

Міністерство освіти і науки України  
Національний університет «Чернігівська політехніка»  
Кафедра електричної інженерії та  
інформаційно-вимірювальних технологій

# **Лінійні електричні кола постійного струму**

Методичні вказівки для самостійної роботи  
та індивідуальні завдання  
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
технічних спеціальностей

Обговорено і рекомендовано  
на засіданні кафедри  
електричної інженерії та  
інформаційно-вимірювальних технологій  
*протокол № 6 від 17.06.2024 р.*

Чернігів 2024

Лінійні електричні кола постійного струму. Методичні вказівки для самостійної роботи та індивідуальні завдання для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти технічних спеціальностей / Укл.: Красножон А.В, Красножон О.В. – Чернігів: НУ «Чернігівська політехніка», 2024. – 41 с.

Укладачі:

Красножон Андрій Васильович, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри електричної інженерії та інформаційно-вимірювальних технологій

Красножон Олексій Васильович, кандидат технічних наук, доцент кафедри інформаційних та комп'ютерних систем

Відповідальний за випуск:

Приступа Анатолій Леонідович, завідуючий кафедрою електричної інженерії та інформаційно-вимірювальних технологій, кандидат технічних наук, доцент

Рецензент:

Ревко Анатолій Сергійович, кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри електроніки, автоматики, робототехніки та мехатроніки

## **ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ**

Одним з основних видів роботи по засвоєнню курсу “Теоретичні основи електротехніки” (ТОЕ) та “Теорія електричних кіл” (ТЕК) є самостійна робота студентів. Це робота над лекційним матеріалом і робота по надбанню практичних навичок з розрахунку і аналізу роботи електричних кіл.

Для надбання практичних навичок студенти виконують індивідуальні завдання – розрахунково-графічні роботи (РГР). З курсів ТОЕ та ТЕК виконується по одній РГР в семестр. Кожна РГР може складатись з декількох частин.

Дані методичні вказівки включають завдання до РГР за розділом “Лінійні електричні кола постійного струму”, приклади розв’язку завдань і короткі теоретичні відомості.

Розрахунково-графічна робота, виконана студентами, повинна відповідати наступним вимогам:

1. Основні положення розв’язку повинні мати докладні пояснення.
2. В роботі слід залишати поля для зауважень викладача та роботи над помилками.
3. Розрахунково-графічна робота повинна бути датована та підписана студентом, має бути вказаний варіант.
4. До кожного пункту РГР має бути накреслена за допомогою лінійки та олівця або за допомогою комп’ютера схема з відповідними позначеннями. Схема має бути розміщена в тексті роботи в тому місці, де вона безпосередньо використовується.
5. Обчислення необхідно виконувати з точністю не менше, ніж 4 – 5 значущих цифр.
6. Незараховану РГР потрібно виправити та здати на повторну перевірку разом з зауваженнями викладача.

РГР зараховується, якщо розв'язок не містить принципових помилок та виконані вище перераховані вимоги.

Робота над РГР допомагає студентам перевірити ступінь засвоєння матеріалу, виробляє навичку чіткого та короткого викладу думки. Для успішного досягнення цієї мети потрібно керуватись наступними правилами:

1. Починаючи розв'язок задачі, вказати, які фізичні закони чи розрахункові методи будуть використовуватись в розв'язку, математично записати ці закони чи методи.
2. В ході розв'язку повинні використовуватись загальноприйняті в ТЕК літерні позначення фізичних та електричних величин.
3. В ході роботи не треба змінювати прийняті напрямлення струмів, позначення вузлів, опорів і т. п. Не треба змінювати позначень, що дані за умовою задачі. При розв'язку задачі різними методами одну і ту ж величину слід позначати однією літерою.
4. Розрахунок кожної невідомої величини треба спочатку виконати в загальному вигляді, а потім в отриману формулу підставити числові значення. В остаточному результаті розрахунку мають бути вказані одиниці виміру.
5. Проміжний та кінцевий результати повинні бути чітко виділені з загального тексту.
6. Розв'язок задач в РГР не слід переобтяжувати наведенням всіх алгебраїчних перетворень та математичних розрахунків, однак неприпустимим є і той випадок, коли одразу після загальної формули або системи рівнянь наводиться відповідь без підстановки в цю формулу або систему числових значень.
7. Для позначень елементів електричних схем треба користуватись позначеннями, що використовуються в підручниках з ТОЕ та ТЕК.
8. Кожен етап розв'язання задачі потребує пояснень.
9. При побудові графіків, кривих та діаграм необхідно вибирати такий масштаб, щоб 1 см вісі координат (або одна масштабна одиниця)

відповідав  $1 \cdot 10^{\pm n}$ ,  $2 \cdot 10^{\pm n}$  чи  $5 \cdot 10^{\pm n}$  одиниць виміру фізичної величини, де  $n$  – ціле число. Градування кожної координатної вісі виконувати з нуля, рівномірно, через 1 чи 2 сантиметри (1 чи 2 масштабні одиниці). Числові значення координат точок, за якими будуються криві, не наводити. Весь графік в цілому та окремі криві повинні мати назви.

# 1 ЗАВДАННЯ ДЛЯ ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

Для електричної схеми, яка відповідає заданому викладачем номеру варіанта і зображена на рисунках 1.1 – 1.20, виконати наступне:

1. Скласти на основі законів Кірхгофа систему рівнянь для розрахунку струмів в усіх вітках схеми.
2. Визначити струми в усіх вітках схеми методом контурних струмів.
3. Визначити струми в усіх вітках схеми методом вузлових потенціалів.
4. Результати розрахунків, що проводились методами п.2 та п.3, звести в таблицю та порівняти між собою шляхом розрахунку відносної похибки для кожного струму.
5. Здійснити перевірку величин струмів, знайдених по методу контурних струмів або вузлових потенціалів за допомогою балансу потужностей.
6. Визначити струм  $I_1$  в заданій схемі, використовуючи теорему про еквівалентний генератор.
7. Накреслити потенціальну діаграму для довільно вибраного замкненого контуру схеми, що містить обидва джерела е.р.с.

Рисунок схеми та параметри її елементів вибирають по таблиці 1.1 згідно заданому викладачем номеру варіанта.

Вказівки:

1. На початку звіту з розрахунково-графічної роботи має бути наведена задана за умовою схема та числові параметри всіх її елементів (згідно таблиці 1.1).
2. Всі наявні в заданій схемі джерела струму слід перетворити на джерела е.р.с., накреслити в роботі перетворену схему з указанням числових

параметрів всіх її елементів, і тільки після цього виконувати розрахунки п.1 – п.7.

3. При виконанні п.3 для студентів, прізвища яких починаються з літер А-Є, за нульовий прийняти потенціал вузла а; з літер Ж-М – потенціал вузла b; з літер Н-Т – потенціал вузла с; з літер У-Я – потенціал вузла d.
4. В п.6 при визначенні вхідного опору пасивного двополюсника слід виконати еквівалентне перетворення “трикутника” опорів в “зірку” або “зірки” опорів в “трикутник”.

Таблиця 1.1 – Варіанти завдань

Варіант	Рисунок	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	I <sub>K1</sub>	I <sub>K2</sub>	I <sub>K3</sub>
		Ом						В			А		
1	1-15	13,0	5,0	9,0	7,0	10,0	4,00	–	10,0	21,0	–	0,00	1,00
2	1-1	13,0	5,0	2,0	8,0	11,0	15,00	–	12,0	16,0	–	0,00	2,00
3	1-16	4,0	8,0	6,0	10,0	13,0	10,00	–	30,0	9,0	–	0,00	1,00
4	1-11	20,0	80,0	100,0	35,0	150,0	40,00	–	100,0	150,0	–	0,00	1,00
5	1-17	10,0	18,0	5,0	10,0	8,0	6,00	–	20,0	30,0	–	0,00	1,00
6	1-3	4,0	13,0	9,0	10,0	5,0	6,00	–	16,0	8,2	–	0,00	0,20
7	1-7	130,0	40,0	60,0	80,0	110,0	45,00	12,0	13,0	–	0,00	0,30	–
8	1-20	6,0	5,0	8,0	14,0	7,0	8,00	–	20,0	14,0	–	0,00	1,00
9	1-8	55,0	80,0	100,0	40,0	70,0	120,00	–	25,0	10,0	–	0,00	0,05
10	1-10	110,0	60,0	45,0	150,0	80,0	50,00	25,0	8,0	–	0,00	0,10	–
11	1-9	7,0	12,0	4,0	9,0	15,0	8,00	–	20,0	8,0	–	0,00	0,50
12	1-18	30,0	40,0	22,0	10,0	14,0	50,00	–	23,0	9,5	–	0,00	0,25
13	1-12	15,0	12,0	10,0	9,0	8,0	7,00	13,0	14,0	–	0,00	0,50	–
14	1-4	12,0	35,0	22,0	6,0	10,0	15,00	–	20,0	7,6	–	0,00	0,20
15	1-13	4,0	7,0	10,0	12,0	20,0	5,50	–	20,0	10,0	–	0,00	1,00
16	1-5	4,0	11,0	5,0	12,0	7,0	8,00	25,0	4,5	–	0,00	0,50	–
17	1-14	9,0	20,0	16,0	40,0	30,0	22,00	–	30,0	10,0	–	0,00	0,50
18	1-6	5,0	10,0	12,0	7,0	8,0	15,00	–	15,0	13,0	–	0,00	1,00
19	1-19	5,0	7,0	10,0	4,0	15,0	20,00	15,0	–	20,0	0,00	–	1,00
20	1-2	8,0	10,0	6,0	15,0	21,0	26,00	25,0	–	14,0	0,00	–	1,00
21	1-15	19,5	7,5	13,5	10,5	15,0	6,00	–	9,0	45,0	–	0,80	0,00
22	1-1	19,5	7,5	3,0	12,0	16,5	22,50	–	12,0	30,0	–	0,80	0,00
23	1-16	6,0	12,0	9,0	15,0	19,5	15,00	–	21,0	22,5	–	2,00	0,00
24	1-11	30,0	120,0	150,0	52,5	225,0	60,00	–	90,0	375,0	–	0,50	0,00
25	1-17	15,0	27,0	7,5	15,0	12,0	9,00	–	16,5	52,5	–	0,50	0,00



Продовження таблиці 1.1

Варіант	Рисунок	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	I <sub>K1</sub>	I <sub>K2</sub>	I <sub>K3</sub>
		Ом						В			А		
26	1-3	6,0	19,5	13,5	15,0	7,5	9,00	–	16,2	15,0	–	0,40	0,00
27	1-7	195,0	60,0	90,0	120,0	165,0	67,50	10,2	37,5	–	0,04	0,00	–
28	1-20	9,0	7,5	12,0	21,0	10,5	12,00	–	15,0	33,0	–	2,00	0,00
29	1-8	82,5	120,0	150,0	60,0	105,0	180,00	–	25,5	22,5	–	0,10	0,00
30	1-10	165,0	90,0	67,5	225,0	120,0	75,00	21,0	21,0	–	0,10	0,00	–
31	1-9	10,5	18,0	6,0	13,5	22,5	12,00	–	12,0	15,0	–	1,00	0,00
32	1-18	45,0	60,0	33,0	15,0	21,0	75,00	–	16,5	22,5	–	0,30	0,00
33	1-12	22,5	18,0	15,0	13,5	12,0	10,50	15,0	30,0	–	0,20	0,00	–
34	1-4	18,0	52,5	33,0	9,0	15,0	22,50	–	9,0	18,0	–	0,40	0,00
35	1-13	6,0	10,5	15,0	18,0	30,0	8,25	–	9,0	30,0	–	2,00	0,00
36	1-5	6,0	16,5	7,5	18,0	10,5	12,00	25,5	15,0	–	2,00	0,00	–
37	1-14	13,5	30,0	24,0	60,0	45,0	33,00	–	15,0	27,0	–	1,00	0,00
38	1-6	7,5	15,0	18,0	10,5	12,0	22,50	–	15,0	37,5	–	0,50	0,00
39	1-19	7,5	10,5	15,0	6,0	22,5	30,00	15,0	–	45,0	1,00	–	0,00
40	1-2	12,0	15,0	9,0	22,5	31,5	39,00	25,5	–	30,0	1,00	–	0,00
41	1-15	6,5	2,5	4,5	3,5	5,0	2,00	–	4,0	15,0	–	0,40	0,00
42	1-1	6,5	2,5	1,0	4,0	5,5	7,50	–	5,0	10,0	–	0,40	0,00
43	1-16	2,0	4,0	3,0	5,0	6,5	5,00	–	11,0	7,5	–	1,00	0,00
44	1-11	10,0	40,0	50,0	17,5	75,0	20,00	–	34,0	125,0	–	0,40	0,00
45	1-17	5,0	9,0	2,5	5,0	4,0	3,00	–	8,2	17,5	–	0,20	0,00
46	1-3	2,0	6,5	4,5	5,0	2,5	3,00	–	6,7	5,0	–	0,20	0,00
47	1-7	65,0	20,0	30,0	40,0	55,0	22,50	4,7	12,5	–	0,02	0,00	–
48	1-20	3,0	2,5	4,0	7,0	3,5	4,00	–	7,5	11,0	–	1,00	0,00
49	1-8	27,5	40,0	50,0	20,0	35,0	60,00	–	6,5	7,5	–	0,15	0,00
50	1-10	55,0	30,0	22,5	75,0	40,0	25,00	8,1	7,0	–	0,08	0,00	–

Продовження таблиці 1.1

Варіант	Рисунок	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	I <sub>K1</sub>	I <sub>K2</sub>	I <sub>K3</sub>
		Ом						В			А		
51	1-9	3,5	6,0	2,0	4,5	7,5	4,00	–	7,0	5,0	–	0,50	0,00
52	1-18	15,0	20,0	11,0	5,0	7,0	25,00	–	7,5	7,5	–	0,20	0,00
53	1-12	7,5	6,0	5,0	4,5	4,0	3,50	3,5	10,0	–	0,40	0,00	–
54	1-4	6,0	17,5	11,0	3,0	5,0	7,50	–	6,5	6,0	–	0,20	0,00
55	1-13	2,0	3,5	5,0	6,0	10,0	2,75	–	6,5	10,0	–	1,00	0,00
56	1-5	2,0	5,5	2,5	6,0	3,5	4,00	10,5	5,0	–	1,00	0,00	–
57	1-14	4,5	10,0	8,0	20,0	15,0	11,00	–	10,0	9,0	–	0,50	0,00
58	1-6	2,5	5,0	6,0	3,5	4,0	7,50	–	6,0	12,5	–	0,30	0,00
59	1-19	2,5	3,5	5,0	2,0	7,5	10,00	7,0	–	15,0	0,20	–	0,00
60	1-2	4,0	5,0	3,0	7,5	10,5	13,00	10,5	–	10,0	0,50	–	0,00
61	1-15	26,0	10,0	18,0	14,0	20,0	8,00	–	20,0	24,0	–	0,00	2,00
62	1-1	26,0	10,0	4,0	16,0	22,0	30,00	–	24,0	32,0	–	0,00	2,00
63	1-16	8,0	16,0	12,0	20,0	26,0	20,00	–	60,0	24,0	–	0,00	0,50
64	1-11	40,0	160,0	200,0	70,0	300,0	80,00	–	200,0	200,0	–	0,00	1,50
65	1-17	20,0	36,0	10,0	20,0	16,0	12,0	–	40,0	40,0	–	0,00	3,00
66	1-3	8,0	26,0	18,0	20,0	10,0	12,00	–	32,0	11,0	–	0,00	0,50
67	1-7	260,0	80,0	120,0	160,0	220,0	90,00	24,0	34,0	–	0,00	0,20	–
68	1-20	12,0	10,0	16,0	28,0	14,0	16,00	–	40,0	12,0	–	0,00	2,00
69	1-8	110,0	160,0	200,0	80,0	140,0	240,00	–	50,0	22,0	–	0,00	0,04
70	1-10	220,0	120,0	90,0	300,0	160,0	100,00	50,0	22,0	–	0,00	0,05	–
71	1-9	14,0	24,0	8,0	18,0	30,0	16,00	–	40,0	12,0	–	0,00	1,00
72	1-18	60,0	80,0	44,0	20,0	28,0	100,00	–	46,0	8,0	–	0,00	0,50
73	1-12	30,0	24,0	20,0	18,0	16,0	14,00	26,0	28,0	–	0,00	0,50	–
74	1-4	24,0	70,0	44,0	12,0	20,0	30,00	–	40,0	19,6	–	0,00	0,10
75	1-13	8,0	14,0	20,0	24,0	40,0	11,00	–	40,0	10,0	–	0,00	1,50

Продовження таблиці 1.1

Варіант	Рисунок	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	R <sub>4</sub>	R <sub>5</sub>	R <sub>6</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	I <sub>K1</sub>	I <sub>K2</sub>	I <sub>K3</sub>
		Ом						В			А		
76	1-5	8,0	22,0	10,0	24,0	14,0	16,00	50,0	16,6	–	0,00	0,20	–
77	1-14	18,0	40,0	32,0	80,0	60,0	44,00	–	60,0	28,0	–	0,00	0,25
78	1-6	10,0	20,0	24,0	14,0	16,0	30,00	–	30,0	38,0	–	0,00	0,50
79	1-19	10,0	14,0	20,0	8,0	30,0	40,00	30,0	–	20,0	0,00	–	2,00
80	1-2	16,0	20,0	12,0	30,0	42,0	52,00	50,0	–	34,0	0,00	–	0,50
81	1-15	32,5	12,5	22,5	17,5	25,0	10,00	–	20,0	75,0	–	0,40	0,00
82	1-1	32,5	12,5	5,0	20,0	27,5	37,50	–	25,0	50,0	–	0,40	0,00
83	1-16	10,0	20,0	15,0	25,0	32,5	25,00	–	35,0	37,5	–	2,00	0,00
84	1-11	50,0	200,0	250,0	87,0	375,0	100,00	–	150,0	625,0	–	0,50	0,00
85	1-17	25,0	45,0	12,5	25,0	20,0	15,00	–	32,0	87,5	–	0,40	0,00
86	1-3	10,0	32,5	22,5	25,0	12,5	15,00	–	27,0	25,0	–	0,40	0,00
87	1-7	325,0	100,0	150,0	200,0	275,0	112,00	17,0	62,5	–	0,04	0,00	–
88	1-20	15,0	12,5	20,0	35,0	17,5	20,00	–	25,0	55,0	–	2,00	0,00
89	1-8	137,0	200,0	250,0	100,0	175,0	300,00	–	34,5	37,5	–	0,14	0,00
90	1-10	275,0	150,0	112,0	375,0	200,0	225,00	24,0	35,0	–	0,14	0,00	–
91	1-9	17,5	30,0	10,0	22,5	37,5	20,00	–	26,0	25,0	–	0,80	0,00
92	1-18	75,0	100,0	55,0	25,0	35,0	125,00	–	32,5	37,5	–	0,25	0,00
93	1-12	37,5	30,0	25,0	22,5	20,0	17,50	25,0	50,0	–	0,20	0,00	–
94	1-4	30,0	87,5	55,0	15,0	25,0	37,50	–	15,0	30,0	–	0,40	0,00
95	1-13	10,0	17,5	25,0	30,0	50,0	13,75	–	15,0	50,0	–	2,00	0,00
96	1-5	10,0	27,5	12,5	30,0	17,5	20,00	32,5	25,0	–	3,00	0,00	–
97	1-14	22,5	50,0	40,0	100,0	75,0	55,00	–	35,0	45,0	–	0,80	0,00
98	1-6	12,5	25,0	30,0	17,5	20,0	37,50	–	35,0	62,5	–	0,10	0,00
99	1-19	12,5	17,5	25,0	10,0	37,5	50,00	30	–	75,0	0,60	–	0,00
100	1-2	20,0	25,0	15,0	37,5	52,5	65,00	50,5	–	50,0	0,60	–	0,00

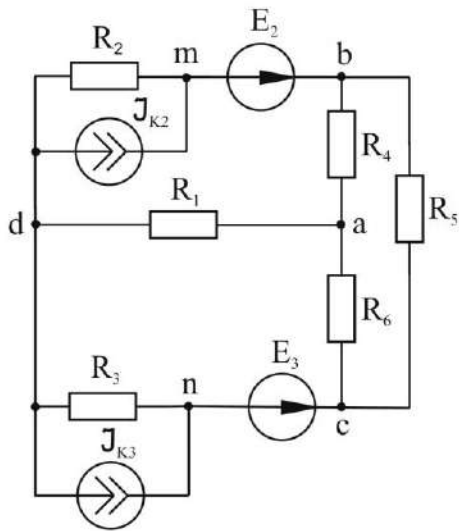


Рисунок 1.1

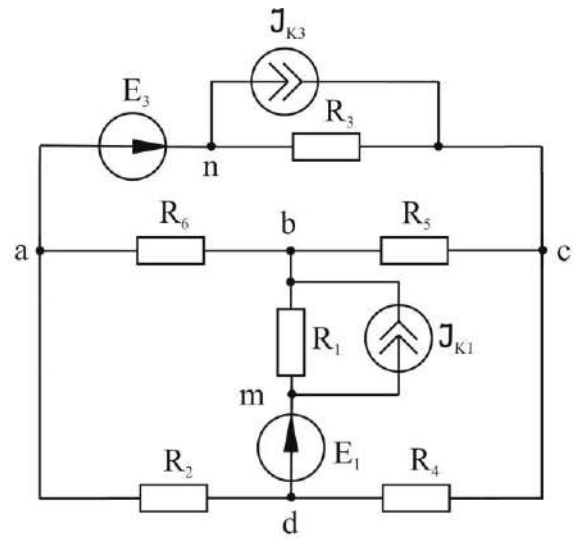


Рисунок 1.2

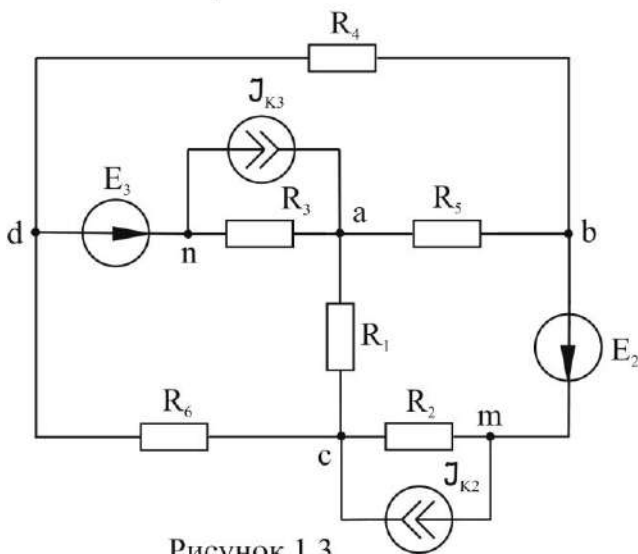


Рисунок 1.3

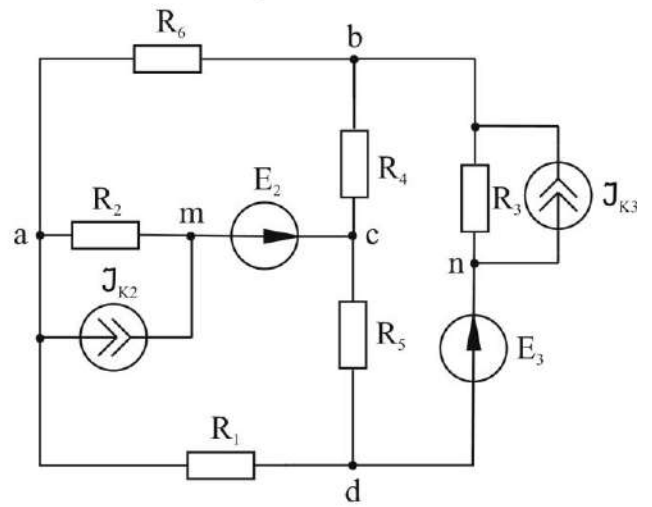


Рисунок 1.4

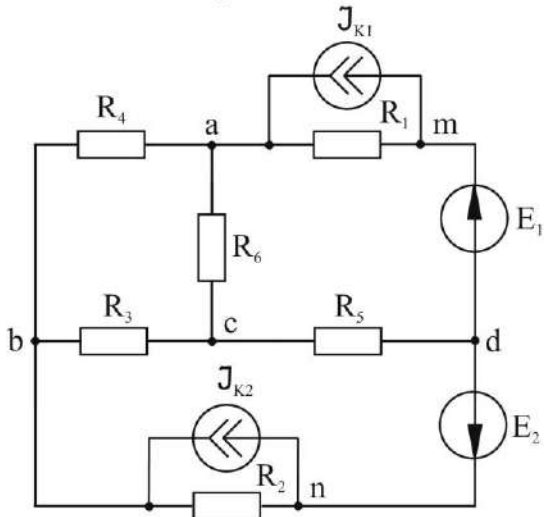


Рисунок 1.5

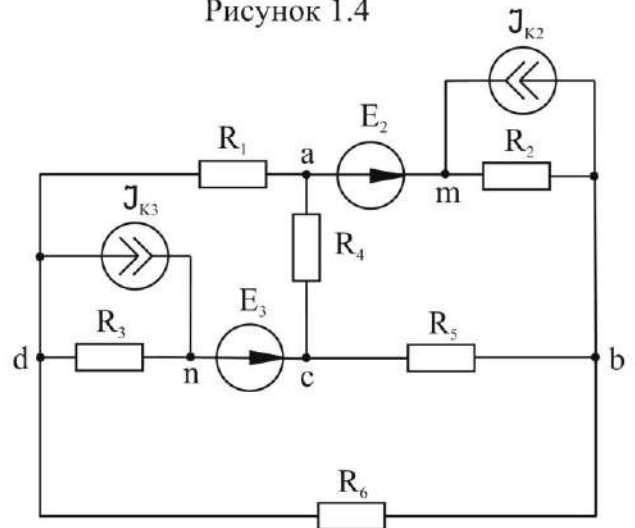


Рисунок 1.6

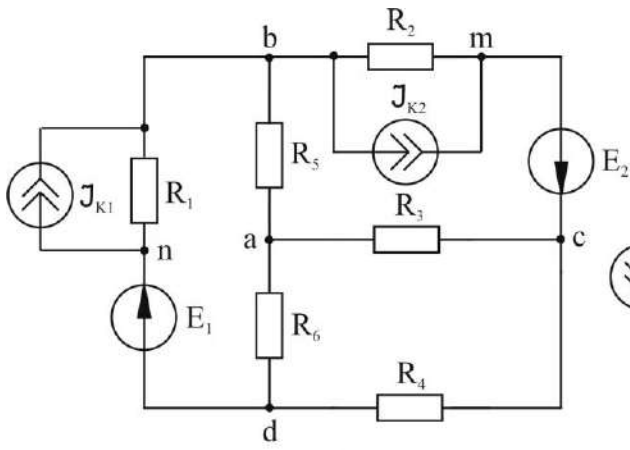


Рисунок 1.7

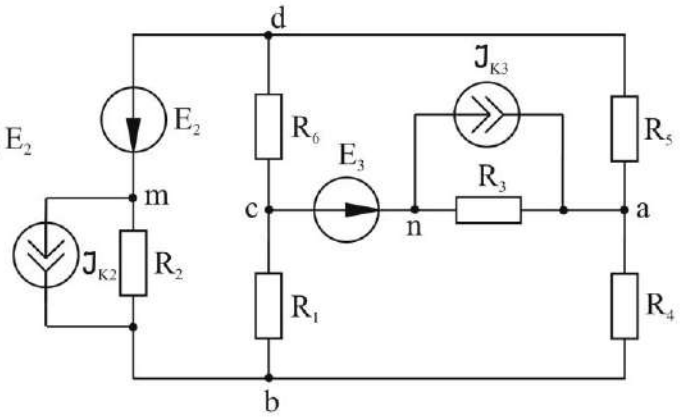


Рисунок 1.8

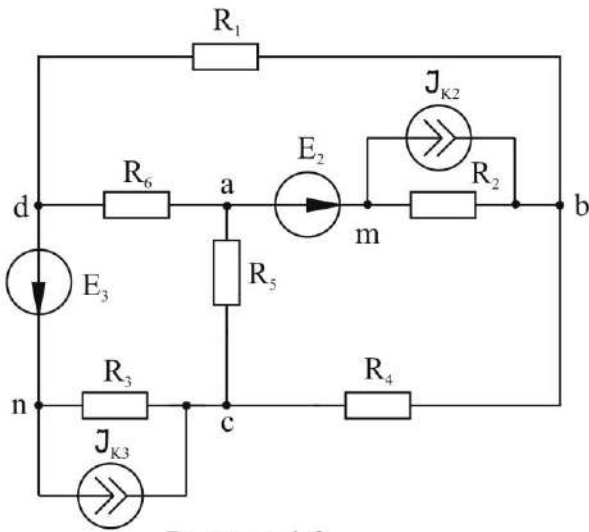


Рисунок 1.9

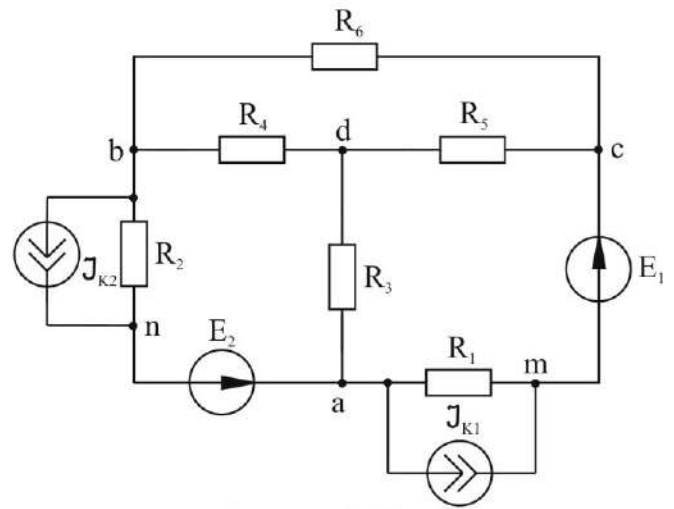


Рисунок 1.10

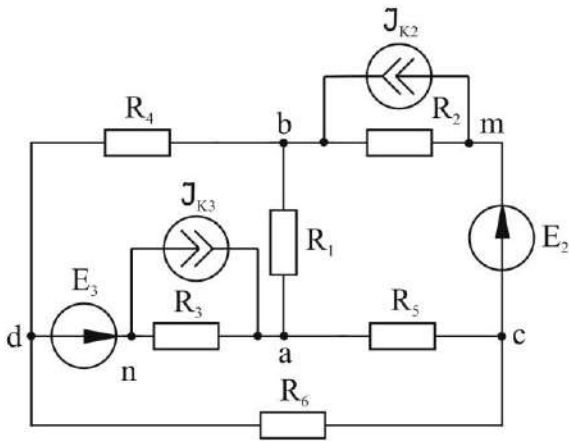


Рисунок 1.11

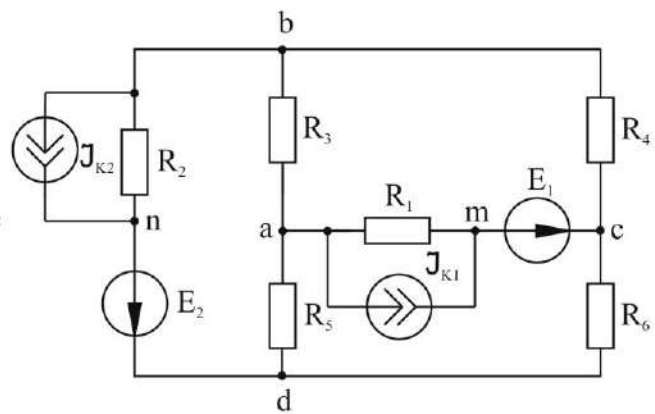


Рисунок 1.12

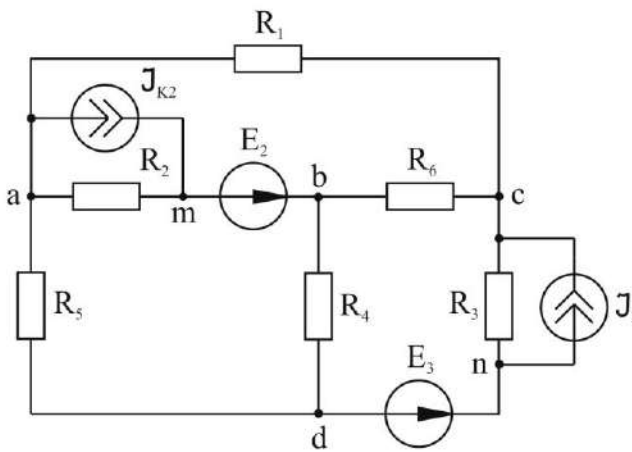


Рисунок 1.13

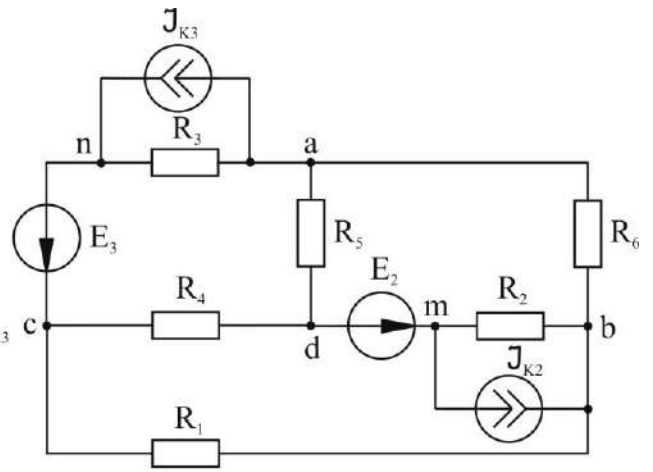


Рисунок 1.14

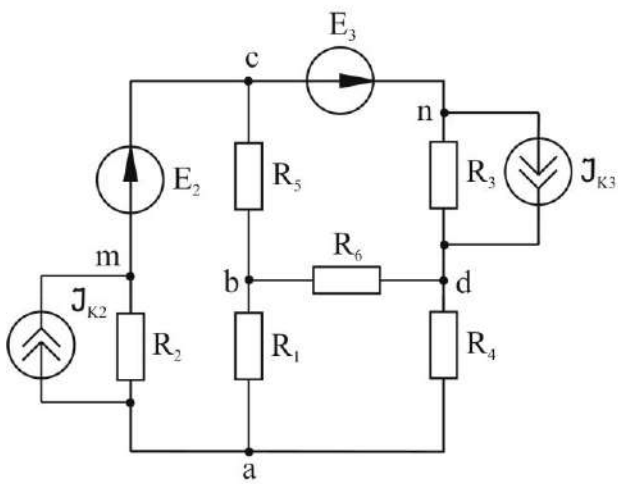


Рисунок 1.15

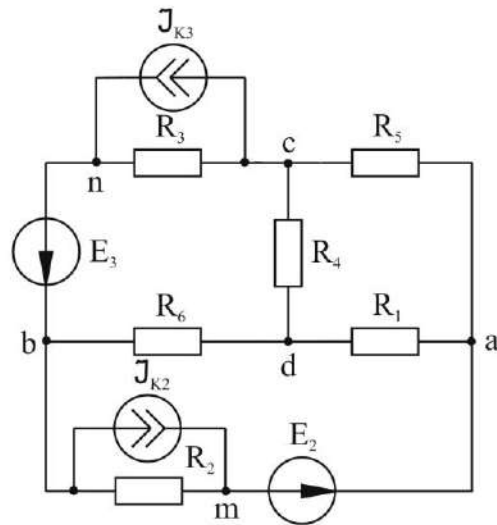


Рисунок 1.16

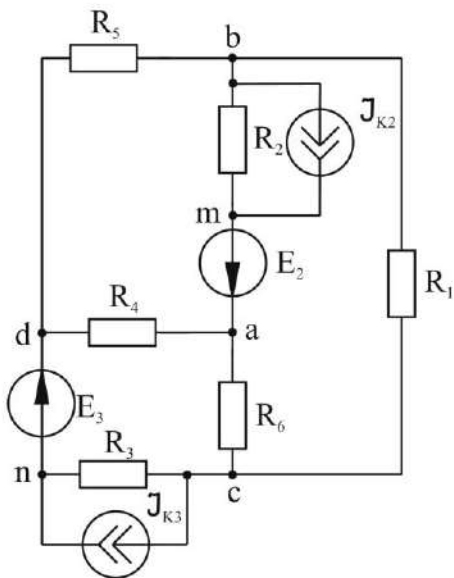


Рисунок 1.17

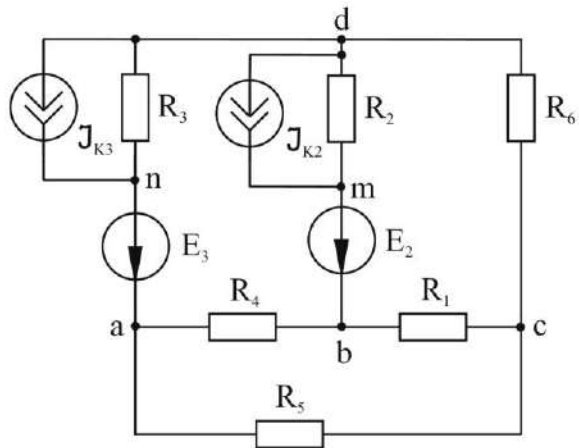


Рисунок 1.18

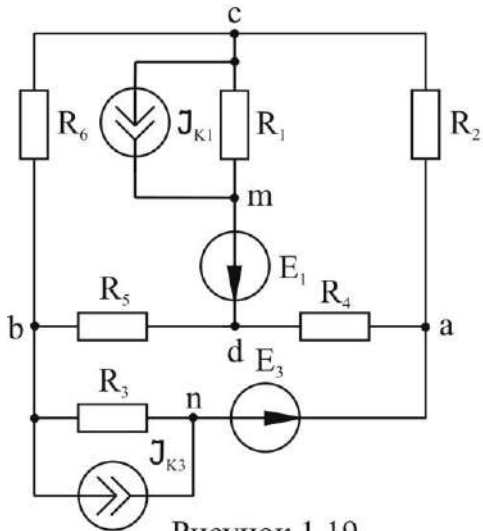


Рисунок 1.19

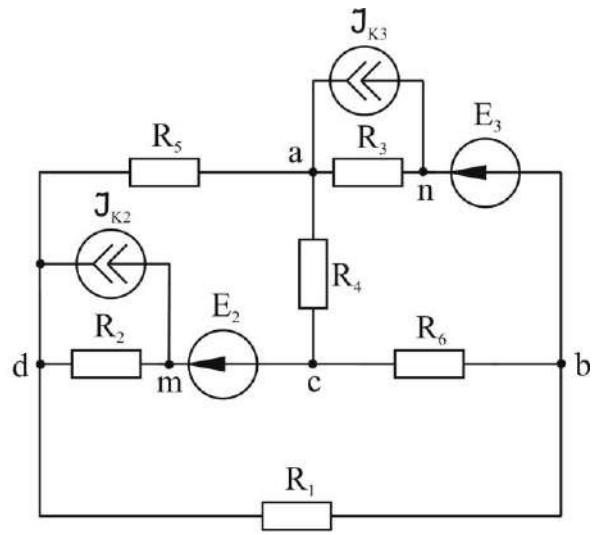


Рисунок 1.20

## 2 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАВДАНЬ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

### 2.1 Умова задачі

Розглянемо виконання завдань розрахунково-графічної роботи для електричного кола, показаного на рисунку 2.1, з наступною умовою:

$$R_1 = 10 \text{ Ом}; R_2 = 25 \text{ Ом}; R_3 = 16 \text{ Ом}; R_4 = 23,5 \text{ Ом};$$

$$R_5 = 8,5 \text{ Ом}; R_6 = 19 \text{ Ом}; E_2 = 45 \text{ В}; E_3 = 22 \text{ В}; I_{k2} = 0 \text{ А}; I_{k3} = 0,5 \text{ А}.$$

В методі вузлових потенціалів за нульовий прийняти потенціал вузла с.

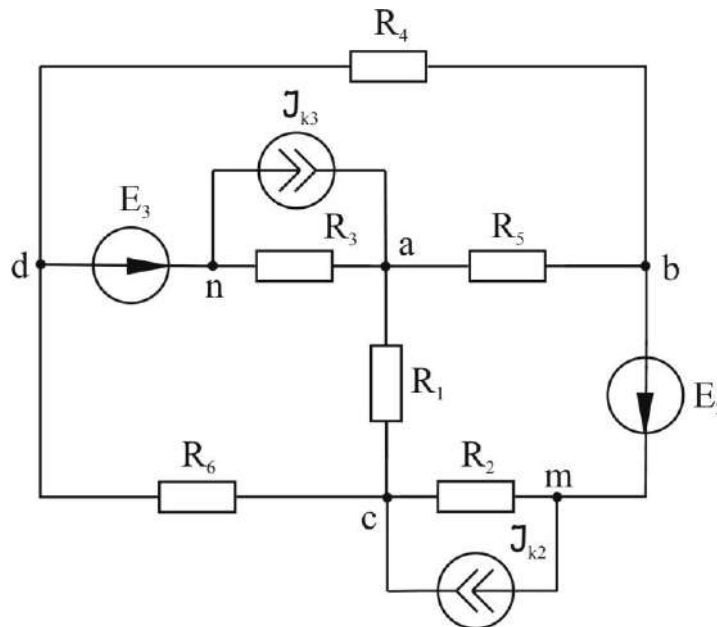


Рисунок 2.1

### 2.2 Спрощення схеми електричного кола

Перед розрахунком задачі виконаємо перетворення всіх наявних джерел струму в джерела е.р.с. та виконаємо спрощення у відповідних вітках заданого електричного кола.

Оскільки  $I_{k2} = 0 \text{ А}$ , це джерело враховувати не будемо і видалимо його з заданої за умовою схеми (рисунок 2.1).



Згідно з теоремою про компенсацію можемо спростити ділянку кола між вузлами d і a (вітка з джерелом  $E_3$ ); для цього замкнемо струм джерела  $I_{k3}$  через опір  $R_3$  і визначимо величину еквівалентної е.р.с.  $E_{k3}$ , направивши її проти струму (рисунок 2.2).

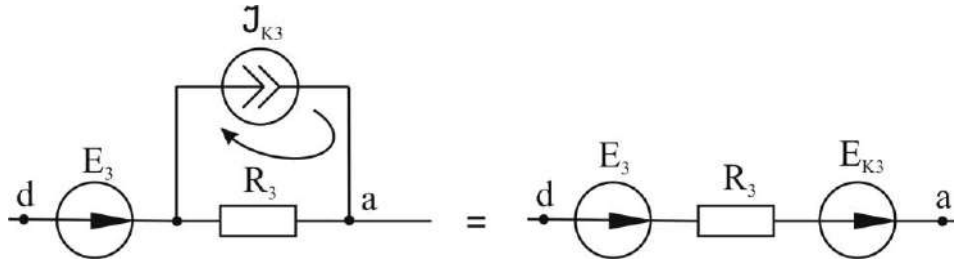


Рисунок 2.2

Тут  $E_{k3} = I_{k3} \cdot R_3 = 16 \cdot 0.5 = 8 \text{ В}$ .

Оскільки джерела е.р.с.  $E_3$  та  $E_{k3}$  з'єднані послідовно, їх можна замінити одним еквівалентним джерелом (рисунок 2.3).

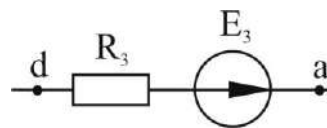


Рисунок 2.3

Розрахуємо нове значення джерела  $E_3$ :

$$E_3 = E_3 + E_{k3} = 22 + 8 = 30 \text{ В}.$$

Після всіх перетворень висхідна схема матиме наступний вигляд:

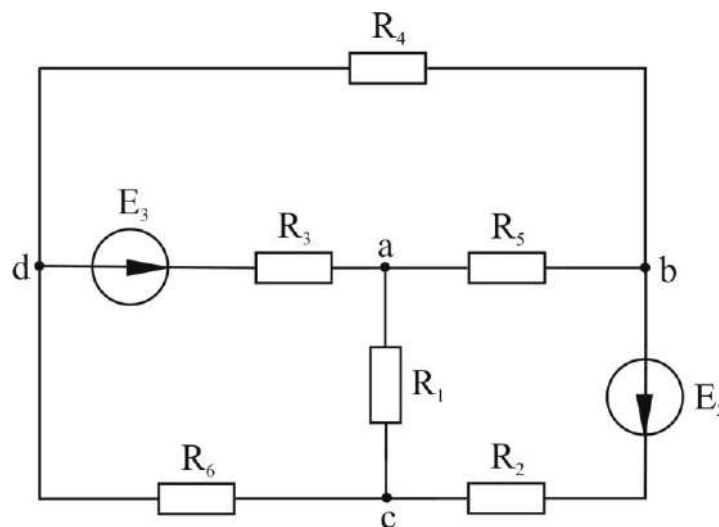


Рисунок 2.4

## 2.3 Складання системи рівнянь за законами Кірхгофа

Складаємо систему рівнянь на основі законів Кірхгофа для розрахунку струмів в усіх вітках кола.

Існує два закона Кірхгофа, на підставі яких можна розрахувати струми в будь-якому електричному колі. Кожен закон має два варіанти формулювання.

Перший закон Кірхгофа:

а) Сума струмів, які входять у вузол електричного кола, дорівнює сумі струмів, які виходять з вузла електричного кола.

б) Алгебраїчна сума струмів, які сходяться у вузлі електричного кола, дорівнює нулю. При складанні рівнянь за цим формулюванням прийнято струми, що втікають у вузол, враховувати зі знаком “+”, а ті, що витікають з вузла – зі знаком “-”.

Другий закон Кірхгофа:

а) В будь-якому контурі електричного кола алгебраїчна сума падінь напруг дорівнює алгебраїчній сумі е.р.с., які діють в цьому контурі.

б) В будь-якому контурі електричного кола сума напруг дорівнює нулю.

Слід зауважити, що поняття “напруга” і “падіння напруги” є тотожними. На схемі електричного кола напруга та падіння напруги завжди повинні бути направлені від більшого потенціала до меншого, таким чином, на будь-якому опорі напрям напруги і падіння напруги повинні співпадати з вибраним напрямом струму, а на джерелі е.р.с. вони є протилежними до напрямку е.р.с. джерела.

Намалюємо схему кола, за якою буде складатись система рівнянь по законах Кірхгофа.

Вибираємо довільно напрямки струмів у вітках кола (рисунок 2.5). Вибираємо довільно напрямки обходів контурів для даної схеми (рисунок 2.5). Схема має 6 віток, 4 вузла і 3 незалежних контура. Таким чином, необхідно скласти 3 рівняння за першим законом Кірхгофа і 3 рівняння за другим законом Кірхгофа.

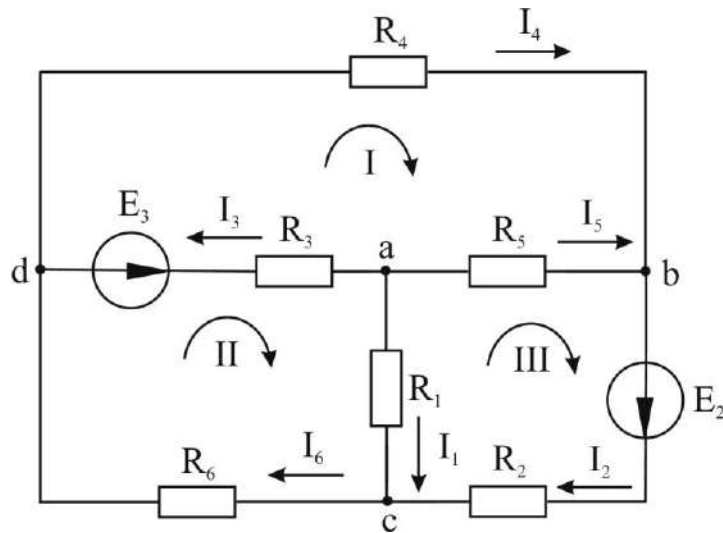


Рисунок 2.5

За першим законом Кірхгофа (для 3-х вузлів: a,b,c):

$$a: -I_3 - I_5 - I_1 = 0;$$

$$b: I_4 + I_5 - I_2 = 0;$$

$$c: I_1 + I_2 - I_6 = 0.$$

За другим законом Кірхгофа (контури вказані на рисунку 2.5):

$$I: I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4 - I_5 \cdot R_5 = -E_3;$$

$$II: I_1 \cdot R_1 + I_6 \cdot R_6 - I_3 \cdot R_3 = E_3;$$

$$III: I_2 \cdot R_2 + I_5 \cdot R_5 - I_1 \cdot R_1 = E_2.$$

Отже маємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} I_3 + I_5 + I_1 = 0; \\ I_4 + I_5 - I_2 = 0; \\ I_1 + I_2 - I_6 = 0; \\ I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4 - I_5 \cdot R_5 = -E_3; \\ I_1 \cdot R_1 + I_6 \cdot R_6 - I_3 \cdot R_3 = E_3; \\ I_2 \cdot R_2 + I_5 \cdot R_5 - I_1 \cdot R_1 = E_2. \end{cases}$$

Слід зауважити, що при необхідності розв'язання системи рівнянь по законах Кірхгофа раціональним є зниження порядку системи. Для цього з рівнянь по першому закону Кірхгофа необхідно виразити струми тих віток кола (як правило, це “внутрішні” вітки), що належать декільком контурам одночасно (в даному випадку – струми  $I_1$ ,  $I_3$ ,  $I_5$ ) через струми віток (як правило, це

“зовнішні” вітки), що належать тільки одному контуру (в даному випадку – струми  $I_2, I_4, I_6$ ). Потім отримані вирази підставляють в рівняння по другому закону Кірхгофа. В даному випадку шляхом таких перетворень порядок системи може бути знижений до 3 рівнянь.

## 2.4 Розрахунок струмів у вітках кола методом контурних струмів

Метод контурних струмів доцільно використовувати в тих випадках, коли кількість незалежних контурів у колі менше, ніж кількість вузлів кола (або кількість вузлів та контурів однакова). При розрахунку електричного кола методом контурних струмів вважають, що в кожному незалежному контурі даного кола протікають штучно введений контурний струм. Для кожного з таких контурів складають рівняння за другим законом Кірхгофа для знаходження контурних струмів. Струми в окремих вітках заданого кола визначаються суперпозицією контурних струмів, що проходять через ці вітки.

Для кола з трьома незалежними контурами система рівнянь за методом контурних струмів може бути записана так:

$$\begin{cases} R_{11} \cdot I_{11} + R_{12} \cdot I_{22} + R_{13} \cdot I_{33} = E_{11}; \\ R_{12} \cdot I_{11} + R_{22} \cdot I_{22} + R_{23} \cdot I_{33} = E_{22}; \\ R_{13} \cdot I_{11} + R_{32} \cdot I_{22} + R_{33} \cdot I_{33} = E_{33}. \end{cases}$$

В цій системі:

$I_{kk}$  – контурний струм k-го контуру ( $k=1,2,3$ );

$R_{kk}$  – власний опір k-го контуру, який дорівнює сумі опорів всіх віток, що утворюють цей контур;

$R_{km}$  – взаємний опір контурів k та m. Добуток струму на взаємний опір враховується в рівнянні зі знаком “+”, якщо обидва контурні струми проходять по взаємному опору в одному напрямку, якщо ж напрямки контурних струмів у цьому опорі протилежні, то він враховується зі знаком “-”;

$E_{kk}$  – контурна е.р.с. k-го контуру, яка дорівнює алгебраїчній сумі е.р.с., що входять в цей контур. При цьому зі знаком “+” враховуються ті е.р.с., напрям яких співпадає з напрямком контурного струму; в протилежному випадку е.р.с. враховують зі знаком “-”.

Для складання рівнянь за методом контурних струмів намалюємо відповідну схему (рисунок 2.6).

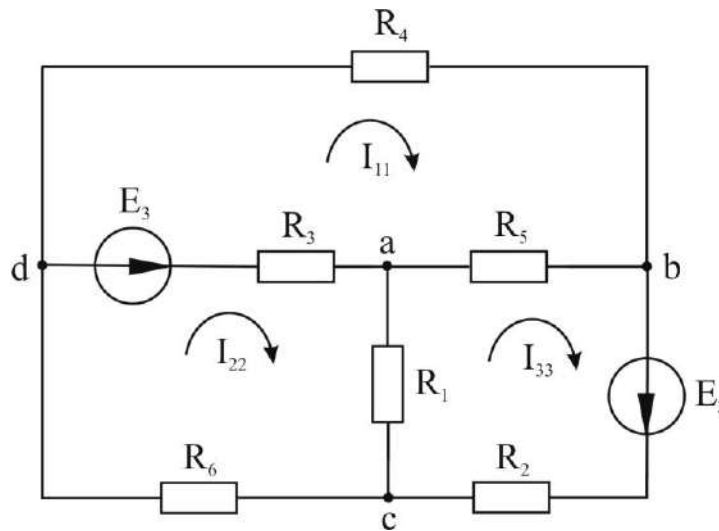


Рисунок 2.6

Так як дана схема має 3 незалежних контура з мінімальною кількістю елементів, то вибираємо довільно напрямки для трьох контурних струмів  $I_{11}$ ,  $I_{22}$  та  $I_{33}$ . Будемо вважати, що напрямок обходу контура співпадає з напрямком відповідного контурного струму.

Складемо систему з 3-х рівнянь за методом контурних струмів:

$$\begin{cases} I_{11} \cdot (R_3 + R_4 + R_5) - I_{22} \cdot R_3 - I_{33} \cdot R_5 = -E_3; \\ I_{22} \cdot (R_1 + R_3 + R_6) - I_{11} \cdot R_3 - I_{33} \cdot R_1 = E_3; \\ I_{33} \cdot (R_1 + R_2 + R_5) - I_{11} \cdot R_5 - I_{22} \cdot R_1 = E_2. \end{cases}$$

Підставимо в систему відомі числові дані та приведемо її до канонічного вигляду (в усіх рівняннях має бути однаковий порядок чергування змінних):

$$\begin{cases} 48 \cdot I_{11} - 16 \cdot I_{22} - 8.5 \cdot I_{33} = -30; \\ -16 \cdot I_{11} + 45 \cdot I_{22} - 10 \cdot I_{33} = 30; \\ -8.5 \cdot I_{11} - 10 \cdot I_{22} + 43.5 \cdot I_{33} = 45. \end{cases}$$

Розв'язавши дану систему, отримуємо значення контурних струмів:

$$I_{11} = -0.109399 \text{ A}; I_{22} = 0.898821 \text{ A}; I_{33} = 1.219731 \text{ A}.$$

Визначаємо струми у вітках заданого кола, розглядаючи струм кожної вітки як алгебраїчну суму контурних струмів, що проходять по цій вітці. При цьому один із контурних струмів приймається за додатній, а струм вітки має такий же напрямок, що і “додатній” контурний струм.

Складаємо відповідні рівняння, дивлячись на схему рисунка 2.6.

Так, наприклад, струм першої вітки  $I_1$  утворюється двома контурними струмами –  $I_{22}$  та  $I_{33}$ . Якщо прийняти для цієї вітки напрямок контурного струму  $I_{22}$  за додатній (при цьому мається на увазі, що сам струм першої вітки  $I_1$  співпадає по напрямку з  $I_{22}$ ), тоді струм  $I_1$  треба знаходити як різницю контурних струмів  $I_{22}$  та  $I_{33}$  (тому що напрямок цих контурних струмів у першій вітці є протилежним):

$$I_1 = I_{22} - I_{33} = 0.898821 - 1.219731 = -0.32091 \text{ A}.$$

Струм другої вітки  $I_2$  утворюється тільки контурним струмом  $I_{33}$ . Якщо прийняти для цієї вітки напрямок контурного струму  $I_{33}$  за додатній (при цьому мається на увазі, що сам струм другої вітки  $I_2$  співпадає по напрямку з  $I_{33}$ ), то струм  $I_2$  буде просто дорівнювати контурному струму  $I_{33}$ :

$$I_2 = I_{33} = 1.219731 \text{ A}.$$

З аналогічних міркувань знаходимо струми інших віток:

$$I_3 = I_{11} - I_{22} = -0.109399 - 0.898821 = -1.00822 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{11} = -0.109399 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{33} - I_{11} = 1.219731 - (-0.109399) = 1.32913 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{22} = 0.898821 \text{ A}.$$

Значення струмів  $I_1$ ,  $I_3$  та  $I_4$  вийшли зі знаком “-”. Це означає, що насправді  $I_1$  є протилежним до напрямку контурного струму  $I_{22}$ , який був

прийнятий за додатній при визначенні  $I_1$ . Аналогічно, дійсні напрямки  $I_3$  та  $I_4$  є протилежними напрямку контурного струму  $I_{11}$ .

Враховуючи останні зауваження та спираючись на формули для розрахунку струмів  $I_1 - I_6$  через контурні струми  $I_{11} - I_{33}$ , можемо намалювати схему з дійсними напрямками струмів у вітках кола (рисунок 2.7).

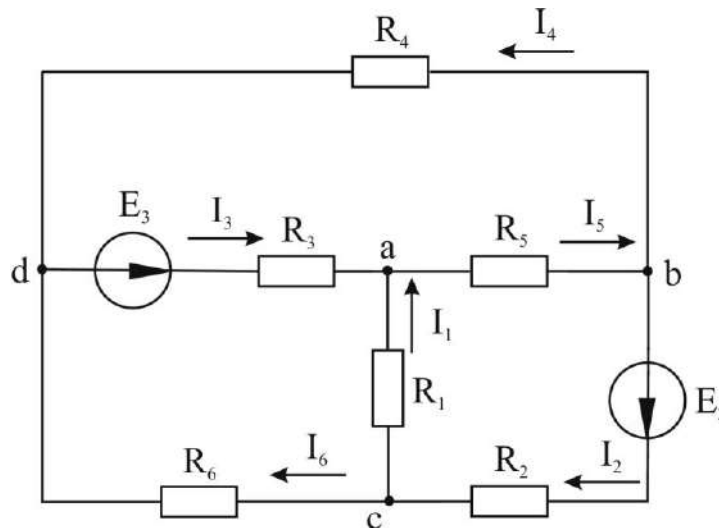


Рисунок 2.7

В результаті розрахунку методом контурних струмів для цієї схеми маємо:

$$I_1 = 0.32091 \text{ A};$$

$$I_2 = 1.219731 \text{ A};$$

$$I_3 = 1.00822 \text{ A};$$

$$I_4 = 0.109399 \text{ A};$$

$$I_5 = 1.32913 \text{ A};$$

$$I_6 = 0.898821 \text{ A}.$$

## 2.5 Розрахунок струмів у вітках кола методом вузлових потенціалів

Метод вузлових потенціалів доцільно використовувати в тих випадках, коли кількість вузлів кола менше кількості незалежних контурів (або кількість

вузлів та контурів однакова). Згідно з цим методом спочатку визначають потенціали вузлів кола, а потім по відомим потенціалам за законом Ома знаходять струми у вітках кола.

Для електричного кола, яке має 4 вузла, складається 3 рівняння. Якщо прийняти  $\varphi_4 = 0$ , то система рівнянь за методом вузлових потенціалів (яка дозволить визначити  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  та  $\varphi_3$ ) буде мати вигляд:

$$\begin{cases} g_{11} \cdot \varphi_1 - g_{12} \cdot \varphi_2 - g_{13} \cdot \varphi_3 = I_{B1}; \\ -g_{21} \cdot \varphi_1 + g_{22} \cdot \varphi_2 - g_{23} \cdot \varphi_3 = I_{B2}; \\ -g_{31} \cdot \varphi_1 - g_{32} \cdot \varphi_2 + g_{33} \cdot \varphi_3 = I_{B3}. \end{cases}$$

В цій системі рівнянь:

$\varphi_k$  – невідомий потенціал k-го вузла ( $k=1,2,3$ );

$g_{kk}$  – власна (вузлова) провідність k-го вузла, яка дорівнює сумі провідностей всіх віток, підключених до цього вузла (зауважимо, що під провідністю вітки розуміють величину, обернену до повного опору цієї вітки);

$g_{km}$  – взаємна (міжвузлова) провідність вузлів k та m, яка дорівнює сумі провідностей віток, включених безпосередньо між цими двома вузлами;

$I_{Bk}$  – вузловий струм k-го вузла, який знаходять за наступною формулою:

$$I_{Bk} = \sum_{k=1}^n E_k \cdot g_k \cdot$$

Під вузловим струмом розуміють алгебраїчну суму добутків е.р.с. віток, підключених до k-го вузла, на провідності цих віток. Відповідний добуток враховується зі знаком “+”, якщо е.р.с.  $E_k$  спрямована до вузла k (зі знаком “-”, якщо е.р.с.  $E_k$  спрямована від вузла k).

Розрахунок струмів у вітках кола будемо проводити згідно рисунка 2.8. На цьому рисунку показано, що вузол “с” в схемі заземлений (згідно умови).



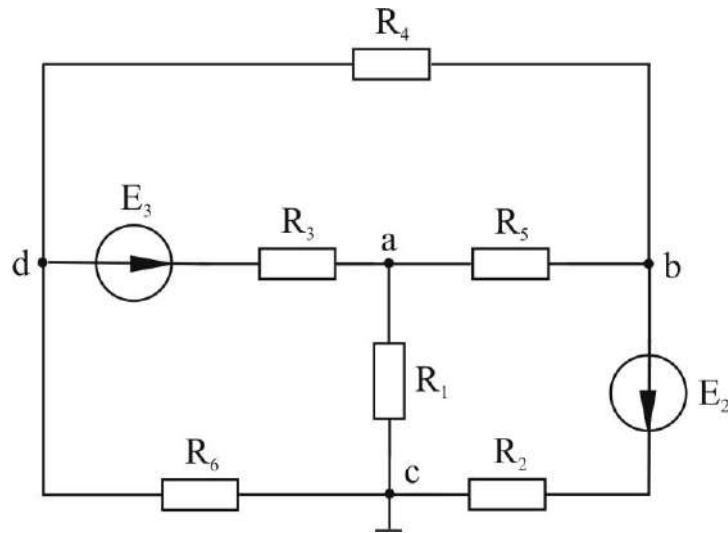


Рисунок 2.8

Розраховуємо провідності віток схеми:

$$g_1 = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ СМ}; \quad g_2 = \frac{1}{R_2} = \frac{1}{25} = 0.04 \text{ СМ};$$

$$g_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{16} = 0.0625 \text{ СМ}; \quad g_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{23.5} = 0.04255319 \text{ СМ};$$

$$g_5 = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{8.5} = 0.11764706 \text{ СМ}; \quad g_6 = \frac{1}{R_6} = \frac{1}{19} = 0.05263158 \text{ СМ}.$$

Згідно з умовою заземлення є вузол “с”, тоді потенціал цього вузла  $\varphi_c = 0 \text{ В}$ . Задане коло має 4 вузла, причому  $\varphi_c = 0$ , отже складаємо систему з трьох рівнянь за методом вузлових потенціалів для визначення  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$  та  $\varphi_d$ .

$$\begin{cases} \varphi_a \cdot (g_1 + g_3 + g_5) - \varphi_b \cdot g_5 - \varphi_d \cdot g_3 = E_3 \cdot g_3; \\ \varphi_b \cdot (g_2 + g_4 + g_5) - \varphi_a \cdot g_5 - \varphi_d \cdot g_4 = -E_2 \cdot g_2; \\ \varphi_d \cdot (g_3 + g_4 + g_6) - \varphi_a \cdot g_3 - \varphi_b \cdot g_4 = -E_3 \cdot g_3. \end{cases}$$

Підставимо в систему відомі числові дані та приведемо її до канонічного вигляду:

$$\begin{cases} 0.28014706 \cdot \varphi_a - 0.11764706 \cdot \varphi_b - 0.0625 \cdot \varphi_d = 1.875; \\ -0.11764706 \cdot \varphi_a + 0.20020025 \cdot \varphi_b - 0.04255319 \cdot \varphi_d = -1.8; \\ -0.0625 \cdot \varphi_a - 0.04255319 \cdot \varphi_b + 0.15768477 \cdot \varphi_d = -1.875. \end{cases}$$

Розв'язавши дану систему, отримуємо значення вузлових потенціалів:

$$\varphi_a = -3.209073 \text{ В}; \varphi_b = -14.506651 \text{ В}; \varphi_d = -17.077562 \text{ В}.$$

Струми в вітках знаходимо за законом Ома для ділянки кола з е.р.с. Пояснимо використання цього закону на нашому прикладі.

Нехай струм  $I_1$  протікає по першій вітці від вузла “а” до вузла “с”, тоді для знаходження величини цього струму необхідно різницю потенціалів  $\varphi_a - \varphi_c$  поділити на повний опір першої вітки  $R_1$ :

$$I_1 = \frac{\varphi_a - \varphi_c}{R_1} = \frac{-3.209073 - 0}{10} = -0.320907 \text{ А}.$$

Нехай струм  $I_2$  протікає по другій вітці кола від вузла “b” до вузла “с”; ця вітка містить е.р.с.  $E_2$ , яка також спрямована від вузла “b” до вузла “с”, тому для знаходження величини струму необхідно до різниці потенціалів  $\varphi_b - \varphi_c$  додати е.р.с.  $E_2$  і поділити отриманий результат на повний опір другої вітки  $R_2$ :

$$I_2 = \frac{\varphi_b - \varphi_c + E_2}{R_2} = \frac{-14.506651 + 45}{25} = 1.219734 \text{ А}.$$

Нехай струм  $I_3$  протікає по третій вітці кола від вузла “а” до вузла “d”; ця вітка містить е.р.с.  $E_3$ , яка спрямована зустрічно, від вузла “d” до вузла “а”, тому для знаходження величини струму необхідно від різниці потенціалів  $\varphi_a - \varphi_d$  відняти е.р.с.  $E_3$  і поділити отриманий результат на повний опір третьої вітки  $R_3$ :

$$I_3 = \frac{\varphi_a - \varphi_d - E_3}{R_3} = \frac{-3.209073 + 17.077562 - 30}{16} = -1.008219 \text{ А}.$$

З аналогічних міркувань знаходимо струми інших віток:

$$I_4 = \frac{\varphi_d - \varphi_b}{R_4} = \frac{-17.077562 + 14.506651}{23.5} = -0.1094 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{R_5} = \frac{-3.209073 + 14.506651}{8.5} = 1.329127 \text{ А};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_c - \varphi_d}{R_6} = \frac{0 + 17.077562}{19} = 0.898819 \text{ А}.$$

Значення струмів  $I_1$ ,  $I_3$  та  $I_4$  вийшли із знаком “—”. Це означає, що насправді струм  $I_1$  протікає з вузла “с” до вузла “а”, струм  $I_3$  – з вузла “d” до вузла “а”, струм  $I_4$  – з вузла “b” до вузла “d”. Дійсний напрямок цих струмів є протилежний вибраному на схемі.

Враховуючи останні зауваження та спираючись на формули для розрахунку струмів  $I_1 - I_6$  через вузлові потенціали  $\varphi_a - \varphi_d$ , можемо намалювати схему з дійсними напрямками струмів у вітках кола (рисунок 2.9).

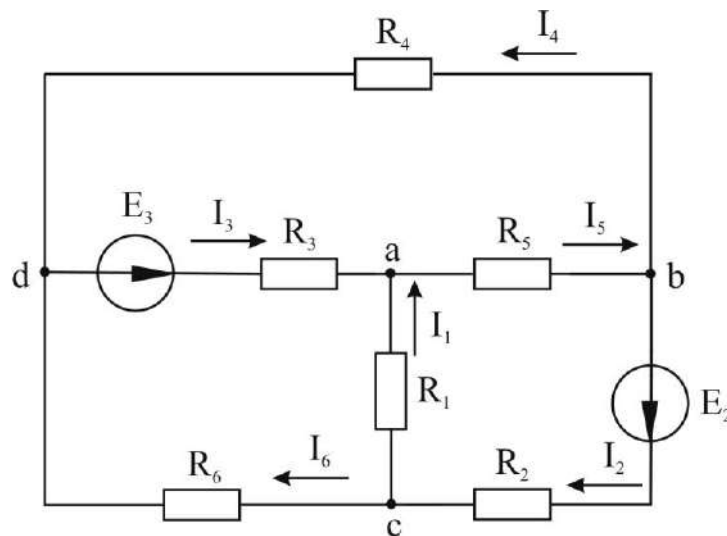


Рисунок 2.9

В результаті розрахунку методом вузлових потенціалів для цієї схеми маємо:

$$I_1 = 0.320907 \text{ A};$$

$$I_2 = 1.219734 \text{ A};$$

$$I_3 = 1.008219 \text{ A};$$

$$I_4 = 0.1094 \text{ A};$$

$$I_5 = 1.329127 \text{ A};$$

$$I_6 = 0.898819 \text{ A}.$$

Зауважимо, що отримані струми як по величині, так і по напрямку співпадають з результатами, отриманими за методом контурних струмів.

## 2.6 Порівняння результатів розрахунку струмів у вітках кола за методами контурних струмів та вузлових потенціалів

Зведемо в таблицю результати розрахунку, проведеного двома методами, та порівняємо їх між собою.

Для порівняння між собою результатів розрахунку схеми за методом контурних струмів та вузлових потенціалів підраховуємо відносну похибку для кожного струму за формулою:

$$\gamma_i = \frac{|I_{iК} - I_{iВ}|}{I_{iК}} \cdot 100\% .$$

В цій формулі:

$\gamma_i$  – виражена у відсотках відносна похибка розрахунку  $i$ -го струму двома методами;

$I_{iК}$  – значення  $i$ -го струму, розраховане за методом контурних струмів;

$I_{iВ}$  – значення  $i$ -го струму, розраховане за методом вузлових потенціалів.

Значення струмів, розраховані двома методами, та відповідні відносні похибки наведені в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Порівняльна таблиця результатів розрахунку

	$I_1, A$	$I_2, A$	$I_3, A$	$I_4, A$	$I_5, A$	$I_6, A$
Конт. ст.	0.32091	1.219731	1.00822	0.109399	1.32913	0.898821
Вузл. пот.	0.320907	1.219734	1.008219	0.1094	1.329127	0.898819
$\gamma \cdot 10^{-4}, \%$	9.35	2.46	0.99	9.14	2.26	2.23

Слід зауважити, що достатньою вважається відносна похибка розрахунку не більше, ніж 5% для будь-якого із струмів.

## 2.7 Перевірка розрахунку струмів за балансом потужностей

Перевірка розрахунку струмів за балансом потужностей виконується на основі закону збереження енергії в електричному колі: в будь-якому електричному колі потужність, яку виробляють наявні джерела енергії, дорівнює потужності, яку споживають споживачі кола. Тобто має виконуватись рівність:  $P_{дж.} = P_{сп.}$ , де  $P_{дж.}$  – сумарна потужність джерел в схемі,  $P_{сп.}$  – сумарна потужність споживачів в схемі.

Потужність наявних в схемі джерел е.р.с. можна розрахувати як алгебраїчну суму потужностей окремих джерел за формулою:

$$P_{дж.} = \sum_{k=1}^n E_k \cdot I_k .$$

Потужність окремого джерела е.р.с. враховується зі знаком “+”, якщо напрям джерела е.р.с. та струму, який через це джерело проходить, співпадає. В цьому випадку джерело генерує енергію і віддає її в схему (працює в режимі генератора енергії). Якщо ж напрям джерела та відповідного струму протилежні, то потужність джерела враховується зі знаком “–”, бо в цьому випадку джерело споживає енергію зі схеми (працює в режимі споживача енергії).

Сумарна потужність споживачів в електричному колі розраховується за формулою:

$$P_{сп.} = \sum_{k=1}^m I_k^2 \cdot R_k .$$

Ця потужність є сумою потужностей окремих резисторів, що визначаються за законом Джоуля-Ленца. За своїм фізичним змістом ці потужності не можуть бути від’ємними (при будь-якому напрямку струму в резисторі він перетворює підведену до нього електричну потужність в теплову і виділяє останню в навколишнє середовище).

Зауважимо, що при виконанні перевірки розрахунку струмів за балансом потужностей слід використовувати схему з дійсними напрямками струмів, що

дасть можливість правильно визначити режим роботи наявних в схемі джерел (генератор чи споживач).

Згідно з останнім зауваженням, будемо скласти баланс потужностей для схеми з дійсними напрямками струмів (рисунок 2.10).

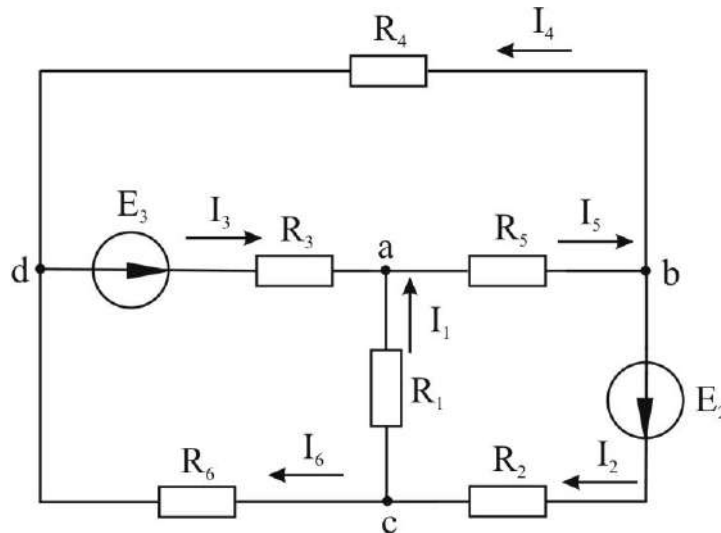


Рисунок 2.10

При розрахунку за одним із двох методів (наприклад, методом контурних струмів), були отримані наступні значення:

$$I_1 = 0.32091 \text{ A};$$

$$I_2 = 1.219731 \text{ A};$$

$$I_3 = 1.00822 \text{ A};$$

$$I_4 = 0.109399 \text{ A};$$

$$I_5 = 1.32913 \text{ A};$$

$$I_6 = 0.898821 \text{ A}.$$

Розраховуємо сумарну потужність джерел в даній схемі:

$$P_{\text{дж.}} = E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 = 45 \cdot 1.219731 + 30 \cdot 1.00822 = 85.134495 \text{ Вт}.$$

Розраховуємо сумарну потужність споживачів:

$$\begin{aligned} P_{\text{сп.}} &= I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = \\ &= 0.32091^2 \cdot 10 + 1.219731^2 \cdot 25 + 1.00822^2 \cdot 16 + 0.109399^2 \cdot 23.5 + \\ &+ 1.32913^2 \cdot 8.5 + 0.898821^2 \cdot 19 = 85.134488 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Як бачимо,  $P_{дж.} \approx P_{сп.}$ , баланс потужностей сходиться, отже, розрахунок струмів виконаний вірно.

Розрахуємо відносну похибку:

$$\gamma_P = \frac{|P_{дж.} - P_{сп.}|}{P_{дж.}} \cdot 100\% = \frac{|85.134495 - 85.134488|}{85.134495} \cdot 100\% = 8.22 \cdot 10^{-6}\%$$

Розрахунок струмів вважається виконаним вірно, якщо похибка  $\gamma_P$  не перевищує 5%.

## 2.8 Розрахунок струму однієї вітки за методом еквівалентного генератора

Визначимо струм  $I_1$ , використовуючи теорему про еквівалентний генератор.

Метод еквівалентного генератора використовують в тому випадку, коли треба знайти струм в одній вітці складного електричного кола, не розраховуючи при цьому струми в інших вітках. Метод ґрунтується на теоремі про еквівалентний генератор: По відношенню до затискачів виділеної вітки всю іншу частину схеми, яка залишилась і містить в своєму складі джерела електричної енергії, можна замінити еквівалентним генератором, наприклад, напруги, е.р.с. якого дорівнює напрузі холостого ходу на затискачах виділеної вітки, а внутрішній опір дорівнює входному опору схеми відносно затискачів виділеної вітки. Схематично це можна зобразити наступним чином (рисунок 2.11).

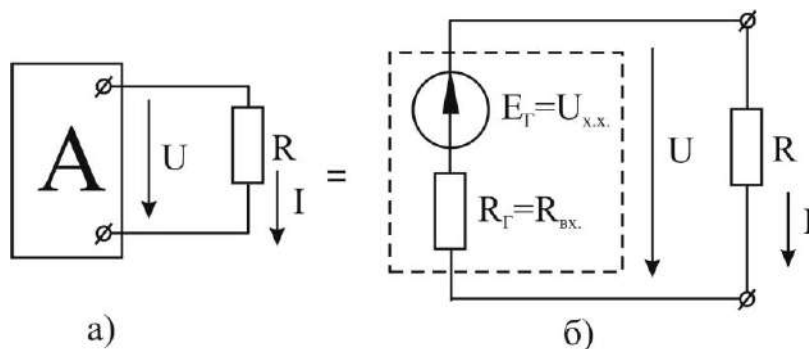


Рисунок 2.11

На рисунку 2.11, а показано активний двополюсник (інша частина схеми) та виділена вітка, схема відповідного еквівалентного генератора обведена пунктиром на рисунку 2.11,б. Генератор складається з двох елементів: е.р.с. генератора  $E_{\Gamma}$ , яка чисельно дорівнює напрузі холостого ходу  $U_{x.x.}$  на затискачах вітки та внутрішнього опору генератора  $R_{\Gamma}$ , який чисельно дорівнює вихідному опору  $R_{вх.}$  схеми відносно затискачів виділеної вітки.  $R$  – опір виділеної вітки, в якій необхідно визначити струм  $I$ .

Згідно рисунка 2.11,б струм в виділеній вітці можна знайти за законом Ома:

$$I = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\Gamma} + R} = \frac{U_{x.x.}}{R_{вх.} + R}.$$

Якщо виділена вітка містить, крім резистора  $R$ , джерело е.р.с.  $E$ , струм визначають так:

$$I = \frac{E_{\Gamma} \pm E}{R_{\Gamma} + R} = \frac{U_{x.x.} \pm E}{R_{вх.} + R}.$$

В цій формулі е.р.с.  $E$  враховують зі знаком “+”, якщо напруга  $U_{x.x.}$  та е.р.с.  $E$  співпадають по напрямку; в іншому випадку е.р.с. враховують зі знаком “-”.

Визначення струму в виділеній вітці методом еквівалентного генератора проводиться наступним чином:

1) Виконують дослід холостого ходу, який дозволяє визначити напругу холостого ходу (е.р.с. еквівалентного генератора). Для визначення напруги холостого ходу виділену вітку треба розімкнути (напруга на затискачах розімкненої виділеної вітки і є напругою холостого ходу).

2) Виконують дослід короткого замикання, який дозволяє визначити вхідний опір кола відносно затискачів виділеної вітки (внутрішній опір еквівалентного генератора). Для знаходження вхідного опору схеми відносно затискачів виділеної вітки треба видалити зі схеми всі наявні джерела енергії. При цьому в схемі обов’язково треба залишити внутрішні опори цих джерел.



Слід зауважити, що при видаленні зі схеми ідеальні джерела е.р.с. необхідно замкнути, а джерела струму – розімкнути.

3) Складають схему еквівалентного генератора (як на рисунку 2.11,б) і з цієї схеми визначають струм за законом Ома.

Намалюємо нашу схему і позначимо напрям струму  $I_1$ , який треба знайти (перед початком розрахунку цей напрям для складних схем обирають довільно, так само, як і при розрахунку схеми по законах Кірхгофа). Нехай струм  $I_1$  протікає по вітці з резистором  $R_1$  в напрямку від вузла “а” до вузла “с” (рисунок 2.12).

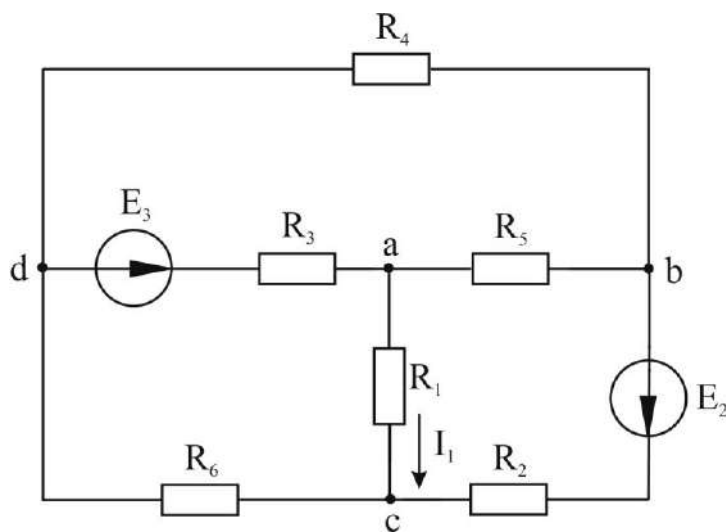


Рисунок 2.12

### Дослід холостого ходу

Виключаємо зі схеми вітку з резистором  $R_1$  і отримуємо схему, зображену на рисунку 2.13.

Зауважимо, що на схемі рисунка 2.12 напрям струму  $I_1$  вибраний від вузла “а” до вузла “с”, тому такий же напрям вибраний і для напруги холостого ходу  $U_{x.x.}$ . Після видалення резистора  $R_1$  в схемі залишається лише 2 вузла (“b” і “d”) і три вітки, тому струмів у цій схемі в режимі холостого ходу теж буде тільки три:  $I_{2x.}$ ,  $I_{3x.}$ ,  $I_{4x.}$ . Напрями цих струмів задаємо довільно, тому що схема на рисунку 2.13 є складною.

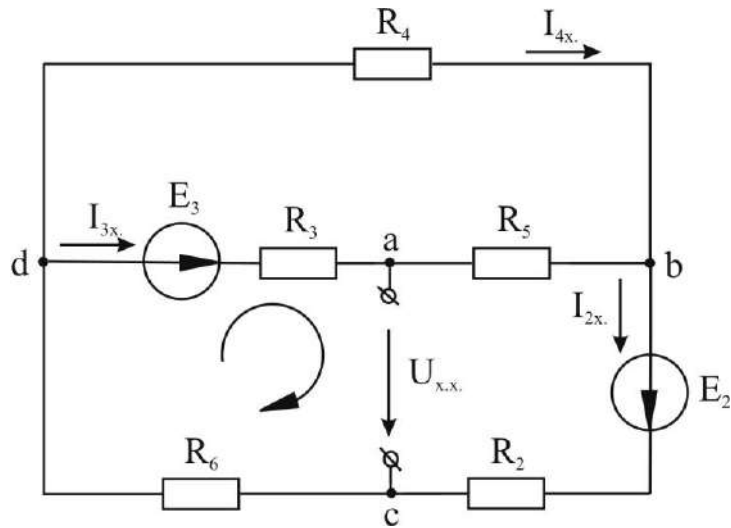


Рисунок 2.13

Обираємо на схемі рисунка 2.13 відкритий контур, який містить  $U_{x.x.}$ , та напрям його обходу. За другим законом Кірхгофа для цього контуру маємо:

$$U_{x.x.} + I_{2x.} \cdot R_6 + I_{3x.} \cdot R_3 = E_3.$$

Звідси отримуємо формулу для визначення потрібної напруги холостого ходу:

$$U_{x.x.} = E_3 - I_{2x.} \cdot R_6 - I_{3x.} \cdot R_3.$$

Оскільки схема досліду холостого ходу (рисунок 2.13) містить всього 2 вузла, то для розрахунку необхідних струмів  $I_{2x.}$  та  $I_{3x.}$  (без яких неможливо визначити  $U_{x.x.}$ ) найраціональнішим є скористатись методом двох вузлів:

$$U_{bd} = \frac{E_3 \cdot g_{35} - E_2 \cdot g_{26}}{g_4 + g_{35} + g_{26}}.$$

Розрахуємо провідності відповідних віток кола:

$$g_4 = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{23.5} = 0.04255319 \text{ См};$$

$$g_{35} = \frac{1}{R_3 + R_5} = \frac{1}{24.5} = 0.04081633 \text{ См};$$

$$g_{26} = \frac{1}{R_2 + R_6} = \frac{1}{44} = 0.02272727 \text{ См}.$$

Розраховуємо напругу  $U_{bd}$ :

$$U_{bd} = \frac{30 \cdot 0.04081633 - 45 \cdot 0.02272727}{0.04255319 + 0.04081633 + 0.02272727} = 1.901686 \text{ В.}$$

Знаходимо струми  $I_{2x.}$  та  $I_{3x.}$ , враховуючи їх напрямок, вибраний на рисунку 2.13:

$$I_{3x.} = \frac{-U_{bd} + E_3}{R_3 + R_5} = \frac{-1.901686 + 30}{24.5} = 1.14687 \text{ А};$$

$$I_{2x.} = \frac{U_{bd} + E_2}{R_2 + R_6} = \frac{1.901686 + 45}{44} = 1.065947 \text{ А.}$$

Знаходимо напругу  $U_{x.x.}$ , підставляючи у відповідну формулу знайдені значення струмів  $I_{2x.}$  та  $I_{3x.}$ :

$$U_{x.x.} = 30 - 1.065947 \cdot 19 - 1.14687 \cdot 16 = -8.602913 \text{ В.}$$

### Дослід короткого замикання

Закорочуємо в схемі дослід холостого ходу джерела е.р.с.  $E_3$  та  $E_2$ . З врахуванням того, що вхідний опір кола відносно затискачів виділеної вітки це є опір між точками “а” і “с”, схема буде мати наступний вигляд (рисунок 2.14):

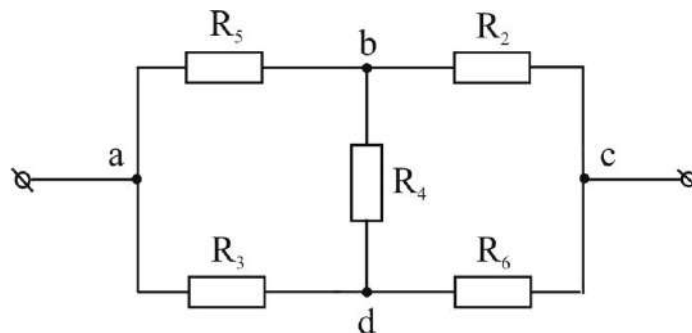


Рисунок 2.14

Безпосередньо розрахувати опір цієї схеми між точками “а” і “с” неможливо, оскільки схема на рисунку 2.14 є мостовою. Перетворимо трикутник  $R_3, R_4, R_5$  в еквівалентну зірку  $R_{35}, R_{34}, R_{45}$ , тоді схема прийме вигляд (рисунок 2.15):

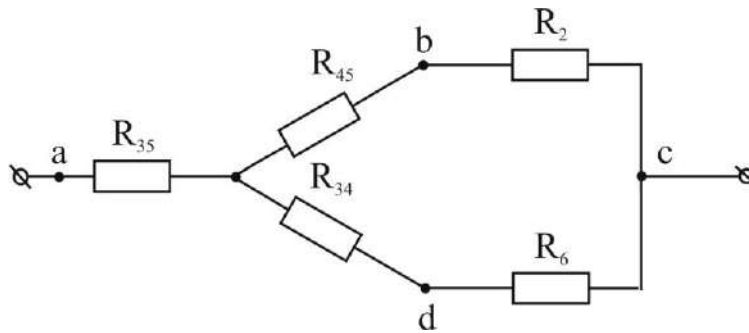


Рисунок 2.15

Знайдемо опори резисторів еквівалентної зірки через опори трикутника:

$$R_{35} = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{16 \cdot 8.5}{16 + 23.5 + 8.5} = \frac{136}{48} = 2.833333 \text{ Ом};$$

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{23.5 \cdot 8.5}{48} = 4.161458 \text{ Ом};$$

$$R_{34} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4 + R_5} = \frac{16 \cdot 23.5}{48} = 7.833333 \text{ Ом}.$$

Тоді вхідний опір дорівнює (рисунок 2.15):

$$R_{\text{вх.}} = R_{35} + \frac{(R_{45} + R_2) \cdot (R_{34} + R_6)}{R_{45} + R_2 + R_{34} + R_6} =$$

$$= 2.833333 + \frac{(4.161458 + 25) \cdot (7.833333 + 19)}{4.161458 + 25 + 7.833333 + 19} = 16.807831 \text{ Ом}.$$

### Схема еквівалентного генератора

Після дослідів холостого ходу та короткого замикання ми можемо намалювати схему еквівалентного генератора (рисунок 2.16) і знайти за допомогою цієї схеми струм  $I_1$ .

Слід зауважити, що оскільки на схемі рисунку 2.12 напрям струму  $I_1$  вибраний з точки "а" до точки "с" (і напруга холостого ходу, яка має співпадати з  $I_1$ , теж направлена з "а" до "с"), то е.р.с. еквівалентного генератора  $E_T$  на схемі рисунку 2.16 обов'язково має бути направлена саме з точки "с" до точки

“а” (адже тільки при такому напрямку цієї е.р.с струм  $I_1$  буде протікати через  $R_1$  в напрямку від “а” до “с”).

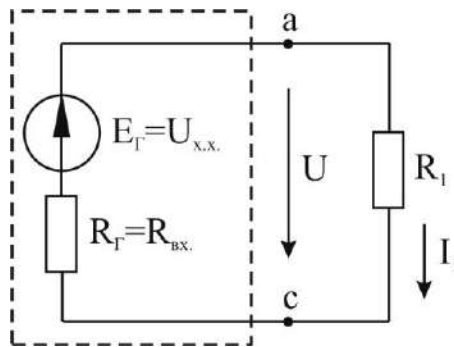


Рисунок 2.16

Зі схеми рисунка 2.16 можна визначити струм  $I_1$  за законом Ома:

$$I_1 = \frac{E_{\Gamma}}{R_{\text{вх.}} + R_1} = \frac{U_{\text{х.х.}}}{R_{\text{вх.}} + R_1} = \frac{-8.602913}{16.807831 + 10} = -0.32091 \text{ A}.$$

Як бачимо, отриманий результат для струму, як по величині, так і по напрямку співпадає з отриманим в методах контурних струмів та вузлових потенціалів. Знак “-” у відповіді означає, що насправді струм  $I_1$  протікає не з точки “а” до точки “с” (так ми довільно вибрали напрям цього струму перед початком розрахунків), а навпаки, з точки “с” до точки “а”.

## 2.9 Побудова потенціальної діаграми

Розрахуємо та побудуємо потенціальну діаграму для довільного замкненого контуру, що містить обидва джерела е.р.с.

Потенціальна діаграма – це графік розподілення потенціалу в деякому контурі заданого кола. Будується потенціальна діаграма по результатах розрахунку кола (по відомим струмам) і дозволяє проаналізувати режим роботи кола. Щоб побудувати потенціальну діаграму, по горизонтальній осі в обраному масштабі відкладають опори резисторів контуру в тому порядку, в якому вони розташовані в контурі, а по вертикальній осі відкладають потенціали відповідних точок контуру. Побудову потенціальної діаграми

можна починати з будь-якої точки контуру, прийнявши потенціал цієї точки рівним довільній величині (зазвичай нулю) та довільно обравши напрям обходу контуру.

Намалюємо схему контура в заданому колі (вибираємо за умовою такий контур, що включає в себе обидва джерела е.р.с) і позначимо дійсні напрямки струмів згідно розрахунків по методах контурних струмів та вузлових потенціалів.

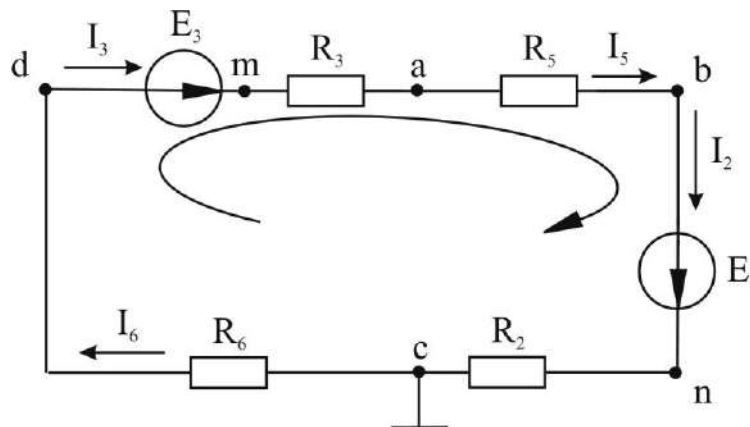


Рисунок 2.17

Отже, ми вибрали контур, який включає елементи  $R_6$ ,  $E_3$ ,  $R_3$ ,  $R_5$ ,  $E_2$ ,  $R_2$  та напрям обходу (рисунок 2.17). Приймаємо потенціал точки (вузла) “с” рівним 0 (як і при розрахунку методом вузлових потенціалів):  $\varphi_c = 0$  В. Для побудови діаграми в вітки з  $E_2$  та  $E_3$  введемо проміжні точки “m” та “n” (оскільки кожна з цих віток складається з двох елементів). Для розрахунків використаємо значення струмів, обчислені за методом вузлових потенціалів:

$$I_1 = 0.320907 \text{ A};$$

$$I_2 = 1.219734 \text{ A};$$

$$I_3 = 1.008219 \text{ A};$$

$$I_4 = 0.1094 \text{ A};$$

$$I_5 = 1.329127 \text{ A};$$

$$I_6 = 0.898819 \text{ A}.$$

Отже, потенціал  $\varphi_c = 0$  В. За вибраним обходом контуру наступним

слідє потенціал  $\varphi_d$ . Оскільки з точки “с” до точки “d” ми рухаємось за струмом  $I_6$  (дивись напрям  $I_6$  на рисунку 2.17), а струм в резисторі завжди тече від більшого потенціалу до меншого, то потенціал  $\varphi_d$  буде менше потенціалу  $\varphi_c$  на величину падіння напруги  $I_6 \cdot R_6$ , тому:

$$\varphi_d = \varphi_c - I_6 \cdot R_6 = 0 - 0.898819 \cdot 19 = -17.077561 \text{ В.}$$

Далі за обходом ми з точки “d” потрапляємо в точку “m” через джерело  $E_3$ , причому джерело проходимо в напрямку від клеми “-” до клеми “+”, отже потенціал зростає, тому:

$$\varphi_m = \varphi_d + E_3 = -17.077561 + 30 = 12.922439 \text{ В.}$$

З точки “m” до точки “a” за обходом контуру ми потрапляємо через резистор  $R_3$ , причому йдемо за струмом  $I_3$ , тому потенціал зменшується:

$$\varphi_a = \varphi_m - I_3 \cdot R_3 = 12.922439 - 1.008219 \cdot 16 = -3.209065 \text{ В.}$$

Аналогічно визначаємо потенціали інших точок:

$$\varphi_b = \varphi_a - I_5 \cdot R_5 = -3.209065 - 1.329127 \cdot 8.5 = -14.506645 \text{ В;}$$

$$\varphi_n = \varphi_b + E_2 = -14.506645 + 45 = 30.493355 \text{ В.}$$

Для перевірки розрахуємо потенціал точки “с”:

$$\varphi_c = \varphi_n - I_2 \cdot R_2 = 30.493355 - 1.219734 \cdot 25 = 0.000005 \text{ В} \approx 0 \text{ В.}$$

Розрахуємо сумарний опір резисторів контура:

$$R_{\Sigma} = R_6 + R_3 + R_5 + R_2 = 19 + 16 + 8.5 + 25 = 68.5 \text{ Ом.}$$

Знаючи сумарний опір резисторів контуру, максимальне та мінімальне значення потенціалів в контурі, можна вибрати масштаби для потенціалів та опорів і побудувати діаграму. Побудована діаграма показана на рисунку 2.18.

Потенціальна діаграма дає змогу визначити потенціал будь-якої точки контуру, різницю потенціалів між будь-якими точками контуру, знайти в контурі екіпотенціальні точки (якщо вони є).

Слід зауважити також, що з діаграми можна визначити дійсний напрям та величину струму на будь-якій ділянці контуру. Напрямок струму визначається знаком кута нахилу відповідної ділянки діаграми (рисунок 2.18), кут, який

відраховується за годинниковою стрілкою, вважають додатнім. Величина ж струму є пропорційною тангенсу кута нахилу між горизонтальною віссю та відповідною ділянкою діаграми (рисунок 2.18).

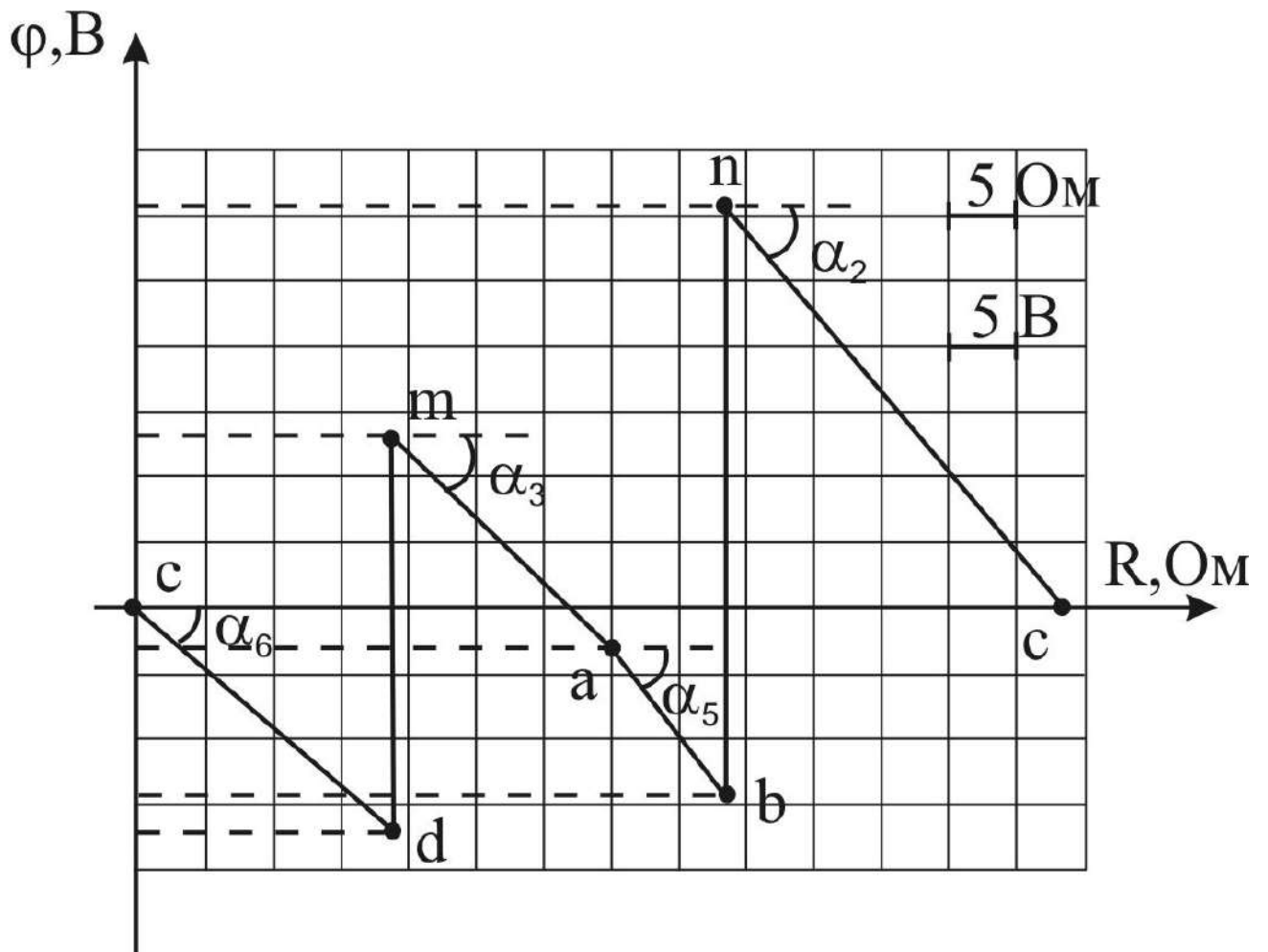


Рисунок 2.18



## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Теоретичні основи електротехніки. Підручник для вищих навчальних закладів / В.І. Шеховцов, І.А. Курило та ін. У 3-х т. Т.1. Усталені режими електричних кіл із зосередженими параметрами. – К.: Політехніка, 2004. – 269 с.
2. Коруд В.І. Електротехніка: Підручник для вищих навчальних закладів. – Львів: Магнолія Плюс, 2005. – 447 с.
3. Теоретичні основи електротехніки. Усталені режими лінійних електричних кіл із зосередженими та розподіленими параметрами : підручник / Ю.О. Карпов, С.Ш. Каців, В.В. Кухарчук, Ю.Г. Ведміцький; під ред. проф. Ю.О. Карпова – Вінниця: ВНТУ, 2011. – 377 с.
4. Теоретичні основи електротехніки. Електричні кола: навч. посібник / В.С. Маляр. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2012. – 312 с.
5. Лінійні електричні кола постійного струму. Практикум [Електронний ресурс]: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмами «Електричні системи і мережі», «Електричні станції», «Електричні машини і апарати», «Управління, захист та автоматизація енергосистем», «Електромеханічні системи автоматизації, електропривод та електромобільність», «Електротехнічні пристрої та електротехнологічні комплекси», «Нетрадиційні та відновлювані джерела енергії» спец. 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / М. П. Бурик та ін.; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – 1-е вид. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 173 с.