

УДК 004.94:519.86

**О.В. Мороз**, канд. фіз.-мат. наук

Чернігівський державний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

## СИНЕРГЕТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ ТА ЙОГО КОМП'ЮТЕРНА ПІДТРИМКА

*Розглянуто концептуальні питання моделювання синергетичної економіки. Запропоновано відповідно до принципів загальної динаміки Шумпетера динамічна модель, що поєднує в одних рамках динаміку мікроскопічних процесів і макроскопічних параметрів. Досліджено шляхом обчислювального експерименту вплив на біфуркаційну динаміку змінного у часі параметру, що відповідає за обмеження вільного зростання популяції в еволюційній моделі Ріккера.*

### Постановка проблеми

На відміну від традиційної теорії економічної динаміки, в якій ринкові процеси розглядаються як суто лінійні і стійкі, сучасні підходи до аналізу економічної динаміки виходять з того, що лінійність і стійкість еволюційних економічних процесів мають не універсальний, а досить обмежений характер, і базуються на принципах синергетики. Ці підходи зазвичай об'єднують одним терміном «еволюційна економіка» або «синергетична економіка» [3,7]. Синергетична економіка дозволяє описувати й аналізувати складні економічні явища, що не можуть бути пояснені за допомогою класичних і неокласичних теорій економічної динаміки. Хоча синергетичні методи аналізу дають, як правило, лише якісний опис динаміки економічних процесів, але саме вони дозволили з'ясувати механізми цілого ряду актуальних для сучасної економічної науки феноменів, таких як: швидкий розвиток на основі боротьби «новаторів» і «консерваторів», виникнення криз і «економічних чудес» та ін. [5].

Синергетична економіка підходить до поняття еволюції економічної системи як системи, що розвивається. Це означає, що, по-перше, еволюція протікає нерівномірно, по-друге, достатньо тривалі етапи плавного розвитку («русло») чергуються з короткочасними нестійкими стадіями бурхливого розвитку («перемішаний шар», катастрофа), під час яких система отримує поштовх для позитивних змін. При втраті стійкості причинно-наслідкові зв'язки розриваються і випадкові флуктуації параметрів системи, що виникають, стають порівнянними з їх середніми значеннями. В результаті незначний вплив із зовні може привести до різкого переходу системи в один з можливих нових стійких станів (у синергетиці такі моменти в еволюції систем називаються точками біфуркації). Відповідно, термін «еволюція» розуміється в трьох різних сенсах [9]: а) перехід в один з можливих стаціонарних станів після катастрофи; б) повільний розвиток з відстежуванням змін параметрів аж до наступної біфуркації; в) швидкий перехід із стаціонарного стану в нестаціонарний.

Процеси, що протікають в економічних системах, «описуються нестійкими нелінійними динамічними рівняннями високої розмірності з різними швидкостями встановлення, і ми не можемо сподіватися на повне розуміння поведінки таких систем, якщо використовуємо тільки аналітичні методи» [3]. Тому сьогодні актуальним є розвиток засобів комп'ютерної підтримки моделювання економічної динаміки, адже «без комп'ютерів багато переваг і своєрідна принада еволюційних схем просто не виявилися б» [4].

### Аналіз останніх досліджень і публікацій

Синергетична парадигма сучасної економічної теорії ґрунтується на представленні економічної системи як відкритої динамічної системи, що самоорганізується. У синергетиці під самоорганізацією розуміється утворення впорядкованих структур у складних системах у результаті кооперативної поведінки підсистем. Відповідно, в економіці під самоорганізацією слід розуміти не ринкове балансування цін, як це часто представля-

ють, а утворення просторово-часових структур (наприклад, циклів ділової активності) в результаті дисбалансу ринкових цін [2]. У рамках квазістаціонарного наближення традиційної економічної теорії неможливо задовільно пояснити утворення таких структур на основі аналізу ендогенних механізмів. У синергетичній економіці самоорганізація розглядається як наслідок нелінійної взаємодії ринкових агентів у рамках концепції конкурентної боротьби між фірмами-новаторами і фірмами-консерваторами за ринки збуту та ринки ресурсів. Згідно з цією концепцією у результаті раптової появи інноваційної технології (мутація) новатори активізують свою діяльність, що спричиняє перехід системи із стійкого стану в нестійкий. Далі нестійкість породжує динамічний процес самоорганізації, в результаті якого утворюються нові впорядковані структури, і система переходить в інший стійкий стан. Отже, для повного опису мікроекономічної еволюції, крім еволюційних рівнянь, що описують загальну динаміку фірм, також необхідно визначити [5]: правила породження нових фірм (вхід у популяцію), правила знищення фірм (вихід з популяції), правила взаємодії фірм, механізми накопичування й передачі знань і механізми мутацій як індивідуальних властивостей фірм, так і емергентних властивостей популяції. Крім того, що означені правила і механізми також еволюціонують, завдання ускладнюється ще й тим, що елементам економічних систем, на відміну від фізичних і біологічних систем, властиве усвідомлене прагнення досягти певного стану, що обумовлює цілеспрямованість дій.

Еволюційний підхід до аналізу макроекономічних процесів не отримав такого розвитку, як для мікроекономічних процесів. Макроекономічні еволюційні моделі будуються, головним чином, на основі моделей Ферхюльста і Ріккера, які використовуються в біології під час аналізу динаміки популяцій. Так, наприклад, у роботі Лебедева В.В., показано, що спрощена макроекономічна модель Кейнса-Фрідмена, що описує динаміку валового національного продукту (ВНП), може бути зведена до однопараметричного дискретного відображення Ріккера [4]:

$$y_{t+1} = \alpha y_t \exp(-y_t), \quad (1)$$

де  $t$  і  $(t+1)$  – попередній і наступний моменти часу,  $\alpha$  – позитивний параметр, що характеризує швидкість росту величини  $y$ , яка в динамічних моделях економіки може позначати кількість продукції, що випускається, ціну і таке інше. Хоча ця залежність і впливає з явно детермінованого рівняння, на графіку вона виглядає як випадкова. Це явище в теорії катастроф носить назву «детермінований хаос», оскільки хаос, як проміжний етап при переході з одного стабільного стану в інший, виявляється залежним від попереднього стабільного стану. Часткова детермінованість складних перехідних станів, хоча і обмежує можливості прогнозування, але дає змогу цілком ідентифікувати ознаки виникнення критичних ситуацій і можливі подальші стани порядку.

Наочне уявлення про детермінований хаос можна отримати за допомогою біфуркаційної діаграми, що ілюструє зміну характеру руху динамічної системи на великому часовому інтервалі при зміні одного або декількох параметрів. Ті значення параметрів, при яких змінюються топологічні властивості фазових траєкторій, називаються критичними або біфуркаційними значеннями. На рис.1 а зображена біфуркаційна діаграма відображення (1). По осі абсцис відкладені значення параметру  $\alpha$ , а по осі ординат – значення, які набуває  $y$  на достатньо великих часових проміжках.

При малих значеннях біфуркаційного параметру  $\alpha$  кожному з них відповідає єдине рішення (стан стабільний), потім виникають осциляції змінної  $y$  між двома значеннями, далі – між чотирма значеннями і так далі. В результаті експоненціального зростання числа цих значень на малому інтервалі зміни біфуркаційного параметру  $y$  хаотично змінює своє значення в межах деякої області (тонована область на діаграмі), тобто відбувається перехід у нестабільний стан. Такий механізм генерації хаосу в динамічних системах носить назву «субгармонійний каскад». При подальшому збільшенні  $\alpha$  області

нестабільного стану перемежаються з порівняно вузькими областями, що називають  $\alpha$ -вікнами, в яких при малих змінах біфуркаційного параметру спостерігаються осциляції з кінцевим числом мод (граничні цикли). Перехід з  $\alpha$ -вікна в зону нестабільності також супроводжується каскадом подвоєння періоду осциляцій при одночасному сильному нелінійному стискуванні інтервалів стійкості на кожному кроці (рис. 1б). При цьому кожне відгалуження, що відповідає одній з циклічних мод граничного циклу, виглядає як спотворена і розмита версія всієї діаграми. Це говорить про те, що біфуркаційна діаграма, тобто механізм виникнення детермінованого хаосу, має фрактальну структуру.

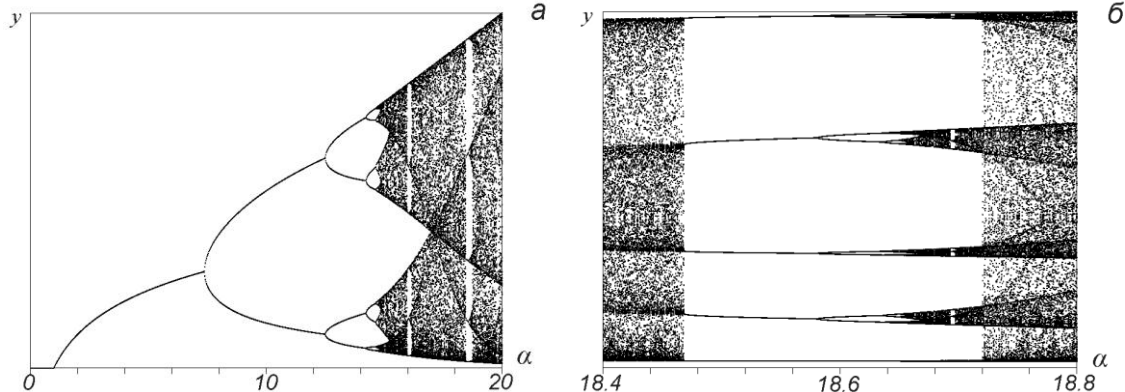


Рис. 1. Біфуркаційна діаграма відображення (1) (а) та її тонка структура в області  $\alpha$ -вікна (б)

Отже, приходимо до важливого висновку: структури, що утворюються в результаті самоорганізації систем, в еволюції яких присутні періоди детермінованого хаосу, за своєю природою є фрактальними. Тому представляються невипадковими спроби моделювання економічних систем за аналогією з фізичними процесами, що приводять до формування фрактальних структур. Так, у роботі Єгорова Д. модель процесів, що відбуваються на фінансових ринках, будується на основі рівняння дифузійного розповсюдження тепла в неоднорідному середовищі [2]. Але, якщо й проводити подібні аналогії, доцільніше було б використати теорію перколяції (протікання) хоча б тому, що для переходу економічної системи у нестійкий стан розповсюдження інноваційної технології повинно подолати певний поріг (поріг перколяції), інакше заміщення старої технології новою і, відповідно, перехід системи в інший еволюційний стан не відбудеться.

На даному етапі розвитку синергетики теорія фракталів є найбільш перспективною для аналізу процесів, що відбуваються в складних нелінійних технічних і економічних системах. Більш того, теорія фракталів – єдина теорія, яка здатна доповнити опис топології багатовимірного простору станів складної відкритої системи з урахуванням ступеня розподілу об'єктів (тобто атракторів фазових траєкторій), що розглядаються в цьому просторі. Як і для багатьох фізичних і хімічних кооперативних явищ, фрактальна теорія може бути достатньо плідною при дослідженні економічних систем. Наприклад, Мандельброт (засновник цієї теорії) показав ефективність мультифракталів (неоднорідні фрактали, що визначаються як сума або різниця множин з різною фрактальною і топологічною розмірністю) для моделювання коливань біржових цін [1]. Висловлюючи відношення реальних графіків біржових котирувань і отриманих модельних кривих, він використовує термін «самоблизкість», що близький до поняття самоподібності. Цікаво, що те ж саме можна сказати і про графічні зображення, які дає відображення (1) при певних значеннях параметру  $\alpha$ , і темпи росту фактичного ВВП.

Фрактальність властива достатньо широкому колу математичних множин, що отримуються навіть при точкових відображеннях типу (1). Проте, щоб використати фрактальні уявлення для динамічного моделювання дисипативної системи (системи з атракторами у фазовому просторі), необхідно обґрунтувати фрактальну природу множини ста-

нів системи. Тоді еволюційне моделювання системи можна звести до побудови і дослідження топології її фрактальних атракторів.

### Мета

Складна економічна система є відкритою системою, що може бути представлена як сукупність процесів (не тільки економічного характеру), що відбуваються над певною кінцевою множиною типів елементів. Але поведінку системи визначають не властивості її елементів, а характер їх взаємодії (інакше, як пояснити різноманітні колективні ефекти в системах при відносно незмінному їх елементному складі або існування емергентних властивостей). Для складних відкритих систем здебільшого характерною є нелінійність і рефлексивність взаємодії елементів, тобто колективна поведінка елементів (макрокосм) формується завдяки їх взаємодії (мікрокосм), але виникаючи в результаті самоорганізації структури впливають на стан елементів і, відповідно, процеси їх взаємодії. В кінці кінців саме це, на наш погляд, обумовлює здатність таких систем до самоорганізації і характерний вигляд атракторів у їх фазовому просторі.

Отже, з урахуванням вище означених проблем еволюційної економічної теорії вистає питання щодо розробки такої моделі економічної системи, яка б адекватно описувала процеси нелінійної рефлексивної взаємодії агентів системи на мікрорівні і дозволяла б прогнозувати появу точок біфуркації і перехід системи з одного стійкого стану в інший на макрорівні. Для цього така модель повинна принаймні поєднувати в одних рамках динаміку мікроскопічних процесів та макроскопічних параметрів і, окрім адекватного й повного відображення ендогенних механізмів вільного розвитку системи, також враховувати вплив на еволюцію системи змінних у часі екзогенних чинників як стохастичних, так і жорстко детермінованих, у чому власне і полягає основна мета синергетичної економіки і відповідних динамічних моделей.

### Результати

Дискретне відображення Ріккера, яке традиційно використовується для моделювання макроекономічної динаміки, як відомо, крім параметру, що визначає швидкість росту за умови відсутності обмежуючих зовнішніх чинників, містить також параметр, що враховує вплив обмежуючих екзогенних чинників:

$$x_{n+1} = \alpha x_n \exp(-\beta x_n) \quad (2)$$

Ця модель досить добре вивчена, але зазвичай передбачається, що параметр  $\beta$  – не залежна від часу постійна, і тоді заміною  $y = \beta x$  рівняння (2) приводиться до однопараметричного рівняння (1). Проте очевидно, що кінетика еволюційних економічних процесів визначається накладенням збуджуючої дії зовнішнього середовища на взаємодію елементів у середині системи. Інтерес представляють, перш за все, ті екзогенні чинники, які впливають на здатність системи до самовідтворення, тобто «здатність системи за певних межових умов (наприклад, притоці вільної енергії і необхідних початкових речовин, наявності відповідного «апарату») репродукувати себе як органічне ціле» [10]. Для відтворення економічних систем особливе значення має еволюція технологій, яка може бути інтерпретована в першому наближенні як еволюція всієї системи [5]. Дійсно, здібність елементів економічної системи до сприйняття нових технологій (відповідно, для біологічних систем – до мутацій) є необхідною умовою її вільного зростання (у сенсі еволюції), але мають бути задоволені і достатні умови, тобто наявність і доступність необхідних ресурсів, соціально-політичні умови в країні чи регіоні тощо. Крім того, на вільне зростання системи можуть істотно впливати особливі типи взаємодії елементів, зокрема, – процеси поглинання і злиття компаній [8], а також каталітичні й автокаталітичні зв'язки.

Виходитимемо з того, що для однієї і тієї ж системи в різні моменти часу можуть реалізовуватися різні сценарії взаємодії із зовнішнім середовищем: 1) динаміка системи повністю визначається зовнішніми діями (наприклад, в умовах командно-адміністративної системи – екзогенний доміант); 2) динаміка системи повністю визначається її внутрішніми властивостями й інтересами, які повністю пригнічують або підпорядковують дію зовнішніх чинників (наприклад, в умовах вільного ринку – ендогенний доміант); 3) потенціали зовнішніх і внутрішніх чинників, що обумовлюють розвиток системи, є порівнюваними і конкурують між собою (відсутній доміант). Зрозуміло, що в результаті флуктуацій або жорстко детермінованих дій можливі переходи від одного сценарію до іншого так, що кожному з них можна призначити певну ймовірність або, на певних підставах, умовну ймовірність. З урахуванням циклічності економічних процесів усереднювання за часом і ансамблем дасть найімовірніше деякий обмежений спектр значень  $\beta$ , які у будь-який момент часу визначатимуть співвідношення впливу ендогенних і екзогенних чинників.

Отже, нехай  $\beta$  представляється у вигляді суми постійної і змінної складових:

$$\beta = \beta_0 + \varphi(t), \quad (3)$$

де  $\beta_0$  приймає одне з декількох значень з певною ймовірністю.

У проведеному обчислювальному експерименті розглядалися три найімовірніші варіанти часової залежності для  $\varphi(t)$ : 1)  $\varphi(t) = 0$ , 2)  $\varphi(t)$  – стохастичні флуктуації, 3)  $\varphi(t)$  – періодичний дискретний сигнал виду  $(\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{N-1})$ , де

$$\varphi_i = \sum_{k=0}^{N-1} \left( a_k \cos \frac{2\pi}{N} ki - b_k \sin \frac{2\pi}{N} ki \right), \quad i=0,1,\dots,N-1, \quad (4)$$

де  $a_k, b_k$  – коефіцієнти дискретного перетворення Фур'є,  $N$  – число даних у сигналі (для спрощення розрахунків інтервал дискретизації вибірки сигналу обирався рівним одиниці, тому  $N$  у даному випадку дорівнює періоду сигналу).

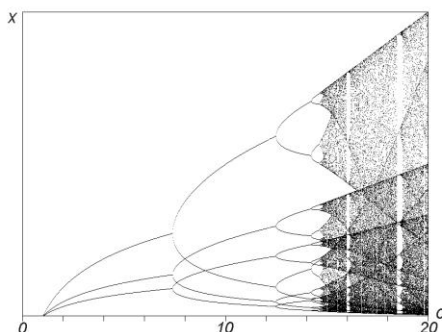


Рис. 2. Біфуркаційна діаграма відображення (2) за умови, що  $\beta$  – рівномірно розподілена випадкова величина зі значеннями 1, 2, 3

При  $\varphi(t)=0$ , тобто, коли спектр  $\beta$  складається з  $k$  постійних значень, біфуркаційна діаграма розщеплюється на  $k$  подібних і незалежних один від одного каскадів, які зі зростанням  $\beta$  зміщуються у бік менших значень  $x$  і згущуються (рис. 2). Слід зазначити, що ані положення лівого кордону перемішаного шару, ані положення  $\alpha$ -вікон при цьому не змінюються. Більш того, загальний вид біфуркаційної діаграми виявляється інваріантним у відношенні до розподілу ймовірностей значень  $\beta$  і їх взаємної кореляції. Це пов'язано з тим, що при достатньо великій кількості ітерацій (для кожного значення  $\alpha$  виконувалося 1200 ітерацій) розподілення ймовірностей визначають лише потужності відповідних компонент у вибірці, але не впливають помітно на динаміку субгармонійного каскаду. Таким чином, у разі дискретного спектру біфуркаційного параметру  $\beta$  з постійним кінцевим числом мод біфуркаційна діаграма є суперпозицією субгармонійних каскадів, які спостерігалися б, якби  $\beta$  набував ці значення окремо один від одного.

У випадку ненульових стохастичних флуктуацій  $\beta$  визначальним для субгармонійного каскаду чинником є амплітуда цих флуктуацій. При  $|\varphi(t)| \ll \beta_0$  загальний хід фазових траєкторій такий самий, як і при постійних  $\beta$ , але гілки, що відповідають стабільним станам, зазнають розширення (рис. 3а), причому тим сильніше, чим менше  $\beta_0$ , а лівий край перемішаного шару й  $\alpha$ -вікна зміщуються в бік менших значень  $\alpha$ . Отже, замість дискретного набору стабільних станів з періодами 1, 2, 4 і т.д. отримуємо практично безперервні, обмежені за величиною серії значень з такими ж періодами. Із зростанням амплітуди флуктуацій до значень, порівнюваних із  $\beta_0$  (рис. 3б), ширина цих серій зростає настільки, що вони зливаються, утворюючи дві асиметричні смуги (що можна було б назвати гранично обмеженим хаосом), що переходять у перемішаний шар.

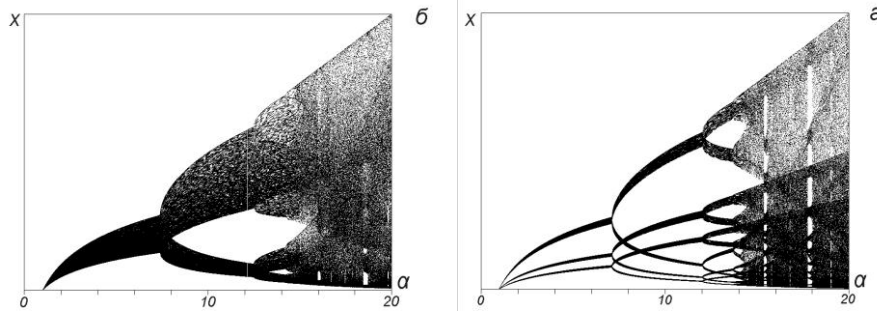


Рис. 3. Біфуркаційна діаграма відображення (2) при стохастичних флуктуаціях  $\beta$ : а) амплітуда флуктуацій значно менше  $\beta_0$  ( $\beta_0 = 1, 2, 3$ ); б) амплітуда флуктуацій порівняна з  $\beta_0$  ( $\beta_0 = 1$ )

У випадку, коли  $\varphi(t)$  є стохастичним періодичним дискретним сигналом (коефіцієнти  $a_k$  і  $b_k$  у виразі (4), початкова фаза і тривалість сигналу – випадкові рівномірно розподілені числа), вигляд біфуркаційної діаграми визначається, як і в попередньому випадку, співвідношенням між постійною складовою  $\beta_0$  і амплітудою гармонік, але при цьому повинна виконуватися умова  $N \gg 1$ , тобто біфуркації виявляються тільки у тому випадку, коли крок дискретизації сигналу значно менший його періоду. Якщо амплітуда гармонік значно менше  $\beta_0$  (рис. 4а), кожному значенню  $\beta_0$  на біфуркаційній діаграмі відповідають дві моди, одна з яких значно товща, але її товщина набагато менша, ніж у фазових траєкторіях, що відповідають неперіодичним стохастичним значенням  $\varphi(t)$  з відповідними значеннями  $\beta_0$  (див. рис. 3а). Звернемо увагу те, що відстань між цими двома модами (із зростанням  $\beta_0$  вона зменшується) приблизно дорівнює товщині відповідних смуг на рис. 3а.

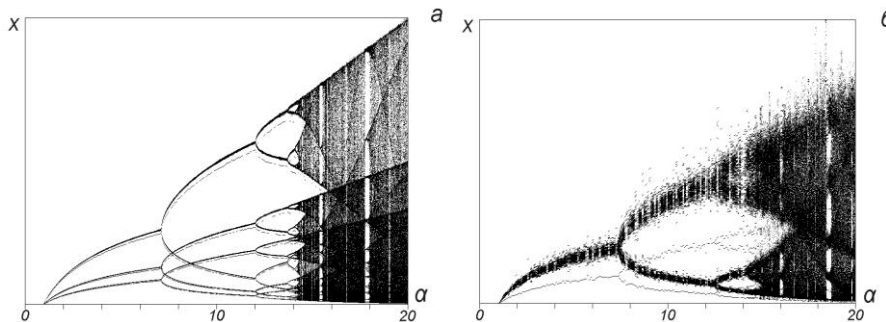


Рис. 4. Біфуркаційна діаграма відображення (2) у разі, коли змінна складова параметру  $\beta$  є випадково-періодичним дискретним сигналом: а) амплітуда гармонік значно менша  $\beta_0$  ( $\beta_0 = 1, 2, 3$ ); б) амплітуда гармонік порівняна з  $\beta_0$  ( $\beta_0 = 1$ )

Бімодальна структура фазових траєкторій зберігається при збільшенні амплітуд гармонік сигналу до значень, порівняних з  $\beta_0$  (рис. 4б). Тут так само спостерігається збіг міжмодального зміщення на рис. 4б і товщини відповідної смуги на рис. 3б, але, на від-

міну від усіх розглянутих вище випадків, слід відзначити розмитість меж фазових траєкторій і зміщення  $\alpha$ -вікон у бік більших значень  $\alpha$ .

Отже, врахування часової залежності параметру, що відповідає за обмеження вільного зростання популяції, навіть у простій моделі Ріккера робить цю модель більш гнучкою і, відповідно, більш адекватною для опису еволюції відкритої нелінійної системи. Але спрощені моделі на кшталт розглянутої дають лише узагальнений опис макроекономічних процесів і не дозволяють переходити з макrorівня на мікрорівень для деталізації перехідних станів системи.

Поєднання в рамках однієї моделі елементів мікрокосму і макрокосму економічної системи дозволило б усунути основну проблему еволюційної економічної теорії – неузгодженість еволюційної мікроекономічної динаміки і макроекономічних процесів самоорганізації. У роботі Занша В.Б. запропонована концептуальна схема синергетичного аналізу економічної динаміки на основі системи диференціальних рівнянь [3]:

$$\frac{dx_{ij}}{dt} = s F_{ij}(x_i, y), \quad \frac{dy_k}{dt} = G_k(x_i, y), \quad (5)$$

де  $x_{ij}$  –  $j$ -та компонента вектора мікроекономічних змінних, що описує стан  $i$ -ого ( $i = 1, \dots, n$ ) агента системи,  $s$  – швидкість встановлення змінних, що характеризує часовий інтервал досягнення ними рівноваги,  $y_k$  –  $k$ -та компонента вектора макроекономічних змінних, функції  $F_{ij}$ ,  $G_k$  вважаються такими, що безперервно диференціюються. Оскільки розмірність системи може бути дуже великою, систему необхідно редукувати. Механізм редукції базується на принципі підлеглості Хакена (теорема Тарасова), згідно з яким поблизу точки біфуркації поведінку системи в цілому визначає невелика кількість змінних, а решта змінних залежать від них ( $\epsilon$  підлеглими). У результаті редукування повинні залишитися декілька універсальних класів рівнянь, що описують макроскопічну поведінку системи.

У роботі Маєвського В. розвивається альтернативний підхід, в основу якого покладено ідею засновника теорії еволюційної економіки Шумпетера, який вважав, що суть економічного розвитку полягає не стільки в накопиченні капіталу і прирості робочої сили, скільки в перерозподілі наявного капіталу і робочої сили з менш ефективних сфер економічної діяльності в більш ефективні [5]. Шумпетер розглядав економіку як набір особливих комбінацій виробничих сил, а економічну еволюцію – як заміну старих комбінацій новими, при якій здійснюється перерозподіл виробничих сил на користь нових комбінацій. Зазначимо, що такий перерозподіл породжує конкуренцію і відбір, а останні є невід’ємними рисами самоорганізації [3].

Маєвський В. вводить поняття макрогенерації як кластера шумпетерівських комбінацій. Процедура визначення макрогенерацій, як і схема (5), має ту ж саму проблему – зменшення розмірності системи вихідних диференціальних рівнянь, але проблема полягає в тому, що кількість макрогенерацій і їх параметри апріорі невідомі. Можна піти до цієї проблеми як до задачі квазіоптимізації, що і пропонується у вченого [5], де параметри макрогенерацій визначаються шляхом підбору так, щоб максимально наблизити розрахункову й реальну траєкторії темпів приросту ВВП, для чого сума продуктів усіх макрогенерацій нормується на реальну величину ВВП у моменти появи нових макрогенерацій (періоди економічного підйому). Маєвський В. досить переконливо доводить існування макрогенерацій і їх економічну природу і на цій основі – еволюційний характер макроекономіки, але алгоритм виявлення макрогенерацій відірваний від мікрокосму системи і тому макрогенерації представляються як абстрактно-математичні формування [5].

Модель макрогенерацій можна неформально звести до схеми (5), якщо співставити макроекономічні параметри останньої з параметрами макрогенерацій і ввести для різних типів змінних відповідні швидкості встановлення, наприклад, наступним чином:

$$\frac{dq_{ij}}{dt} = v_k \Psi(q_i, s_i, y_k), \quad \frac{ds_{ij}}{dt} = w_k \Xi(q_i, s_i, y_k), \quad \frac{dy_{kl}}{dt} = G_k(q_1, \dots, q_n, s_1, \dots, s_n, y_k), \quad (6)$$

де  $q_i$ ,  $v_k$  і  $s_i$ ,  $w_k$  – вектор і швидкість встановлення, відповідно, загальних змінних (загальний процес споживання/виробництва) і технологічних змінних (технологічні уклади),  $y_k$  – вектор параметрів  $k$ -ої макрогенерації ( $k = 1, 2, \dots, M$ ), індекси  $j, l$  позначають компоненти відповідних векторів. Тоді, оскільки в еволюційній динаміці Шумпетера загальні змінні встановлюються швидше, ніж технологічні, то макрогенерації можна інтерпретувати як такі еволюційні макропроцеси, для яких швидкості встановлення змінних задовольняють обмеженням:  $v \gg w$  і  $v \sim w$  для старих і молодих макрогенерацій, відповідно. Отже, швидкості встановлення змінних  $v$  і  $w$ , що залежать від різноманітних чинників, є параметрами порядку для даної динамічної моделі.

Суттєвим недоліком схем макроекономічного аналізу, подібних (5) або (6), є те, що використання диференціальних рівнянь приводить до формування систем великої розмірності і, як наслідок, – до необхідності використовувати ті чи інші методи редукування й або ігнорувати прямі взаємодії між елементами системи, або вводити додаткові члени в функціональні форми, що ще більш ускладнює модель. Взагалі, використання систем нелінійних диференціальних рівнянь в якості математичного апарату динамічного моделювання складних систем з практично необмеженою кількістю ступенів свободи недоцільно по причині їх великої розмірності, невеликої точності, залежності рішення від особливостей функцій, що використовуються. Альтернативою для систем диференціальних рівнянь є дискретні різницеві схеми.

## Висновки

Підсумовуючи результати проведеного дослідження, відзначимо, що: 1) оскільки субгармонійний каскад має фрактальну природу, еволюційне моделювання дисипативних економічних систем можна звести до побудови і дослідження фрактальних атракторів їх фазових траєкторій; 2) адекватне відображення біфуркаційних фазових переходів і циклічності економічної динаміки неможливе, якщо в моделі відсутні засоби представлення рефлексивної взаємодії між елементами системи і змінного у часі впливу екзогенних чинників; 3) синергетична модель економічної еволюції повинна поєднувати в одних рамках динаміку мікроскопічних процесів і макроскопічних параметрів.

Подальший розвиток моделювання економічної динаміки на основі синергетичного підходу безумовно пов'язаний з інтеграцією мікроекономічного і макроекономічного напрямків еволюційної економіки в рамках єдиної теорії економічного розвитку Шумпетера. Але, на наш погляд, перехід від абстрактної теорії до прикладних досліджень і моделювання неможливий без відмови від широкого вживання фізичних, біологічних та інших запозичень і розвитку, виходячи з особливостей взаємодії агентів економічних систем, суто економічних схем аналізу з використанням методів еволюційних обчислень і їх програмної реалізації у рамках парадигми апаратного програмування [6].

## Список використаних джерел

1. Benoit B. Mandelbrot A Multifractal Walk Down Wall Street.// Scientific American, Feb 1999, p. 50-53.
2. Егоров Д. Моделирование финансовых рынков: синергетический подход / Егоров Д. // Мировая экономика и международные отношения. – 2007. – №5. – С. 31-36.
3. Занг В.Б. Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории: пер. с англ. / Занг В.Б. – М.: Мир, 1999. – 335 с.



4. Лебедев В.В. Компьютерное моделирование рыночных механизмов [Электронный ресурс] / Лебедев В.В. – Режим доступа: [http://vivovoco.rsl.ru/VV/JOURNAL/NATURE/12\\_01/MODEC.HTM](http://vivovoco.rsl.ru/VV/JOURNAL/NATURE/12_01/MODEC.HTM).
5. Маевский В. Введение в эволюционную макроэкономику / Маевский В. – М.: Издательство «Япония сегодня», 1997. –106 с.
6. Непейвода Н.И. Стили и методы программирования / Непейвода Н.И. – М.: Интернет-университет информационных технологий, 2005. – 316 с.
7. Сайт С.П. Курдюмова [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://spkurdyumov.narod.ru>.
8. Серков Л.А. Синергетическая модель экономического роста с учетом слияний и поглощений компаний [Электронный ресурс] / Серков Л.А. – Режим доступа: <http://spkurdyumov.narod.ru>.
9. Чернавский Д. С. Сопоставление математических основ классической и эволюционной экономики / Чернавский Д. С. // Эволюционная теория, инновации и экономические изменения: доклады и выступления участников международного симпозиума. – М., 2005. – С. 27–54.
10. Эбелинг Вернер Физика процессов эволюции: пер. с нем. Ю. А. Данилова / Эбелинг Вернер, Эягель Андреас, Фяйстель Райнер. – М.: Эдиторнал УРСС, 2001. – 328 с.