

**Олександр Мановицький<sup>1</sup>, Сергій Клименко<sup>2</sup>, Юрій Рижов<sup>3</sup>, Сергій Сапон<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>кандидат технічних наук, старший науковий співробітник  
відділу «Технологічного управління якістю обробки інструментами із НТМ»  
Інститут надтвердих матеріалів ім. В. М. Бакуля НАН України (Київ, Україна)  
**E-mail:** [m5m5@i.ua](mailto:m5m5@i.ua). **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-3882-7866>  
**Researcher ID:** [FFQ-3675-2022](https://orcid.org/FFQ-3675-2022). **Scopus Author ID:** [57197629303](https://orcid.org/57197629303)

<sup>2</sup>доктор технічних наук, професор, член-кореспондент НАН України, заступник директора з наукової роботи Інститут надтвердих матеріалів ім. В. М. Бакуля НАН України (Київ, Україна)  
**E-mail:** [atmu@meta.ua](mailto:atmu@meta.ua). **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-1464-3771>  
**Researcher ID:** [Q-8928-2019](https://orcid.org/Q-8928-2019). **Scopus Author ID:** [57221904325](https://orcid.org/57221904325)

<sup>3</sup>кандидат технічних наук, старший науковий співробітник  
відділу «Технологічного управління якістю обробки інструментами із НТМ»  
Інститут надтвердих матеріалів ім. В.М. Бакуля НАН України (Київ, Україна)  
**E-mail:** [super.t-55@ukr.net](mailto:super.t-55@ukr.net). **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0001-9047-1903>. **Scopus Author ID:** [6701431900](https://orcid.org/6701431900)

<sup>4</sup>кандидат технічних наук, доцент кафедри технологій машинобудування та деревообробки  
Національний університет «Чернігівська політехніка» (Чернігів, Україна)  
**E-mail:** [s.sapon@gmail.com](mailto:s.sapon@gmail.com). **ORCID:** <https://orcid.org/0000-0003-1082-6431>  
**Researcher ID:** [G-7764-2014](https://orcid.org/G-7764-2014). **Scopus Author ID:** [56736964700](https://orcid.org/56736964700)

## ВИЗНАЧЕННЯ МИТТЄВИХ ЗНАЧЕНЬ КУТІВ У ПЛАНІ ІНСТРУМЕНТУ Й ВЕЛИЧИН КОНТУРНОЇ ПОДАЧІ ПІД ЧАС ТОЧІННЯ ДЕТАЛІ СКЛАДНОГО ПРОФІЛЮ

*Розглянуто особливості складнопрофільної токарної обробки інструментом, оснащеним круглою змінною різальною пластинкою для випадків обробки опуклих та увігнутих тороїдних поверхонь. Показано, що параметри режимів різання і практично усі геометричні параметри інструменту є миттєво змінними залежно від особливостей профілю оброблюваної поверхні деталі. Залежно від кута нахилу твірної профілю поверхні деталі до її осі обертання змінюються швидкість різання, товщина зрізаного шару матеріалу, головний і допоміжний кути в плані різця та інші характеристики процесу різання. Відповідно змінюються площі контактуючих поверхонь інструмента з припуском, що зрізається та оброблюваною поверхнею деталі. Наведено залежності для визначення товщини, площі перетину зрізаного шару матеріалу, дійсної подачі, довжини різальних кромки, головного кута в плані інструменту.*

**Ключові слова:** складно профільна деталь; різальний інструмент; обробка; режими різання; геометричні параметри інструменту.

*Рис.: 4. Бібл.: 10.*

**Актуальність теми дослідження.** Розвиток машинобудівної галузі супроводжується створенням складних конструкцій механізмів і машин, що відповідно призводить до ускладнення профілю поверхонь деталей та змушує металообробників використовувати нові та удосконалювати існуючі технологічні процеси механічної обробки. Доволі часто виготовлення таких деталей потребує використання інструментів, які працюють в умовах нестационарного навантаження, наприклад, зі змінними подачею, швидкістю, глибиною різання. Забезпечення ефективності такої обробки можливо на основі поширення уявлень щодо навантаження на різальний інструмент у зоні різання, що дозволяє створити та використовувати у виробництві різальні інструменти з оптимальними для обробки деталей складного профілю геометричними параметрами.

**Постановка проблеми.** Термобаричне навантаження в процесі обробки та напружений стан у зоні різання пов'язані з такими показниками інструменту, як система кутів, радіус заокруглення різальної кромки, розмір ділянок контакту інструменту зі стружкою та оброблюваною деталлю з урахуванням зносу інструменту тощо. Визначення цих показників при обробці деталей складного профілю дозволяє встановити миттєві значення величин подачі та глибин різання, які формують алгоритм керування ними на верстатах із ЧПК, забезпечують ефективну роботу інструменту та якість оброблених поверхонь виробів, яка потрібна за умов їх експлуатації.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз сучасної літератури з питань механічної обробки показує, що основна кількість робіт присвячена вивченню впливу змінних умов різання на сили різання, якість обробленої поверхні або знос та стійкість різальних інструментів. Отримані результати також використовуються при оптимізації умов процесів обробки.

Авторами [1] виконано дослідження з метою оптимізації умов обробки для досягнення потрібних економічних показників виробництва і показана роль у цьому процесі величини глибини різання. Була розроблена емпірична модель впливу умов обробки на сили різання та показано, що питома сила різання зменшується зі збільшенням подачі та глибини різання.

Автори роботи [2] вивчали динамічну модель коливань у зоні різання та реакцію системи на профіль інструменту. Як основні характеристики процесу розглядалися глибина різання та її зміна. Було показано, що зміна глибини різання впливає на рівномірність розподілу висоти мікронерівностей на обробленій поверхні.

У статті [3] розглянуто вплив нерівностей на поверхні заготовки на якість обробленої поверхні виробу й показано, що найбільш якісна поверхня виробу формується у процесі обробки заготовки в умовах мінімальних вібрацій, що пов'язано з коливанням подачі та глибини різання.

Автори [4] вивчали можливості підвищення продуктивності обробки при точінні зі змінними умовами різання під час знімання припуску за один прохід та в умовах багато-прохідної обробки та показали ефективність обробки при однопрохідній схемі.

При розробці технології точіння деталей в [5; 6] запропонований розподіл припуску на такий, що знімається на чистовому й чорновому проходах. При цьому чорновий прохід супроводжувався коливанням глибини різання, що мало безпосередній вплив на розподіл зносу інструменту на всьому циклі обробки.

Ті ж автори [7] займалися оптимізацією процесів обробки виробів складної форми з перемінною глибиною різання та розраховували ресурс різального інструменту в цих умовах.

Авторами [8] вивчений вплив умов обробки, у тому числі змінної глибини різання, на ефективність обробки тонкостінних деталей, що пов'язано із силами різання, які притаманні низці траєкторій руху інструменту.

Розроблені в [9] математичні моделі дозволяють визначити період стійкості, величину зносу інструменту в час різання при обробці деталей зі змінними умовами різання для контактів, що описуються аналітично, включаючи контури, які апроксимуються сплайнами.

**Виділення недосліджених частин загальної проблеми.** Аналіз технічної літератури показав, що результати досліджень з вивчення рухів у процесі механічної обробки складно профільних виробів, які обумовлюють змінні умови обробки – подачу, глибину різання, геометричні параметри інструменту тощо на теперішній час існують у вкрай обмеженому обсязі. Проведення таких досліджень дуже актуальне у зв'язку з широким використанням верстатів із ЧПК. Ефективна робота інструмента на цих верстатах значною мірою залежить від зміни умов різання, що має місце під час переміщення робочої вершини інструменту вздовж різальної кромки при обробці деталі складного профілю.

**Метою статті** є теоретичне визначення зв'язку між особливостями конфігурації деталі, що обробляється, та миттєвими значеннями головного кута в плані, робочої довжини різальних кромки інструменту, максимальної товщини і площі перетину зрізу на прикладі інструменту, оснащеного круглою різальною пластиною.

**Виклад основного матеріалу.** Складно профільна (контурна) токарна обробка має значні відмінності від токарної обробки циліндричних, конічних або ступінчастих поверхонь. Загальна схема аксіально-радіальної токарної обробки деталі зі складним профілем наведена на рис. 1 [10].

З рис. 1 видно, що режими різання змінюються від попереднього положення різця до наступного навіть за один оберт деталі. При цьому задній кут інструменту на вигнутій поверхні є більшим, ніж на увігнутій. Варіювання заднього кута створює суттєві перепони для визначення оптимальних геометричних параметрів інструмента, що підходять для обробки заготовок зі специфічними радіальними контурами. На додачу до змінювання заднього кута залежно від радіуса контуру в площині  $YZ$  допоміжні передні та задні кути, радіус заокруглення різальної кромки теж змінюються залежно від контуру в площині  $ZX$ . Все це призводить до зміни складових сили різання залежно від положення різця на контурній лінії.

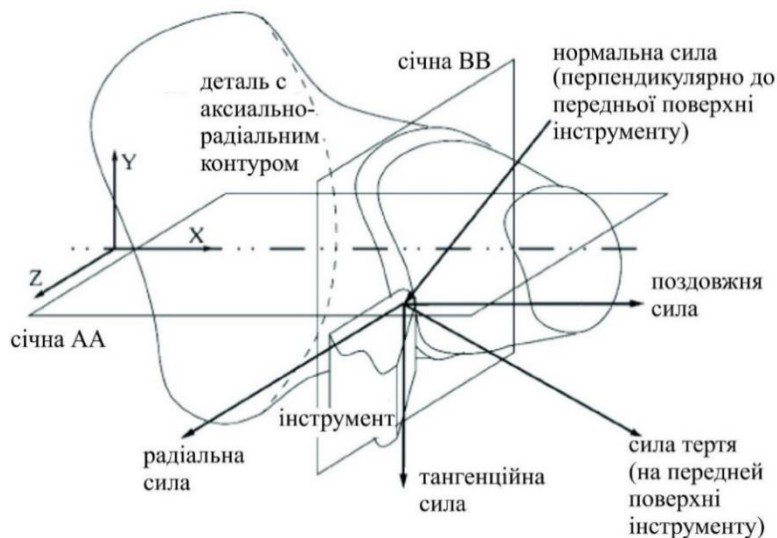


Рис. 1. Загальна схема аксіально-радіальної обробки деталі зі складним профілем [10]

Основною відмінною рисою складнопрофільної токарної обробки зовнішніх і внутрішніх поверхонь деталей інструментом з радіусом при вершині, наприклад, інструментом з круглою різальною пластиною, яким здебільшого обточуються складні профілі, є відсутність сталого положення вершини інструменту. Залежно від кута нахилу твірної профілю деталі до її осі обертання змінюються головний і допоміжний кути в плані різця, змінним є також і перетин зрізу, а відповідно – і площі контактних поверхонь інструменту з припуском, що знімається, і оброблюваною поверхнею деталі. Змінні значення площ контактуючих поверхонь різця, в поєднанні зі змінним положенням вершини різця, призводять до збільшення загальної ділянки зносу різального інструменту на передній і задній поверхнях.

Проте, в практичному виготовленні складнопрофільних деталей превалюють осесиметричні контури, які можна поділити на циліндричні, конічні, торцеві, опуклі і увігнуті поверхні. Якщо обробка циліндричних і торцевих поверхонь виглядає досить детально формалізованою, а точіння конічних можна забезпечити в більшості випадків за допомогою виконавчих органів обладнання, то закономірності обробки тороїдних поверхонь потребує додаткового вивчення

Оскільки вершина різця в залежності від кривизни опуклого або увігнутого профілю «мігрує» по довжині різальної кромки, істотно зростає інтегральна площа зношеної поверхні інструменту в порівнянні з точінням гладких циліндричних або конічних валів.

Якщо циліндрична оброблена поверхня характеризується радіусом її утворення, який прагне до нескінченності, а конічна – ще й додатковим кутом нахилу твірної конуса до осі обертання деталі, то складно профільна поверхня обертання з наявністю криволінійних виступів і западин визначається положенням центру і величиною поточного радіуса кривизни профілю деталі.

Під час використання інструменту, оснащеного круглою різальною пластиною, поточне положення вершини, значення головного і допоміжного кутів у плані, радіуса заокруглення різальної кромки, максимального перетину зрізу, сумарної довжини різальних кромки, площі контактних поверхонь та ділянок зносу, поточні векторні значення осьової і радіальної складових сили різання та інші характеристики процесу різання залежать, головним чином, від співвідношення величини і положення центрів поточного радіуса кривизни, твірної криволінійної поверхні й радіуса круглої різальної пластини, в поєднанні зі швидкістю різання, подачею і глибиною різання.

Залежно від діаметра, що змінюється на перехідних криволінійних поверхнях деталі, при постійній частоті обертання, пропорційно змінюється і швидкість різання. При значному відхиленні швидкості різання від оптимальної по стійкості інструменту, залежно від збільшення або зменшення поточного діаметра деталі, буде відчутно змінюватися знос інструменту, тому треба примусово зменшувати або відповідно збільшувати частоту обертання деталі, щоб повернутися в діапазон оптимальних по стійкості значень швидкості різання при складно профільному точінні.

Токарна обробка складно профільних поверхонь проводиться в умовах, коли робоча вершина інструмента, оснащеного круглою різальною пластиною, не є постійно розташованою, а в кожний момент часу займає відмінне від попереднього положення на його різальній кромці. Інструмент працює, практично «обкочуючись» по оброблюваній поверхні. Положення умовної вершини різця залежить від фактичних значень  $\varphi$  головного та допоміжного  $\varphi_1$  кутів у плані різця. Відповідно буде змінюватися і сумарна довжина різальних кромки, а значить, і ділянка зносу різця. На величину зносу різальної пластини круглої форми при точінні складно профільних поверхонь впливає товщина і ширина зрізу, сумарна довжина різальних кромки, фактичне значення радіуса заокруглення різальної кромки. Ці параметри при точінні опуклого і увігнутого профілів суттєво відрізняються.

Потрібно враховувати, що для великих значень перетину зрізу вплив заокругленої різальної кромки на показники процесу різання може бути малозначущим, а при малих подачах цей вплив ігнорувати не можна – значна частка припуску, що зрізається, припадає на таку різальну кромку.

Під час токарної обробки складнопрофільних деталей потрібно забезпечити такі значення глибини різання і подачі, при яких зношені ділянки на інструменті не збігалися б з його умовною вершиною, що переміщається по різальній кромці залежно від профілю оброблюваної деталі.

Уявімо умови контактної взаємодії інструменту з круглою різальною пластиною з профілем деталі, як показано на рис. 2.

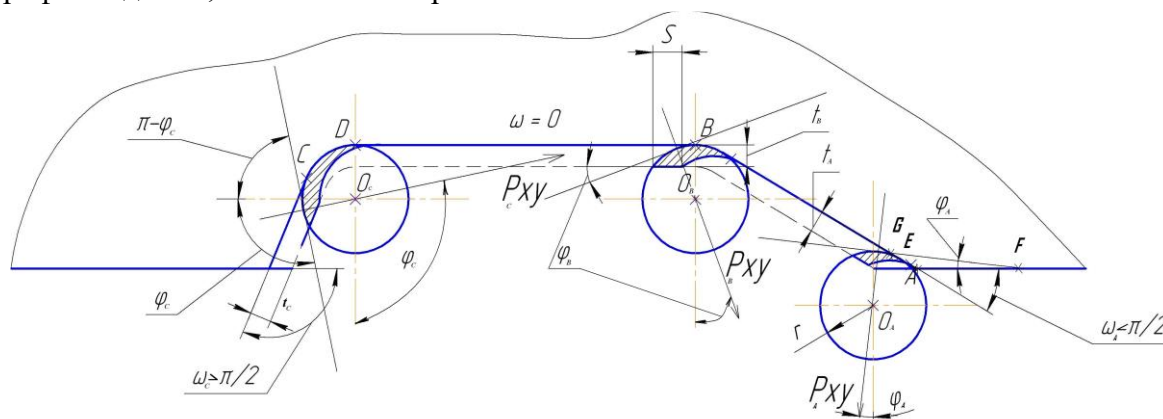


Рис. 2. Схема для визначення кута положення вершини різця з круглою пластиною на складному профілі в основній площині

Джерело: розроблено авторами.

Позначимо  $\omega$  кут нахилу профілю деталі. На ділянці входження різця в западину будемо вважати кут  $\omega$  кутом входу, а на ділянці виходу із западини – виходу. Припустимо, що кут  $\omega_2$  більше  $\omega_1$  і зони підвищеного зносу локалізовані в точках  $E$ , у випадку з кутом нахилу профілю  $\omega_1$ , і  $C$ , у випадку з кутом нахилу профілю  $\omega_2$ , що як раз і є несприятливим випадком. Тоді з положення вершини різця маємо на вході у профіль деталі:

$$\operatorname{tg}\omega_{\text{вх}} = \frac{S}{2r} \quad (1)$$

і, відповідно, на виході з профілю:

$$\operatorname{ctg}\omega_{\text{вих}} = \frac{r-t}{r}, \quad (2)$$

де  $S$  – подача різця на оберт деталі вздовж твірної профілю деталі, мм/об;  $r$  – радіус пластини;  $t$  – глибина різання в напрямку, перпендикулярному до твірної профілю деталі, мм.

Оскільки кути профілю деталі задаються контуром твірної тіла обертання і, головним чином, визначаються кутом нахилу профілю деталі, а радіус пластини вибирається, виходячи з мінімального радіуса западини деталі і обидві ці характеристики задаються спочатку, то вирішуємо рівняння (1) і (2) щодо невідомих величин  $S$  і  $t$ . Беручи до уваги, що даний випадок є несприятливим і наявність підвищеного зносу на вершині різця викличе спотворення профілю, відхилення розміру деталі і погіршення шорсткості обробленої поверхні, перетворимо рівняння в нерівності, які накладають обмеження на шукані значення подачі інструменту уздовж твірної профілю:

$$0 < S < 2r(\operatorname{tg}\omega_{\text{вх}}) \quad (3)$$

і глибини різання в напрямку, перпендикулярному до твірної профіля деталі:

$$0 < t < r(\operatorname{ctg}\omega_{\text{вих}} - 1). \quad (4)$$

Таким чином, отримуємо обмеження, що накладаються на вибір подачі та глибини різання залежно від наявності локальних зон підвищеного зносу інструменту, оснащеного круглою різальною пластиною, на вході і виході в струмок оброблюваного профілю.

На рис. 3, *a* наведена схема контакту інструменту, оснащеного круглою різальною пластиною, на передній поверхні зі стружкою при обробці опуклої тороїдальної частини складно профільної поверхні.

На відміну від точіння по циліндричній твірній лінії, при обробці складного профілю, коли вершина різця і центр кола різальної пластини зміщуються на однакову величину подачі на один оберт деталі, при переміщенні центру різальної пластини з точки  $O_1$  в точку  $O_2$  за один оберт, вершина різця переходить з точки  $B$  в точку  $A$ . Припустимо, що відрізок  $O_1O_2$  дорівнює подачі різця, тобто  $O_1O_2 = S_0$  ( $S_0$  – контурне зміщення центру пластини на оберт деталі), тоді відрізок  $AB = S_{\text{вс}}$ , а саме  $S_{\text{вс}}$  – дійсна подача вершини різця на опуклій тороїдальній частині криволінійної поверхні деталі.

Точкою  $X$  відзначено положення максимального виступу мікронерівностей обробленої поверхні, що формується головною і допоміжною кромками різця. Ця точка лежить на перпендикулярі, проведеному через середину відрізка  $AB$ , а точки  $A$  і  $B$  знаходяться на лініях сполучення радіусів оброблюваної деталі і різальної пластини (рис. 3, *a*).

Контурна подача, яка визначається по центру різальної пластини, пов'язана з подачею уздовж осі  $X$ :

$$S_0 = S_x \cdot \cos \delta. \quad (5)$$

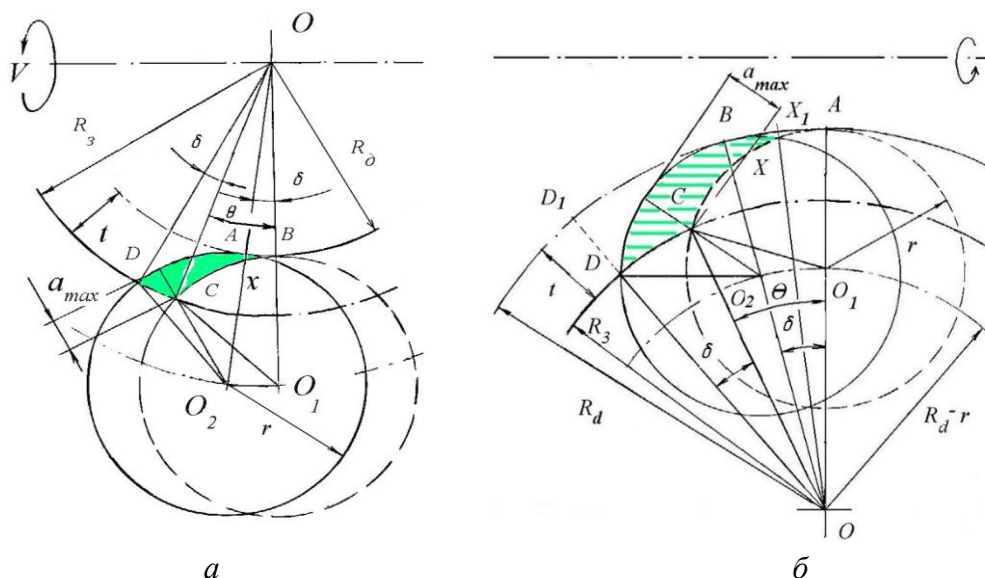


Рис. 3. Схема до розрахунку максимальної товщини зрізу на опуклій (а) і увігнутій (б) тороїдних частинах складно профільної деталі

Джерело: розроблено авторами.

З геометричних побудов маємо, що трикутники  $O_1OC$  і  $O_2OD$  рівні між собою і максимальна товщина зрізу знаходиться як:

$$a_{\max}^{ec} = r - O_2C. \quad (6)$$

З трикутника  $O_1OC$  маємо:

$$(O_1C)^2 = r^2 = R_3^2 + (r + R_3 - t)^2 - 2R_3(r + R_3 - t)\cos\Theta; \quad (7)$$

$$\cos\Theta = \frac{R_3^2 - r^2 + (r - t + R_3)^2}{2R_3(r - t + R_3)}, \quad (8)$$

де  $r$  – радіус пластини, мм;  $R_3$  – радіус виступу профілю заготовки, мм;  $t$  – глибина різання, мм.

Кут  $O_1OC = \Theta$ :

$$\Theta = \arccos \frac{R_3^2 - r^2 + (r - t + R_3)^2}{2R_3(r - t + R_3)}. \quad (9)$$

Кут  $\delta$ , на який переміщується вершина різця за один оберт деталі, знаходимо з трикутника  $O_1OO_2$ :

$$\delta = \arctg \frac{S_x}{R_d + r}, \quad (10)$$

де  $R_d$  – радіус виступу профілю деталі на опуклій тороїдній ділянці.

З трикутника  $O_2OC$  маємо:

$$(O_2C)^2 = R_3^2 + (r + R_d)^2 - 2R_3(r + R_d)\cos(\Theta - \delta). \quad (11)$$

Знаходячи квадратний корінь з отриманого виразу і підставляючи отриманий вираз в рівняння (10) для розрахунку максимальної товщини зрізу при точінні ділянки виступу тороїдної поверхні й беручи до уваги, що радіус заготовки становить сумарну величину радіуса деталі і припуску на обробку, знаходимо максимальну товщину зрізу на цій ділянці:

$$a_{max}^{bc} = r - \sqrt{\left( (R_d + t)^2 + (r + R_d)^2 - 2(R_d + t)(r + R_d) \right) \rightarrow \cdot \rightarrow \cos \left[ \arccos \frac{(R_d + t)^2 - r^2(r + R_d)^2}{2(R_d + t)(r + R_d)} - \arctg \frac{S_x}{r + R_d} \right]}. \quad (12)$$

Сумарну довжину різальних кромок знаходимо з криволінійного трикутника  $DXC$ . Довжина  $L$  різальних кромок дорівнює довжині дуг  $DA$  чи  $BC$  і дорівнює добутку радіуса  $r$  пластини і кута  $CO_1O$ .

З трикутника  $CO_1O$  знаходимо кут  $CO_1O$ :

$$CO_1O = \arccos \frac{r^2 + (r + R_d)^2 - (R_d + t)^2}{2r(r + R_d)}. \quad (13)$$

І тоді сумарна довжина різальних кромок:

$$L = r \cdot \arccos \frac{r^2 + (r + R_d)^2 - (R_d + t)^2}{2r(r + R_d)}. \quad (14)$$

Площу перетину зрізу  $A_{Rbc}$  для виступаючої тороїдної ділянки складно профільної деталі знаходимо як площу криволінійного трикутника  $DXC$  з підставою  $L$  і висотою  $a_{max}^{bc}$ .

$$A_{Rbc} = \frac{r}{2} \cdot \arccos \frac{r^2 + (r + R_d)^2 - (R_d + t)^2}{2r(r + R_d)} \cdot \left\{ r - \sqrt{\left( (R_d + t)^2 + (r + R_d)^2 - 2(R_d + t)(r + R_d) \right) \rightarrow \cdot \rightarrow \cos \left[ \arccos \frac{(R_d + t)^2 - r^2(r + R_d)^2}{2(R_d + t)(r + R_d)} - \arctg \frac{S_x}{r + R_d} \right]} \right\}. \quad (15)$$

Дійсне значення подачі на радіусній частині виступаючої тороїдної поверхні знаходимо з подібності криволінійних трикутників  $OO_1O_2$  і  $OBA$ . З урахуванням  $AB = S_{bc}$ , значення дійсної подачі на виступаючому тороїдному профілі радіусом  $R_d$ :

$$S_{bc} = \frac{S_o \cdot R_d}{R_d + r} \quad (16)$$

або після перетворень:

$$S_{bc} = \frac{S_o}{1 + \frac{r}{R_d}}. \quad (17)$$

З огляду на призначення радіуса різальної пластини, нерівність  $R_d \geq r$  є необхідною умовою. Виходячи із рівняння (17) очевидно, що фактична подача по контурній лінії складного профілю на виступаючій тороїдній ділянці радіусом  $R_d$  завжди буде меншою за номінальну, що задається по лінії переміщення центру різальної пластини. Виходячи з цього положення, можна стверджувати, що приймаючи значення подачі

$S = const$  на циліндричній ділянці профілю деталі, при переході на виступаючу тороїдну поверхню значення подачі можна збільшувати, призначаючи такі значення без шкоди для шорсткості обробленої поверхні на цій ділянці:

$$S_{ec} = S_o \cdot \frac{1}{1 + \frac{r}{R_d}}. \quad (18)$$

Враховуючи залежності контурної подачі від подачі уздовж осі  $X$ , з рівняння (5), отримуємо:

$$S_{bc} = S_x \cdot \cos \delta \cdot \frac{1}{1 + \frac{r}{R_d}}. \quad (19)$$

З урахуванням значення кута  $\delta$ , з рівняння (10) знаходимо значення дійсної подачі на виступаючому тороїдному профілі залежно від осьової подачі:

$$S_{bc} = S_x \cos \arctg \frac{S_x}{R_d + r} \cdot \frac{1}{1 + \frac{r}{R_d}}. \quad (20)$$

При цьому другий співмножник можна вважати коефіцієнтом підвищення продуктивності обробки. Оскільки знаменники множників в рівнянні (16) більші за одиницю, то фактична подача по опуклому тороїдному контуру деталі завжди буде менше заданої по центру різальної пластини.

Отримані вирази для розрахунку максимальної товщини зрізу і площі перетину зрізаного шару в подальшому використовуються для розрахунку складових сили різання та оцінки міцності різального клину різця.

Для визначення положення головного кута в плані на тороїдній частині опуклого профілю деталі (рис. 4, *a*) проведемо в точці  $B$  перпендикуляр до осі  $X$  і добудуємо трикутник  $OCO_1$ .

Точка  $G$  перетину прямої, проведеної через точку  $A$  перпендикулярно відрізьку  $OO_2$ , і точка  $F$  перетину цих перпендикулярів утворюють трикутник  $DFG$ , подібний трикутнику  $AO_2G$ . У цих подібних трикутниках кути  $GFD$  і  $O_2A$  рівні між собою. Оскільки центр пластини  $O_2$  зміщений щодо центру  $O_1$  на кут  $\delta$ , на цей же кут буде повернута і дотична  $DA$  щодо осі  $X$ . Отже, кут  $GDF$  буде дорівнювати куту  $\varphi_2$ , збільшеному на кут  $\delta$ . У такому випадку з трикутника  $O_2OC$  маємо:

$$(OC)^2 = (O_2C)^2 + (O_2O)^2 - 2 \cdot O_2C \cdot O_2O \cdot \cos(\varphi_2 + \delta). \quad (21)$$

Підставляючи в рівняння (21) значення відрізків, виражені через радіуси заготовки, деталі і пластини, а також максимальну товщину зрізу, отримуємо:

$$R_3^2 = (r - a_{max})^2 + (r + R_d)^2 - 2(r - a_{max}) \cdot (r + R_d) \cos(\varphi_2 + \delta). \quad (22)$$

Сума кутів, знайдена після перетворень:

$$\varphi_2 + \delta = \arccos \frac{(r + a_{max})^2 - 2R_3^2 + (r - R_d)^2}{2(r - a_{max}) \cdot (r + R_d)}. \quad (23)$$

Знаючи з рівняння (10) кут  $\delta$  відхилення центру пластини за один оберт деталі, підставимо його значення для заданих умов і отримаємо значення кута в плані для положення центру різальної пластини в точці  $O_2$ :



$$\varphi_2 = \arccos \frac{(r + a_{max})^2 - 2R_3^2 + (r - R_d)^2}{2(r - a_{max}) \cdot (r + R_d)} - \operatorname{arctg} \frac{S_x}{r + R_d}. \quad (24)$$

Залежно від положення умовної вершини різальної пластини щодо осі  $X$  на тороїдній ділянці з  $R_d = \text{const}$ , кут  $\delta$  буде змінювати своє значення від  $n\delta$  від початкової точки твірної тороїдного профілю до  $\delta_0$  в точці перетину умовної вершини різця осі ординат  $Y$  і далі до  $N\delta$  – точки виходу умовної вершини різця з тороїдної поверхні радіуса  $R_d$ . Тоді в загальному вигляді рівняння для розрахунку головного кута в плані для інструменту з круглою різальною пластиною на тороїдній опуклій поверхні буде:

$$\varphi_{n(N)} = \arccos \frac{(r + a_{max})^2 - 2R_3^2 + (r - R_d)^2}{2(r - a_{max}) \cdot (r + R_d)} - (N - n) \operatorname{arctg} \frac{S_x}{r + R_d}, \quad (25)$$

де  $n(N)$  – накопичене число обертів до відповідної точки на випуклому тороїдному профілі радіуса  $R_d$ , рахуючи від точки перетину з віссю  $Y$ .

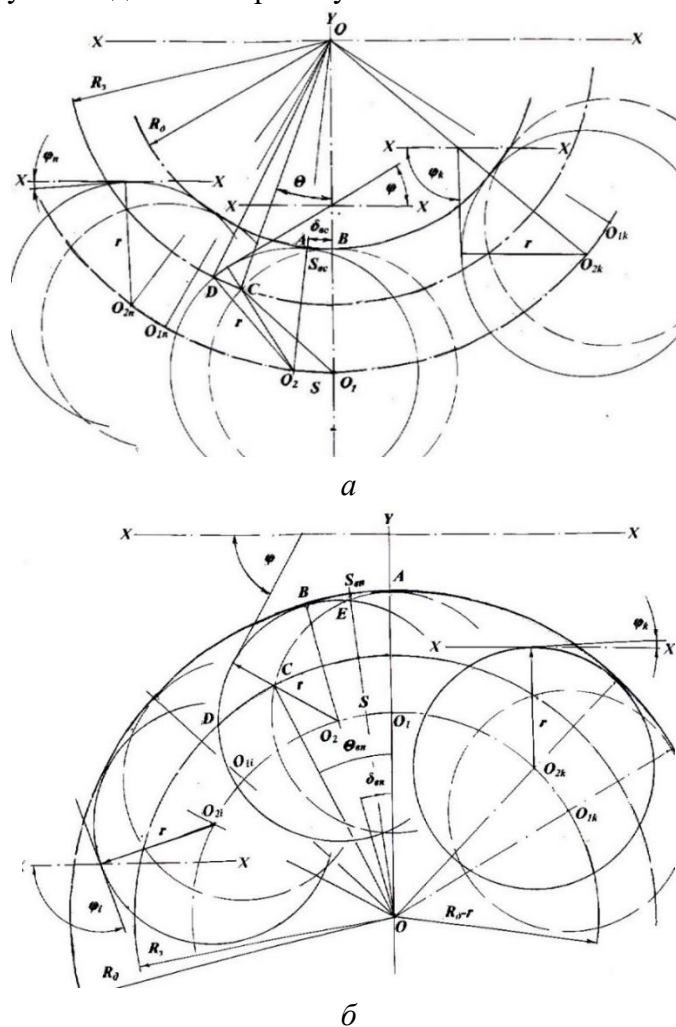


Рис. 4. Схема до розрахунку головного кута в плані на опуклій (а) і увігнутій (б) тороїдних частинах складно профільної деталі

Джерело: розроблено авторами.

На рис. 4, б наведена схема контакту інструменту, оснащеного круглою різальною пластиною, на передній поверхні зі стружкою при обробці увігнутої тороїдної частини складно профільної поверхні.

Визначимо відрізок переміщення центру пластини за один оберт деталі  $O_1O_2$  через подачу різця вздовж осі  $X$ :

$$S_o = \frac{S_x}{\cos \delta}, \quad (26)$$

де  $S_x$  – задана подача на оберт впродовж осі  $X$ ; тоді відрізок  $AB = S_{\text{вп}}$ , а саме  $S_{\text{вп}}$  – дійсна подача вершини різця на увігнутій тороїдній частині криволінійної поверхні деталі.

Точка  $X$  лежить на перпендикулярі, проведеному через середину відрізка  $AB$  в положенні максимального виступу мікронерівностей обробленої поверхні, точки  $A$  і  $B$  знаходяться на лініях сполучення радіусів оброблюваної деталі й різальної пластини (рис. 3, б). З геометричних побудов маємо, що трикутники  $O_1OC$  і  $O_2OD$  рівні між собою, а максимальна товщина зрізу:

$$a_{\text{max}}^{\text{en}} = r - O_2C. \quad (27)$$

З трикутника  $O_1OC$  маємо:

$$(O_1C)^2 = r^2 = R_3^2 + (R_d - r)^2 - 2R_3(R_d - r)\cos \Theta \quad (28)$$

і

$$\cos \Theta = \frac{R_3^2 + (R_d - r)^2}{2R_3(R_d - r)}, \quad (29)$$

де  $r$  – радіус пластини, мм;  $R_3$  – радіус виступу профілю заготовки, мм;  $R_d$  – радіус виступу профілю деталі, мм;  $t$  – глибина різання, мм.

Оскільки на увігнутій тороїдній ділянці профілю радіус деталі становить сумарну величину радіуса заготовки та припуску на обробку, визначаємо косинус кута  $\Theta$  через радіус виступу профілю деталі:

$$(O_1C)^2 = r^2 = (R_d - t)^2 + (R_d - r)^2 - 2(R_d - t)(R_d - r)\cos \Theta, \quad (30)$$

$$\cos \Theta = \frac{(R_d - t)^2 + (R_d - r)^2}{2(R_d - t)(R_d - r)}. \quad (31)$$

Відрізок  $O_2C$  знаходимо з трикутника  $OO_2C$ :

$$(O_2C)^2 = (R_d - t)^2 + (R_d - r)^2 - 2(R_d - t)(R_d - r)\cos(\Theta - \delta). \quad (32)$$

Поточний кут переміщення умовної вершини різального інструмента за один оберт деталі, знаходимо через тангенс кута  $O_2OO_1$ :

$$\delta = \arctg \frac{S_x}{R_d - r}. \quad (33)$$

Тоді з урахуванням рівнянь (29), (31) і (33) знаходимо вираз для максимальної товщини зрізу на увігнутому тороїдному контурі деталі (у западині):

$$a_{\text{max}}^{\text{вп}} = r - \sqrt{\frac{(R_d - t)^2 + (R_d - r)^2 - 2(R_d - t)(R_d - r)\cos \Theta}{\cos \left[ \arccos \frac{(R_d - t)^2 - r^2(R_d - r)^2}{2(R_d - t)(R_d - r)} - \arctg \frac{S_x}{R_d - r} \right]}}. \quad (34)$$

Для знаходження сумарної довжини  $L$  різальних кромek  $DX$  допустимо, з огляду на малість значень шуканих величин, що дуги  $D_1X_1$  і  $DX$  рівні. Тоді

$$L = R_d \sphericalangle DOX = R_d \left( \Theta + \frac{\delta}{2} \right), \text{ тобто:}$$

$$L = R_d \left( \arccos \frac{(R_d - t)^2 + (R_d - r)^2}{2(R_d - t)(R_d - r)} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{S_x}{R_d - r} \right) \quad (35)$$

і після підстановки з (31) і (33) знаходимо площу перетину зрізу  $A_{Ren}$  для увігнутої тороїдної ділянки, яка може бути знайдена як площа криволінійного трикутника  $DXC$  з основою  $L$  і висотою  $a_{max}^{вп}$ :

$$A_{R}^{вп} = \left\langle \frac{1}{2} R_d \left( \arccos \frac{(R_d - t)^2 + (R_d - r)^2}{2(R_d - t)(R_d - r)} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{S_x}{R_d - r} \right) \right\rangle \cdot \left\langle r - \sqrt{(R_d - t)^2 + (R_d - r)^2 - 2(R_d - t)(R_d - r) \rightarrow \cdot} \rightarrow \cos \left[ \arccos \frac{(R_d - t)^2 - r^2(R_d - r)^2}{2(R_d - t)(R_d - r)} - \operatorname{arctg} \frac{S_x}{R_d - r} \right] \right\rangle. \quad (36)$$

Дійсне значення подачі на радіусній частині увігнутої тороїдної поверхні знаходимо з подібності трикутників  $OO_1O_2$  і  $OBA$ . З урахуванням  $AB = S_{en}$  вираз для визначення значення дійсної подачі на увігнутому тороїдному профілі радіусом  $R_d$ :

$$S_{вп} = \frac{S_o \cdot R_d}{R_d - r}. \quad (37)$$

Після перетворень з урахуванням виразу для визначення величини переміщення центру різальної пластини (33):

$$S_{вп} = \frac{S_x}{\left( 1 - \frac{r}{R_d} \right) \cos \delta}. \quad (38)$$

Вираз для дійсної подачі по увігнутій тороїдній поверхні:

$$S_{вп} = S_x \cdot \frac{1}{\cos \operatorname{arctg} \frac{S_x}{R_d - r} \cdot \left( 1 - \frac{r}{R_d} \right)}. \quad (39)$$

Оскільки  $R_d \geq r$ , виходячи із рівняння (39) очевидно, що знаменник завжди менше одиниці, а дійсна подача по лінії, котра утворює складний профіль на увігнутій тороїдній ділянці радіусом  $R_d$  більше номінальної, що задається по лінії переміщення центра круглої різальної пластини.

Виходячи з цього, можна стверджувати, що приймаючи значення подачі на циліндричній ділянці складного профілю деталі, при переході на увігнуту тороїдну поверхню, значення подачі потрібно зменшувати, призначаючи такі значення з метою забезпечення заданої шорсткості обробленої поверхні на цій ділянці.

При цьому другий співмножник у рівнянні (39) можна вважати коефіцієнтом забезпечення шорсткості обробленої поверхні.

Отримані вирази для розрахунку максимальної товщини зрізу і площі перетину зрізаного шару надалі використовуються для розрахунку складових сили різання і міцності різального клину різця.

Для визначення величини головного кута в плані на тороїдній частині увігнутого профілю деталі проведемо в точці перпендикуляр до осі  $X$  і побудуємо трикутник  $CO_2B$  (рис. 4, б). З умови рівності кутів між двома взаємно перпендикулярними прямими головний кут у плані  $\phi_{02}$  в положенні центру різальної пластини в точці  $O_2$  буде:

$$\phi_{02}^{BP} = \sphericalangle CO_2B + \delta. \tag{40}$$

З трикутника  $BOC$  знаходимо відрізок  $BC$

$$BC = \sqrt{(OC)^2 + (OB)^2 - 2OC \cdot OB \cdot \cos(\Theta_{BP} - \delta_{BP})}. \tag{41}$$

Косинус кута  $CO_2B$ :

$$\sphericalangle CO_2B = \arccos \frac{(CO_2)^2 + (O_2B)^2 - (CB)^2}{2r \cdot CO_2}. \tag{42}$$

І тоді, після перетворень з урахуванням того, що  $O_2C = r - a_{max}^{BP}$ ,  $O_2B = r$ ,  $OC = R_d^{BP} - t$ ,  $OB = R_d^{BP}$ , миттєвий головний кут в плані при знаходженні центру пластини в точці  $O_2$ :

$$\phi_{02}^{BP} = \arccos \sqrt{\frac{2[r^2 - ra_{max}^{BP} - R_d^{BP}t - (R_d^{BP} - t)R_d^{BP} \cos(\Theta_{BP} - \delta)_{BP}]}{a_{max}^{2BP} + t^2}} + \delta_{BP} \tag{43}$$

При переміщенні вершини різця з точки  $A$  в сторону зростання діаметра деталі кут  $\delta_i$  буде зростати з кожним обертом деталі, а кут  $C_iOB_i$  залишатиметься постійним. Разом з тим при обробці в западині на ділянці від максимального діаметра  $D_k^{BP}$  в точці  $K$  до мінімального в точці  $A$  головний кут в плані буде спадати на величину накопиченого кута  $n\delta$ .

У загальному вигляді рівняння для розрахунку миттєвого головного кута в плані при точінні увігнутої тороїдної поверхні для правого різця:

$$\phi_{BP_i} = \arccos \sqrt{\frac{2[r^2 - ra_{max}^{BP} - R_d^{BP}t - (R_d^{BP} - t)R_d^{BP} \cos(\Theta_{BP} - \delta_{BP})]}{a_{max}^{2BP} + t^2}} \mp n\delta_{BP}. \tag{44}$$

Значення кутів  $\Theta_{BP}$  і  $\delta$  знаходимо з виразів (27) і (29). При переміщенні вершини різця від максимального значення діаметра на твірній увігнутої тороїдної поверхні до його мінімального значення застосовується негативне значення, а при подальшому зростанні діаметра деталі при виході різця із западини – позитивне значення кута  $\delta_{BP}$ , помножене на число обертів деталі, відповідне даному відрізку ділянки профілю.

**Висновки.** Під час обробки складно профільної деталі інструментом, оснащеним круглою різальною пластинною, характеристики процесу різання залежать головним чином від співвідношення величини та положення центрів поточного радіуса кривизни

утворюваної криволінійної поверхні й радіуса різальної пластини, у поєднанні зі швидкістю, подачею і глибиною різання.

Спільний вплив режимів різання, величин і положення центрів поточного радіуса кривизни утвореної криволінійної поверхні і радіуса різальної пластини інструменту на характеристики процесу різання представлено у вигляді аналітичних залежностей. За наведеними в роботі залежностями можна визначити поточне положення вершини, значення головного і допоміжного кутів в плані, радіуса заокруглення різальної кромки, максимального перетину зрізу, сумарної довжини різальних кромок, площі контактуючих поверхонь та ділянок зносу, поточні векторні значення осьової і радіальної складових сили різання та інші важливі характеристики процесу різання.

З врахуванням особливостей складного профілю деталі, що обробляється, встановлені обмеження на можливі значення подачі і глибини різання та запропоновано залежності для розрахунку величин контурної подачі, головного кута в плані інструменту, максимальної товщини зрізу, сумарної довжини різальних кромок, площі перетину зрізу на окремих ділянках деталі.

Отримані результати можуть бути використані при визначенні сил різання, оцінки зносу різального інструмента, створення алгоритму зміни умов різання при обробці складно профільних деталей на верстатах з ЧПК.

### Список використаних джерел

1. Supriya, J. P. Study on Effect of Basic Cutting Variables on Machining Characteristics of Low Carbon Steel Work-Material in Turning / J. P. Supriya, V. A. George // *Inter. J. of Eng. Res. & Technol.* – 2014. – Vol. 3, № 8. – Pp. 712-716.
2. Xichun, L. The effects of machining process variables and tooling characterisation on the surface generation: modelling, simulation and application promise / L. Xichun, K. Cheng, R. Ward // *Inter. J. of Advanc. Manuf. Technol.* – 2005. – № 25. – Pp. 1089-1097.
3. Analysis of the Effect of Cutting Variables against Surface Hardness / E. Diniardi1, S. A. Yudistirani, H. Basri, A. I. Ramadhan // *J. of Applied Sci. and Advanc. Technol.* – 2021. – Vol. 3, № 3. – Pp. 81-88.
4. Туромша, В. И. Анализ алгоритмов управления параметрами режима резания при обработке деталей с переменной глубиной резания на станках с числовым программным управлением / В. И. Туромша, С. Н. Мищенко // *Машиностроение.* – 2010. – № 4. – С. 2-6.
5. Increasing tool life during turning with a variable depth of cut / M. Sadílek, R. Lep, Z. Sadílková, J. Valíek, L. Petřokovsk // *Materials and technology.* – 2013. – Vol. 47, № 2. – Pp. 199-203.
6. Sadilek, M. Turning Thin-Walled Workpieces with Variable Depth of Cut / M. Sadilek, L. Petrkovska, J. Kratochvil // *Inter. J. of Mechnic. and Mechatron. Eng.* – 2013. – Vol. 7, № 9. – Pp. 1868-1872.
7. Туромша, В. И. Точение деталей сложной формы с переменной глубиной резания / В. И. Туромша // *Машиностроение.* – 2000. – № 16. – С. 133-137.
8. The variable radial depth of cut in finishing machining of thin-walled blade based on the stable-state deformation field / H. Yaohua, Z. Dinghua, Z. Ying, W. Baohai // *The Inter. J. of Advanc. Manuf. Technol.* – 2021. – № 113. – Pp. 141-158.
9. Туромша, В. И. Моделирование износа и стойкости инструмента при обработке деталей с переменной глубиной резания / В. И. Туромша, С. Н. Мищенко // *Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого.* – 2011. – № 2 (45).
10. Reddy, R. G. A mechanistic force model for combined axial-radial contour turning / R. G. Reddy, R. E. DeVor, S. G. Kapoor // *Inter. J. of Machine Tools & Manuf.* – 2001. – № 41. – Pp. 1551-1572.

### References

1. Supriya, J.P., George, V.A. (2014). Study on Effect of Basic Cutting Variables on Machining Characteristics of Low Carbon Steel Work-Material in Turning. *Inter. J. of Eng. Res. & Technol*, 3(8), 712–716.

2. Xichun, L., Cheng, K., Ward, R. (2005). The effects of machining process variables and tooling characterisation on the surface generation: modelling, simulation and application promise. *Inter. J. of Advanc. Manuf. Technol*, 25, 1089–1097.
3. Diniard, E., Yudistirani, S. A., Basri, Hasan, R., Anwar, I. (2021). Analysis of the Effect of Cutting Variables against Surface Hardness. *J. of Applied Sci. and Advanc. Technol*, 3(3), 81–88.
4. Turomsha, V.I., Mishchenko, S.N. (2010). Analiz algoritmov upravleniia parametramy rezhima rezaniia pri obrabotke detalei s peremnoi glubinoi rezaniia na stankakh s chislovyim programmym upravleniem [Analysis of algorithms for controlling cutting parameters when processing parts with variable depth of cut on machines with numerical control]. *Mashinostroenie – Mechanical engineering*, 4, 2–6.
5. Sadilek, M., Lep, R., Sadilková, Z., Valiek, J., Petkovsk, L. (2013). Increasing tool life during turning with a variable depth of cut. *Materials and technology*, 47, 2, 199–203.
6. Sadilek, M., Petrkovska, L., Kratochvil, J. (2013). Turning Thin-Walled Workpieces with Variable Depth of Cut. *Inter. J. of Mechnic. and Mechatron. Eng.*, 7, 9, 1868–1872.
7. Turomsha, V.I. (2000). Tochenye detalei slozhnoi formy s peremnoi hlubynoi rezaniia [Turning of parts of complex shapes with variable depth of cut]. *Mashinostroenie – Mechanical engineering*, 16, 133–137.
8. Hou, Y., Zhang, D., Zhang, Y., Wu, B. (2021). The variable radial depth of cut in finishing machining of thin-walled blade based on the stable-state deformation field. *The Inter. J. of Advanc. Manuf. Technol*, 113, 141–158.
9. Turomsha, V.I., Mishchenko, S.N. (2011). Modelirovanie iznosa y stoikosti instrumenta pri obrabotke detalei s peremnoi glubinoi rezaniia [Modeling of wear and tool life when machining parts with variable depth of cut]. *Vestnik HHTU ym. P. O. Sukhoho – Bulletin of GGTU named after P.O. Sukhoi*, 2(45).
10. Reddy, R.G., DeVor, R.E., Kapoor, S.G. (2021). A mechanistic force model for combined axial-radial contour turning. *Inter. J. of Machine Tools & Manuf.*, 41, 1551–1572.

Отримано 08.12.2023

UDC 621.9.025

**Oleksandr Manovytsky<sup>1</sup>, Sergiy Klymenko<sup>2</sup>, Yuriy Ryzhov<sup>3</sup>, Serhii Sapon<sup>4</sup>**

<sup>1</sup>PhD in Technical Sciences,

Senior Researcher of the Department «Technological Control of the Quality of Machining Tools with SHM»  
V.N. Bakul Institute for Superhard Materials of the NAS of Ukraine (Kyiv, Ukraine)

E-mail: [msm5@i.ua](mailto:msm5@i.ua). ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3882-7866>

Researcher ID: [FFQ-3675-2022](https://orcid.org/0000-0003-3882-7866). Scopus Author ID: [57197629303](https://orcid.org/0000-0003-3882-7866)

<sup>2</sup>Dr. Technical Science, Professor, Corresponding Member of NAS of Ukraine, Deputy Director of Science

V.N. Bakul Institute for Superhard Materials of the NAS of Ukraine (Kyiv, Ukraine)

E-mail: [atmu@meta.ua](mailto:atmu@meta.ua). ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1464-3771>

Researcher ID: [Q-8928-2019](https://orcid.org/0000-0003-1464-3771). Scopus Author ID: [57221904325](https://orcid.org/0000-0003-1464-3771)

<sup>3</sup>PhD in Technical Sciences,

Senior Researcher of the Department «Technological Control of the Quality of Machining Tools with SHM»

V.N. Bakul Institute for Superhard Materials of the NAS of Ukraine (Kyiv, Ukraine)

E-mail: [super.t-55@ukr.net](mailto:super.t-55@ukr.net). ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9047-1903>. Scopus Author ID: [6701431900](https://orcid.org/0000-0001-9047-1903)

<sup>4</sup>PhD in Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Mechanical Engineering and Wood Technology  
Chernihiv Polytechnic National University (Chernihiv, Ukraine)

E-mail: [s.sapon@gmail.com](mailto:s.sapon@gmail.com). ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1082-6431>

Researcher ID: [G-7764-2014](https://orcid.org/0000-0003-1082-6431). Scopus Author ID: [56736964700](https://orcid.org/0000-0003-1082-6431)

## MESSURING THE EXACT VALUES OF ANGLES IN A TOOL PLAN AND CONTOUR FEED RATES WHEN TURNING A PART WITH A COMPLEX PROFILE

*The paper considers the peculiarities of complex profile turning with a tool equipped with a round cutting insert in relation to the cases of machining convex and concave toroidal surfaces. Current vertex position, values of the main and auxiliary angles in the plan, radius of curvature of the cutting edge, maximum section of the cut, total length of the cutting edges, contact surface area and wear areas, the current vector values of the axial and radial components of the cutting force*

and other characteristics of the cutting process depend mainly on the ratio of the size and position of the centers of the current radius of curvature of the curved surface and the radius of the cutting insert, in combination with the cutting speed, feed rate and depth of cut. The tip of the cutter, depending on the curvature of the convex or concave profile, "migrates" along the length of the cutting edge, significantly increasing the integrated area of the tool's wear surface compared to turning smooth cylindrical or tapered shafts.

Depending on the diameter of the workpiece, which varies on transitional curved surfaces, the cutting speed changes proportionally at a constant speed.

Taking into account the peculiarities of the complex profile of the workpiece, restrictions on the possible values of feed and depth of cut are established and dependencies are proposed for calculating the contour feed, main angle in the tool plan, maximum cut thickness, total length of cutting edges, and cut cross-sectional area in individual parts of the workpiece.

The results obtained can be used to determine cutting forces, assess cutting tool wear, and create an algorithm for changing cutting conditions when machining complex parts on CNC machines.

**Keywords:** complex part; cutting tool; machining; cutting mode; tool geometric parameters.

*Fig.:* 4. *References:* 10.