"> $\cos \theta = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$ </td> </tr> </tbody> </table>	Поняттями		Тлумачення	1	Загальне рівняння площини	$\begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \\ z = z_0 + nt \end{cases}$	2	Рівняння площини, що проходить через задану точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно до заданого вектора $n = \{A, B, C\}$	$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$	3	Рівняння площини, яка проходить через три задані точки $(x_0; y_0; z_0)$, $(x_1; y_1; z_1)$, $(x_2; y_2; z_2)$ (якщо ці точки не лежать на одній прямій)	$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0.$	4	Нормальне рівняння площини.	$Ax + By + Cz + D = 0$	5	Відстань від точки до площини	$\cos \theta = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$
Поняттями		Тлумачення																	
1	Загальне рівняння площини	$\begin{cases} x = x_0 + lt \\ y = y_0 + mt \\ z = z_0 + nt \end{cases}$																	
2	Рівняння площини, що проходить через задану точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно до заданого вектора $n = \{A, B, C\}$	$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$																	
3	Рівняння площини, яка проходить через три задані точки $(x_0; y_0; z_0)$, $(x_1; y_1; z_1)$, $(x_2; y_2; z_2)$ (якщо ці точки не лежать на одній прямій)	$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0.$																	
4	Нормальне рівняння площини.	$Ax + By + Cz + D = 0$																	
5	Відстань від точки до площини	$\cos \theta = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$																	

	<p>5) Продовжте вислів: Якщо u — будь-яка диференційовна функція від x і c — довільна стала, то $(cu)' = \dots$ Якщо u та v — диференційовні функції від x, то їх сума $u + v$ є диференційовною функцією: $(u+v)' = \dots$ Добуток двох диференційовних функцій u та v є диференційовною функцією $(uv)' = \dots$ У точках, в яких $v \neq 0$, відношення $\frac{u}{v}$ двох диференційовних функцій є функція диференційовна, причому $\left(\frac{u}{v}\right)' = \dots$</p> <p>6) Продиференціювати подані далі функції:</p> <ol style="list-style-type: none"> $y = 3x^2 - \sqrt[3]{x} + \ln x$ $y = 6^{\arcsin(x^5 - 4)}$ $y = (\operatorname{tg} 3x)^{\sin 4x}$ $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 5}$ $y = (x^2 + 1) \ln x$ $y = \cos^3(\ln 2x) \operatorname{tg} \frac{1}{x}$ $x^3 - x^2 y^2 + \ln y = 4$ $y = (x^2 + 1)^{\sin x}$ <p>7) Побудуйте графік функції $y = \frac{x^3}{1 - x^2}$.</p> <p>8) Знайти похідну третього порядку для функції $y = \sin(5x + 4)$</p>
--	--

9	$y = ctgx$	И	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
10	$y = \arcsin x$	К	$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
11	$y = \arccos x$	Л	$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$
12	$y = \operatorname{arctg} x$	М	$y' = -\frac{1}{1+x^2}$
13	$y = \operatorname{arcc}tg x$	Н	$y' = \frac{1}{1+x^2}$

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	Л	М	Н
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													

4) Запишіть загальний план дослідження функції

6	Рівняння прямої як перетин двох площин	Е	$d = \frac{ Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.
7	Рівняння прямої симетричне (канонічне) рівняння прямої, що проходить через точку $(x_0; y_0; z_0)$ паралельно до напрямного вектора $\vec{a}(l; m; n)$	Ж	$Ax + By + Cz + D = 0,$ $\pm \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$
8	Параметричне рівняння прямої	З	$A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$
9	Рівняння прямої в просторі, яка проходить через дві точки $(x_1; y_1; z_1)$ та $(x_2; y_2; z_2)$	И	$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0.$
10	Кут між площинами	К	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$
11	Умова паралельності площин	Л	$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0,$ $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$
12	Умова перпендикулярності площин	М	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$
13	Рівняння площини у відрізках на осях	Н	$\frac{x - x_0}{l} = \frac{y - y_0}{m} = \frac{z - z_0}{n}$

14	Кут між прямою та площиною	О	$\sin \varphi = \frac{ A \cdot l + B \cdot m + C \cdot n }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{l^2 + m^2 + n^2}}$
15	Площини збігаються	П	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{D_1}{D_2}$

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К	Л	М	Н	О	П
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					

3) Установіть відповідність:

Функція	Похідна функції
1 $y = x^\alpha$	А $y' = a^x \ln a$
2 $y = a^x$	Б $y' = \alpha x^{\alpha-1}, \alpha \in R$
3 $y = e^x$	В $y' = \cos x$
4 $y = \log_a x$	Г $y' = \frac{1}{x \ln a}$;
5 $y = \ln x$	Д $y' = e^x$.
6 $y = \cos x$	Е $y' = -\sin x$
7 $y = \sin x$	Ж $y' = \frac{1}{x}$.
8 $y = \operatorname{tg} x$	З $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

2) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням

Поняттями	Тлумачення
1 Функція $y = f(x)$ називається диференційовною в точці $x = x_0$	А $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$
2 Приростом функції $y = f(x)$ є	Б Границя відношення приросту функції до приросту незалежної змінної при прямованні останнього до нуля (якщо границя існує) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$
3 Похідною функції $y = f(x)$ називається	В якщо існує границя $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$
4 Геометричний похідної зміст	Г $\operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
5 Правило Лопітала	Д Нехай в околі точки a задано неперервно диференційовні функції $f(x)$, $\varphi(x)$. Причому $f(a) = \varphi(a) = 0$. Тоді в разі існування границі відношення похідних цих функцій при $x \rightarrow a$ існує і границя відношення самих функцій при $x \rightarrow a$: $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$.

2) **Доповніть вислів:**

У рівнянні площини $Ax + By + Cz + D = 0$

Зразок: якщо $A = 0$, то площина паралельна осі x .

- якщо $B = 0$, то ...
- якщо $C = 0$, то ...
- якщо $D = 0$, то ...
- якщо $A = 0, B = 0$, то ...
- якщо $A = 0, C = 0$, то ...
- якщо $B = 0, C = 0$, то ...
- якщо $A = 0, D = 0$, то ...
- якщо $B = 0, D = 0$, то ...
- якщо $C = 0, D = 0$, то ...
- якщо $A = 0, B = 0, D = 0$, то ...
- якщо $A = 0, C = 0, D = 0$, то ...
- якщо $B = 0, C = 0, D = 0$, то ...

3) Записати рівняння площини, яка проходить через три точки $M_1(1,1,1)$, $M_2(2,3,4)$, $M_3(4, 3, 1)$.

4) Перейти від загального рівняння прямої

$$x + y + 2z + 4 = 0, \quad x - y - 2z - 6 = 0$$

до канонічного.

5) Знайти відстань d від точки $M_1(1, 2, 3)$ до площини, заданої рівнянням $2x - y + 2z + 3 = 0$.

6) Пряма в просторі проходить через дві точки: $M_1(1;2;3)$ та $M_2(4;6;8)$. Запишіть рівняння прямої, а потім подайте його у параметричному вигляді.

7) Знайти проекцію точки $M_0(1, 2, 3)$ на площину $2x + y + 2z - 1 = 0$.

8) Записати рівняння площини, що проходить через точки $M_1(8; -3; 1)$ та $M_2(4; 7; 2)$ і перпендикулярна до площини $3x + 5y - 7z + 21 = 0$

9) Знайти кут між площинами $3x - 2y + z + 4 = 0$ і прямою $\begin{cases} 3x - z + 1 = 0, \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases}$.

	<p>10) Бригада, що складається з x робітників-ремонтників і бригадира, виконуючи певне замовлення, щомісяця одержувала загальною зарплатою 3000 грн. заробітної плати. Подати заробітну плату члена бригади виразом та графічно, коли відомо, що вона в усіх однакова і 50 грн. з належної кожному суми становлять різні відрахування.</p>
Корекція	<p>Типові помилки: під час проведення розрахунків, визначення відповідного виду рівняння площини, під час складання рівнянь площин та визначення їх взаємного розташування, під час визначення кута між площинами та прямою й площиною тощо. Для корекції можна використати індивідуальні картки з відповідними завданнями.</p>
Контроль та оцінювання	<p>Завдання аналогічне до діагностики, виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.</p>

	<p>4. Правило Лопітала. 5. Похідна складеної та неявної функції. 6. Похідні вищих порядків. 7. Дослідження функції. 8. Застосування похідних до розв'язування прикладних задач.</p> <p>I основа (похідна функції однієї незалежної змінної) _____ II основа (змістове наповнення) _____ III основа (застосування знань та умінь з теми до розв'язування прикладних задач) _____</p>
Дидактичний зміст навчального матеріалу	<p>Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу: 1) інформаційний: 1, 2 2) алгоритмічний: 3-7 3) евристичний: 8</p>
Внутрішньопредметні зв'язки	<p>Знання та вміння з теми знадобляться для вивчення диференціального, інтегрального числення, диференціальних рівнянь та рядів.</p>
Міжпредметні зв'язки	<p>Макроекономіка та макроекономіка: всі задачі, розв'язання яких включає диференціювання та інтегрування.</p>

ПОХІДНА ФУНКЦІЯ ОДНІЄЇ НЕЗАЛЕЖНОЇ ЗМІННОЇ

Технологічна карта

Предмет Вища математика

Тема Похідна однієї незалежної змінної

Кількість годин _____

Діагностичні цілі	<p>Формувати уміння та навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати поняття приросту функції, похідної функції, диференційованої функції, складну функцію, неявну функцію; - формулювати задачі, які приводять до поняття похідної (про дотичну, про швидкість руху тощо), правила диференціювання; - застосовувати схему знаходження похідної; - знаходити похідні елементарних функцій: <ul style="list-style-type: none"> - логарифмічної функції, - степеневої, - показникової, - тригонометричних, - знаходити похідну оберненої функції, складної функції, логарифмічне диференціювання функції, - застосовувати правило Лопітала до розкриття невизначеностей; - здійснювати загальне дослідження функції та будувати її графік; - застосовувати знання та вміння з теми до розв'язування прикладних задач.
Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Похідна функції. 2. Задачі, які приводять до поняття похідної. Означення. Геометричний та механічний зміст похідної. 3. Схема знаходження похідної. Правила диференціювання. Похідні основних елементарних функцій.

ЛІНІЇ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

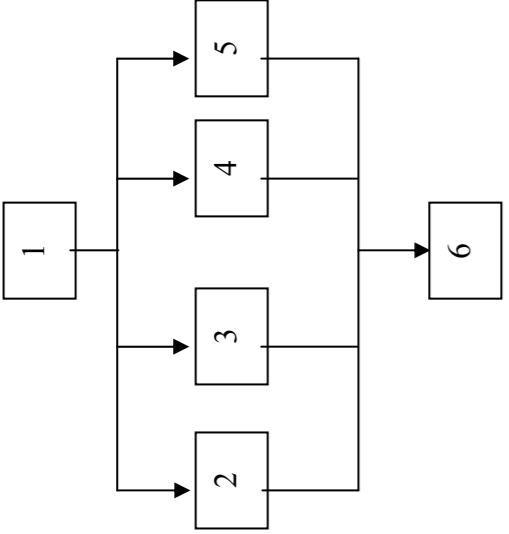
Технологічна карта

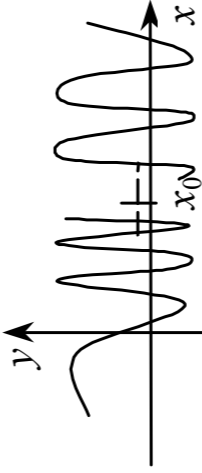
Предмет Вища математика

Тема Лінії другого порядку _____

Кількість годин _____

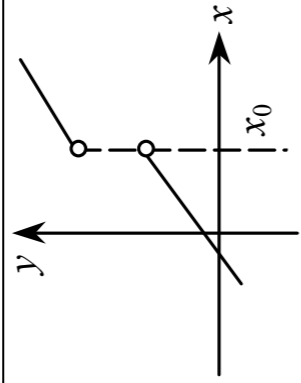
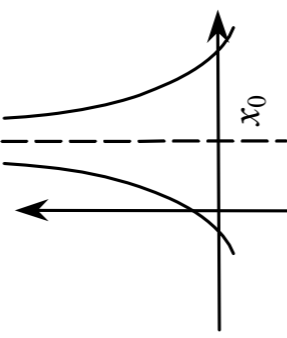
Діагностичні цілі	<p>Формувати уміння та навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати загальне рівняння лінії другого порядку, рівняння кривих другого порядку (еліпса, параболи, гіперболи); - знаходити: <ul style="list-style-type: none"> - рівняння кола, - рівняння еліпса, - рівняння гіперболи, - рівняння параболи, - застосовувати знання та вміння до розв'язування прикладних задач.
Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Лінії другого порядку. Загальне рівняння. 2. Рівняння кола. 3. Рівняння еліпса. 4. Рівняння гіперболи. 5. Рівняння параболи. 6. Застосування знань та вміння з теми до розв'язування прикладних задач.

	<p>I основа (лінії другого порядку)</p> <hr/> <p>II основа (змістове наповнення)</p> <hr/> <p>III основа (застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач)</p> <hr/> <div style="text-align: center;">  </div>
Дидактичний зміст навчального матеріалу	<p>Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу:</p> <p>1) інформаційний: 1 2) алгоритмічний: 2-5 3) евристичний: 6</p>
Внутрішньопредметні зв'язки	<p>Для вивчення даної теми потрібні знання та вміння з окремих попередніх тем, зокрема площина та пряма у просторі, пряма на площині.</p>
Міжпредметні зв'язки	<p>Уміння будувати криві, записувати різні види рівнянь прямих будуть необхідними під час вивчення дисциплін «Мікроекономіка», «Оптимізаційні методи та моделі» тощо.</p>

	3		B	$3. \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) \end{array} \right\} \text{ не існує}$
	<p>3) Оберіть правильні варіанти відповіді: Функція $y = f(x)$ називається неперервною в точці x_0 функцією, якщо:</p> <p>а) ... б) в)</p> <p>4) Дослідіть на неперервність:</p> <p>а) $y = \frac{1}{x}$, б) $y = \begin{cases} x+2, & x \geq 0, \\ x-1, & x < 0 \end{cases}$ в) $y = \begin{cases} x^2, & x \neq 0, \\ 2, & x = 0 \end{cases}$ г) $y = x^2$</p>			
Корекція				<p>Типові помилки: під час проведення розрахунків, вибору способу обчислення границь, обчислення односторонніх границь, символічного запису границі, встановлення типу невизначеності тощо.</p> <p>Для корекції можна використати індивідуальні завдання з відповідними завданнями.</p>
Контроль та оцінювання				<p>Завдання аналогічне до діагностики та виставлення оцінок за шкалою національного та ECTS.</p>

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

2) Установіть відповідність між графіком та його значенням:

Графік	Значення
1 	А 1. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$
2 	Б 2. $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x) = -\infty$

Діагностика

1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням

Поняттями	Тлумачення
1 Загальне рівняння кривої другого порядку	А $y^2 = 2px$
2 Нормальне рівняння кола	Б $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
3 Канонічне рівняння еліпса	В $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$
4 Канонічне рівняння гіперболи	Г $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
5 Канонічне рівняння параболі	Д $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					
5					

2) Установіть відповідність між зображенням та назвою кривої:

- А) Коло.
- Б) Еліпс.
- В) Гіпербола.
- Г) Парабола.

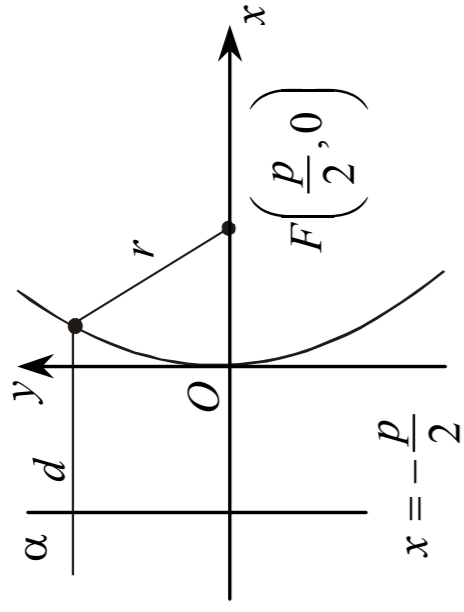


Рис. 1

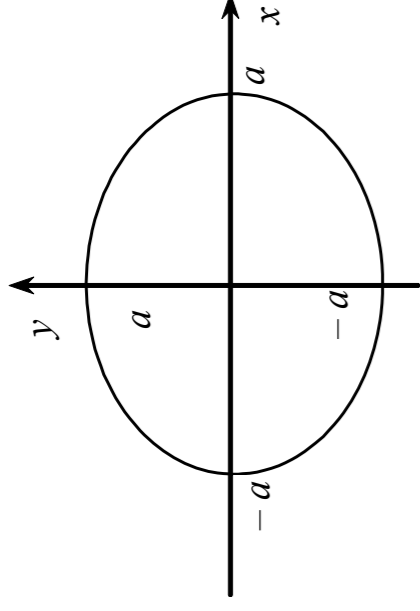


Рис. 2

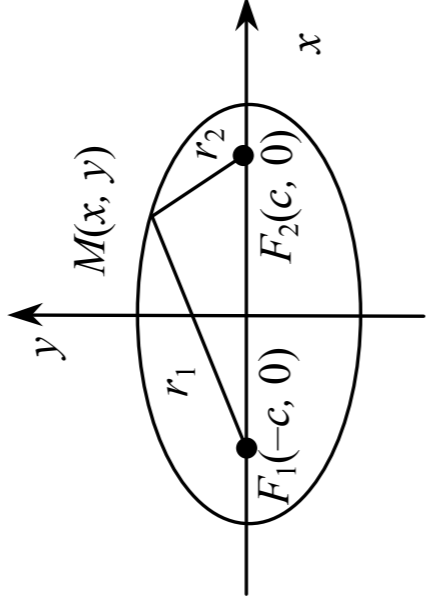


Рис. 3

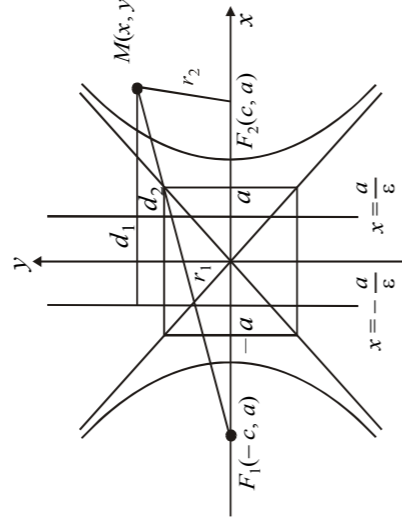


Рис. 4

3	Функція $y = f(x)$ неперервна на відрізку $[a, b]$	В	якщо вона неперервна на проміжку (a, b) і неперервна в точці $x = a$ справа і в точці $x = b$ зліва.
4	Функція $y = f(x)$ неперервна на проміжку (a, b)	Г	якщо вона неперервна в кожній точці цього проміжку
5	Теорема Больцано-Коші	Д	Нехай функція $y = f(x)$ неперервна на відрізку $[a; b]$ і на його кінцях набуває різних значень. Позначимо $f(a) = A$ і $f(b) = B$. Тоді при будь-якому $C: A < C < B$ знайдеться точка c із $[a, b]$, така що $f(c) = C$.
6	Теорема Коші	Е	Нехай функція $y = f(x)$ неперервна на відрізку $[a; b]$ і на кінцях його набуває значень різних знаків. Тоді на інтервалі $(a; b)$ знайдеться точка c , в якій функція перетворюється на нуль.
7	Перша теорема Вейєрштрасса	Ж	Функція $y = f(x)$, неперервна на відрізку $[a, b]$, досягає на ньому свого найбільшого та найменшого значення
8	Друга теорема Вейєрштрасса	З	Якщо функція $y = f(x)$ визначена і неперервна на деякому відрізку $[a, b]$, то вона обмежена на цьому відрізку.

	<p>I основа (Неперервність функції)</p> <p>II основа (змістове наповнення)</p> <p>III основа (застосування знань та умінь з теми до розв'язування прикладних задач)</p>						
Дидактичний зміст навчального матеріалу	Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу: 1) інформаційний: 1 2) алгоритмічний: 2-5 3) евристичний: 6						
Внутрішньопредметні зв'язки	Знання та вміння з теми знадобляться для вивчення диференціального, інтегрального числення, диференціальних рівнянь та рядів.						
Міжпредметні зв'язки	Мікроекономіка та макроекономіка: всі задачі, розв'язання яких включає диференціювання та інтегрування.						
Діагностика	1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням						
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Поняттями</th> <th>Тлумачення</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 Точка x_0 називається <i>точкою розриву першого роду функції</i> $y = f(x)$,</td> <td>А якщо одна із границь $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$ не існує або нескінченна.</td> </tr> <tr> <td>2 Точка x_0 називається <i>точкою розриву 2-го роду функції</i> $y = f(x)$</td> <td>Б якщо існують скінченні границі $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$</td> </tr> </tbody> </table>	Поняттями	Тлумачення	1 Точка x_0 називається <i>точкою розриву першого роду функції</i> $y = f(x)$,	А якщо одна із границь $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$ не існує або нескінченна.	2 Точка x_0 називається <i>точкою розриву 2-го роду функції</i> $y = f(x)$	Б якщо існують скінченні границі $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$
Поняттями	Тлумачення						
1 Точка x_0 називається <i>точкою розриву першого роду функції</i> $y = f(x)$,	А якщо одна із границь $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$ не існує або нескінченна.						
2 Точка x_0 називається <i>точкою розриву 2-го роду функції</i> $y = f(x)$	Б якщо існують скінченні границі $\lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x)$						

	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>А</th> <th>Б</th> <th>В</th> <th>Г</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>3) Дано рівняння директрис гіперболи $x = \pm 2$, відстані між фокусами якої дорівнюють 10. Записати канонічне рівняння гіперболи.</p> <p>4) Знайти канонічне рівняння еліпса, коли відомо, що $b = 3$, $\varepsilon = 0,8$.</p> <p>5) Знайдемо координати фокуса параболы</p> $y = x^2 - 2x.$ <p>6) Задача. Два підприємства, відстань між якими 80 км, виробляють деяку продукцію, причому фабрично-заводська ціна продукції на обидвох підприємствах однакова і дорівнює p. Нехай транспортні витрати на перевезення одиниці продукції від підприємства A до споживача складає 10грн/км, а від підприємства B складає 6грн/км. Як буде розміщений ринок збуту, якщо витрати споживачів повинні бути однаковими?</p> <p>Типові помилки: під час проведення розрахунків, при складанні рівнянь кривих, при визначенні виду кривої другого порядку за графіком та за рівнянням, при зведенні рівняння другого порядку до канонічного виду тощо.</p> <p>Для корекції можна використати індивідуальні картки з відповідними завданнями.</p>		А	Б	В	Г	1					2					3					4				
	А	Б	В	Г																						
1																										
2																										
3																										
4																										
Корекція	Завдання аналогічне до діагностики, виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.																									

ЧИСЛОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ

Технологічна карта

Предмет Вища математика

Тема Числові послідовності

Кількість годин _____

Діагностичні цілі	Формувати уміння та навички: <ul style="list-style-type: none">- розпізнавати поняття числової послідовності, обмеженої послідовності, монотонно зростаючої (спадної) послідовності, границі послідовності, нескінченно малих, нескінченно великих;- формулювати властивості нескінченно малих та нескінченно великих величин;- здійснювати арифметичні операції над послідовностями та їх границями;- застосовувати властивості нескінченно малих та нескінченно великих величин;- застосовувати знання та вміння до розв'язування прикладних задач.
Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу	Назви навчальних елементів: <ol style="list-style-type: none">1. Числова послідовність. Означення.2. Обмежені та необмежені послідовності.3. Границя числової послідовності та її геометричний зміст.4. Нескінченно малі, нескінченно великі та їх властивості.5. Арифметичні операції над послідовностями та їх границями.6. Властивості збіжних послідовностей.7. Застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач.

НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЙ

Технологічна карта

Предмет Вища математика

Тема Неперервність функції

Кількість годин _____

Діагностичні цілі	Формувати уміння та навички: <ul style="list-style-type: none">- розпізнавати поняття неперервності функції у точці, на проміжку, на відрізку, точки розриву функції;- формулювати властивості функцій, неперервних у точці та на відрізку;- здійснювати класифікацію точок розриву;- досліджувати на неперервність функцію.
Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу	Назви навчальних елементів: <ol style="list-style-type: none">1. Неперервність функції (у нескінченності, у точці). Означення.2. Властивості функцій, неперервних у точці.3. Властивості функцій, неперервних на відрізку.4. Точки розриву функції та їх класифікація.5. Алгоритм дослідження на неперервність функції.6. Застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач

	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 - 7x - 1}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{n}\right)^{7n}$
Корекція	<p>5) Нехай один раз за рік нараховуються відсотки в розмірі 12%. Тоді початковий внесок розміром в 1 грн. наприкінці року становитиме 1,12 грн. Проілюструйте процес нарахування відсотків.</p> <p>Типові помилки: під час проведення розрахунків, вибору способу обчислення границь, обчислення односторонніх границь, символічного запису границі, встановлення типу невизначеності тощо.</p> <p>Для корекції можна використати індивідуальні завдання з відповідними завданнями.</p> <p>Завдання аналогічне до діагностики та виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.</p>
Контроль та оцінювання	

	<pre> graph TD 1[1] --> 2[2] 1 --> 3[3] 1 --> 4[4] 1 --> 5[5] 1 --> 6[6] 1 --> 7[7] style 4 stroke:#f00,stroke-width:2px </pre> <p>I основа (числова послідовність)</p> <p>II основа (змістове наповнення)</p> <p>III основа (застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач)</p>
Дидактичний зміст навчального матеріалу	<p>Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) інформаційний: 1 2) алгоритмічний: 2-6 3) евристичний: 7
Внутрішньопредметні зв'язки	<p>Знання та вміння з теми знадобляться для вивчення границь функції, диференціального, інтегрального числення, диференціальних рівнянь та рядів.</p>
Міжпредметні зв'язки	<p>Макроекономіка та макроекономіка: всі задачі, розв'язання яких включає диференціювання та інтегрування.</p>

1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням

Поняттями	Тлумачення
1	А $ a_n \leq M$
2	Б $a_{n+1} \geq a_n$ ($a_{n+1} \leq a_n$)
3	В множина чисел $\{x_n\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$, яка підпорядковується певному закону
4	Г границя послідовності, яка має границю
5	Д збіжна послідовність $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					
5					

2) Доповніть рівняння за умови, що $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$, $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = b$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + y_n) = \dots$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_n y_n) = \dots$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Cx_n = \dots, \text{ де } C - \text{ константа.}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n}{y_n} = \dots, \text{ де } \lim_{n \rightarrow \infty} y_n \neq 0$$

3) Довести за означенням границі функції, що

$$\lim_{x \rightarrow 1} (5x - 3) = 2.$$

4) Обчислити границі функцій:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} ax}{bx}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} ax}{bx}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 2}{x^2 - 1}$$

3	Лівосторонню границю функції $y = f(x)$, коли x прямує до a зліва	В	$\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = A_-$
4	Перша визначна границя	Г	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$
5	Друга визначна границя	Д	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					
5					

2) Доповніть рівняння:

Якщо $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, **то функція** $f(x)$...

Якщо $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$, $A \neq 0$, **то знайдеться такий δ -окіл точки a , де ...**

Якщо існують границі $\lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = A$, $\lim_{x \rightarrow a} \psi(x) = B$, **то виконуються такі співвідношення:**

1) $\lim_{x \rightarrow a} (\varphi(x) + \psi(x)) = \dots,$

2) $\lim_{x \rightarrow a} (\varphi(x)\psi(x)) = \dots,$

3) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\varphi(x)}{\psi(x)} = \dots$, **якщо** $B \neq 0$.

	<p>3) Визначити, які з наведених далі послідовностей обмежені, а які монотонні.</p> <p>1) $a_n = \frac{1}{n}$, 3) $a_n = \frac{1}{2^n}$,</p> <p>2) $a_n = n!$, 4) $a_n = \frac{n}{n+1}$.</p> <p>4) Дослідити на збіжність послідовність:</p> <p>а) $a_n = (-1)^{n+1}$</p> <p>б) $a_n = \frac{1}{n}$</p> <p>5) Обчислити границі послідовностей:</p> <p>а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 1}{7n^2 - 1}$</p> <p>б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + n}{4n^2 + n + 1}$</p> <p>в) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 3n + 1} + n}{2n - 3}$</p> <p>6) Відомо, що деякий вкладник надає банку 7000 ум. гр.од. за умови їх зростання щороку на 10% строком на 5 років. Визначити величину цього вкладу через 5 років, якщо відсотки нараховуються за двома схемами: прості відсотки та складні.</p>
Корекція	Типові помилки: під час проведення розрахунків, геометричної ілюстрації границі послідовності, виборі способу обчислення границі тощо. Для корекції можна використати індивідуальні завдання з відповідними завданнями.
Контроль та оцінювання	Завдання аналогічне до діагностики та виставлення оцінок за шкалою національною та ECTS.

ГРАНИЦЯ ФУНКЦІЇ

Технологічна карта

Предмет Вища математика

Тема Границя функції

Кількість годин _____

Діагностичні цілі	<p>Формувати уміння та навички:</p> <ul style="list-style-type: none"> - розпізнавати поняття функції однієї змінної, область визначення та область значень функції, границі функції у нескінченності та в точці, односторонні границі (правосторонні, лівосторонні); першу, другу визначні границі та наслідки, число e; - формулювати правила розкриття невизначеностей виду $(\frac{\infty}{\infty})$, $(\frac{0}{0})$, (1^∞), $(\infty - \infty)$ тощо; - застосовувати арифметичні властивості границі, першу та другу визначні границі, теореми про границі до розв'язування задач; - застосовувати знання та вміння до розв'язування прикладних задач.
Структурно-логічний аналіз навчального матеріалу	<p>Назви навчальних елементів:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Границя функції (у нескінченності, у точці). Означення. 2. Функція однієї незалежної змінної. 3. Арифметичні властивості границі. 4. Теореми про границі функції. 5. Перша, друга визначні границі та наслідки, число e. 6. Розкриття невизначеностей виду $(\frac{\infty}{\infty})$, $(\frac{0}{0})$, (1^∞), $(\infty - \infty)$ тощо. 7. Застосування знань та вмінь з теми до розв'язування прикладних задач.

	<p>I основа (границя функції) _____</p> <p>II основа (змістове наповнення) _____</p> <p>III основа (застосування знань та умінь з теми до розв'язування прикладних задач) _____</p>	<pre> graph TD 1[1] --> 2[2] 1 --> 3[3] 1 --> 4[4] 1 --> 5[5] 1 --> 6[6] 2 --> 7[7] 3 --> 7 4 --> 7 5 --> 7 6 --> 7 </pre>													
Дидактичний зміст навчального матеріалу	Рівень засвоєння змісту навчального матеріалу: 1) інформаційний: 1 2) алгоритмічний: 2-6 3) евристичний: 7														
Внутрішньопредметні зв'язки	Знання та вміння з теми знадобляться для вивчення диференціального, інтегрального числення, диференціальних рівнянь та рядів.														
Міжпредметні зв'язки	Макроекономіка та макроекономіка: всі задачі, розв'язання яких включає диференціювання та інтегрування.														
Діагностика	<p>1) Установіть відповідність між поняттями та їх тлумаченням</p> <table border="1" style="width: 100%;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Поняттями</th> <th colspan="2">Тлумачення</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="width: 5%;">1</td> <td style="width: 45%;">Границя функції $y = f(x)$ при x, що прямує до a</td> <td style="width: 5%;">А</td> <td style="width: 45%;">$\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = A_+$</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>Правосторонню границю функції $y = f(x)$, коли x прямує до a справа</td> <td>Б</td> <td>$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$.</td> </tr> </tbody> </table>			Поняттями		Тлумачення		1	Границя функції $y = f(x)$ при x , що прямує до a	А	$\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = A_+$	2	Правосторонню границю функції $y = f(x)$, коли x прямує до a справа	Б	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$.
Поняттями		Тлумачення													
1	Границя функції $y = f(x)$ при x , що прямує до a	А	$\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = A_+$												
2	Правосторонню границю функції $y = f(x)$, коли x прямує до a справа	Б	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$.												