

20. Runsheng Tang. Installation Design of Solar Panels with Seasonal Adjustment of Tilt-Angles / Runsheng Tang, Xinyue Liu // Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference. – 2010. – P. 1-4.
21. Murat Kaciraa. Determining optimum tilt angles and orientations of photovoltaic panels in Sanliurfa, Turkey / Murat Kaciraa, Mehmet Simsekb, Yunus Baburc, Sedat Demirkolc // Renewable Energy. – 2004. – Vol. 29. – №8. – P. 1265-1275.
22. Lee C.-Y. Sun Tracking Systems: A Review / Lee C.-Y., Chou P.-C., Chiang C.-M., Lin C.-F. // Sensors. – 2009. – Vol. 9. – №5. – P. 3875-3890.
23. Nelson A. Kelly. Increasing the solar photovoltaic energy capture on sunny and cloudy days / Nelson A. Kelly, Thomas L. Gibson // Solar Energy. – 2011. – Vol. 85. – №1. – P. 111-125.
24. Nelson A. Kelly. Improved photovoltaic energy output for cloudy conditions with a solar tracking system / Nelson A. Kelly, Thomas L. Gibson // Solar Energy. – 2009. – Vol. 83. – №11. – P. 2092-2102.
25. Mila Pucar. The effect of diffuse/indirect light on the energy gain of solar thermal collectors / Mila Pucar, Aleksandar Despic // Renewable Energy. – 2005. – Vol. 30. – №11. – P. 1749-1758.
26. Sun_position.m: MatlabCentral / V. Roy // Режим доступу: <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/4605>.

УДК 621.317.35

А.О. Ковтун, канд. фіз.-мат. наук

О.В. Рогоза, канд. фіз.-мат. наук

Чернігівський державний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

ВИМІРЮВАННЯ ФАЗОВИХ І ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛИВАНЬ

Запропоновано новий підхід до визначення фазового зсуву між сигналами, що надходять від одного джерела чи різних джерел і подаються на входи осцилографа.

Вступ. Методи оцінки фазових зсувів в електричних колах і пристроях та вимірювання частоти за допомогою електронного осцилографа до цього часу розроблені достатньо. Але неоднозначність трактувань деяких понять, їх невизначеність у різних літературних джерелах змушує звернутись до обговорення й уточнення окремих методів осцилографічних вимірювань з метою підвищення їх ефективності.

Звернемось до найбільш поширеного методу вимірювань частоти і зсуву фаз коливань за допомогою фігур Ліссажу. Для одержання таких фігур на екрані електронно-променевої трубки осцилографа, як відомо, на його входи «х» і «у» подають окремі сигнали, що можуть походити або від одного джерела, або від різних джерел.

Розглянемо особливості осцилографічних вимірювань для кожного з випадків. Нехай маємо гармонічні коливання:

$$U = U_1 \sin(\omega_1 t + \alpha_1); \quad (1)$$

$$U = U_2 \sin(\omega_2 t + \alpha_2). \quad (2)$$

1. Сигнали на входи осцилографа надходять від одного джерела, $\omega_1 = \omega_2 = \omega$.

Регулюванням підсилення у каналах осцилографа на його екрані утворюється стійке зображення еліпса, вписаного у квадрат із стороною $2r$ (рис. 1), де r – амплітудні відхилення променя на екрані по горизонталі і вертикалі.

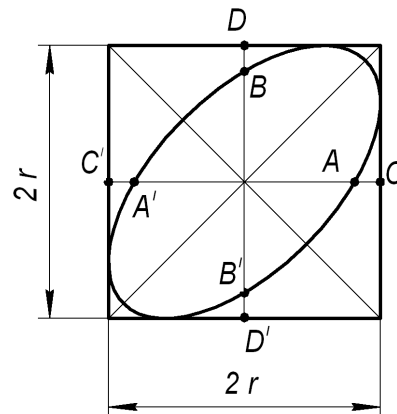


Рис. 1. Еліпс, вписаний у квадрат

Співвідношення між осями еліпса і нахил великої осі до горизонталі визначається різницею повних фазових кутів першого і другого коливань:

$$\Psi_1 - \Psi_2 = (\omega t + \alpha_1) - (\omega t + \alpha_2) = \alpha_1 - \alpha_2 = \varphi.$$

Рівняння еліпса у прямокутній системі координат:

$$y = x \cos \varphi + \sqrt{r^2 - x^2} \sin \varphi, \quad (3)$$

де x і y – координати точок еліпса.

Аналіз рівняння (3) дозволяє обчислювати фазовий зсув між коливаннями за виразами:

$$\varphi = \arcsin \frac{AA'}{CC'}, \quad (4)$$

$$\text{або } \varphi = \arcsin \frac{BB'}{DD'}. \quad (5)$$

Для оперативного визначення фазових зсувів можна використати прозору сітку з нанесеними поділками вздовж координатних осей (рис. 2).

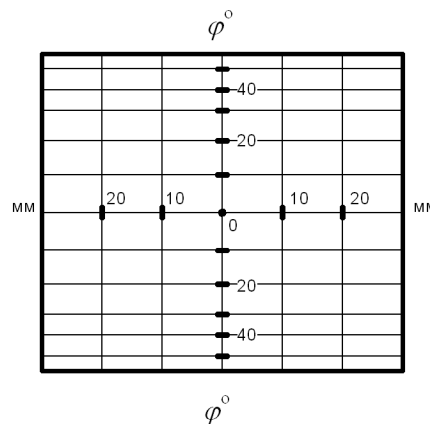


Рис. 2. Вигляд прозорої сітки для накладання на екран осцилографа

На горизонтальній осі нанесені міліметрові поділки, на вертикальній осі – поділки, що відповідають кутам φ і які розраховані на основі виразу (5). Обмежимося кутами $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$. Сітка накладається на екран. Розмір і положення еліпса регулюються так, щоб він вписувався у квадрат, як показано на рис. 1. Кут φ наближено можна визначити за точками перетину еліпса з вертикальною віссю сітки. Для більш точного розрахунку фазового зсуву користуються виразом (4).

При кутах $\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ точність визначення кута різко знижується.

Методи та результати. Більш ефективним, на наш погляд, є інший варіант визначення кута φ . Для цього зробимо поворот осей на кут 45° . Виконаємо перетворення виразу (3) для переходу в іншу систему координат x_1, y_1 . Маємо канонічне рівняння еліпса:

$$\frac{x_1^2}{2r^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}} + \frac{y_1^2}{2r^2 \sin^2 \frac{\varphi}{2}} = 1. \quad (6)$$

Велика вісь еліпса $2a = 2\sqrt{2} r \cos \frac{\varphi}{2}$, мала вісь еліпса $2b = 2\sqrt{2} r \sin \frac{\varphi}{2}$. Звідси:

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{b}{a}, \text{ або } \varphi = 2 \operatorname{arctg} \frac{b}{a}. \quad (7)$$

Як і у попередньому випадку можна використати раніше виготовлену сітку (рис. 3).

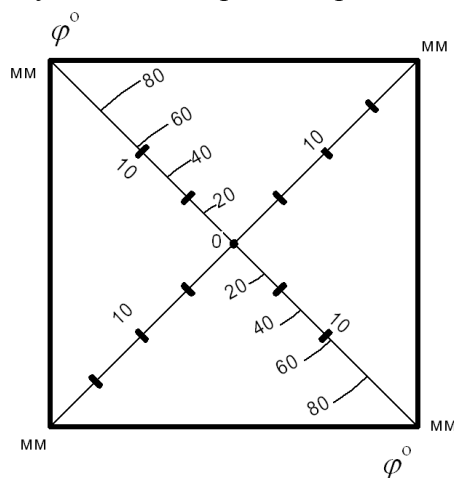


Рис. 3. Видгляд прозорої сітки з осями, повернутими на кут 45°

Вздовж діагоналі квадрата, на якій відкладається мала вісь еліпса, поділки наносяться в міліметрах і у градусах, на другій діагоналі – поділки у міліметрах.

Правила встановлення сітки також, як і у попередньому випадку. Кут φ відлічується за точкою перетину еліпса з діагоналлю квадрата, по якій відкладається мала вісь еліпса. Для більш точного визначення кута фазового зсуву слід користуватись виразом (7).

2. Сигнали надходять від різних джерел.

У певний момент часу $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Внаслідок зміни температури джерел сигналів, зміни або стрибків напруги джерел та ін., частоти досліджуваних сигналів можуть мати відхилення у часі від середнього значення частоти ω :

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega + \Delta \omega_1, \\ \omega_2 &= \omega + \Delta \omega_2, \end{aligned}$$

де $\Delta \omega_1$ і $\Delta \omega_2$ – величини миттєвих відхилень частот сигналів від частоти ω .

Різниця повних фазових кутів у будь-який момент часу:

$$\psi_1 - \psi_2 = [(\omega + \Delta \omega_1) t + \alpha_1] - [(\omega + \Delta \omega_2) t + \alpha_2] = \varphi + \Delta \varphi, \quad (8)$$

де $\Delta \varphi$ є функція часу і приймає значення у межах від нуля до $(\omega_{1max} + \omega_{2max}) t$.

Це приводить до трансформації еліпса під час досліджень, яка буде тим більша, чим більші значення $\Delta \omega_1$ і $\Delta \omega_2$. Визначення фазового зсуву в такому випадку практично неможливою. Для прикладу наводимо форми фігур для деяких значень $\psi_1 - \psi_2$ (рис. 4). Фігури можна використовувати для порівняння частот сигналів.



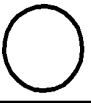


$\psi_1 - \psi_2$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
					

Рис. 4. Форми фігур для деяких значень повних фазових кутів

3. Сигнали значно відрізняються за частотою, $\omega_1 \neq \omega_2$.

Якщо частоти досліджуваних коливань відносяться як цілі числа, то на екрані осцилографа виникають більш складні фігури, деякі з них для різних співвідношень частот $f_x : f_y$ наведені на рисунку 5.



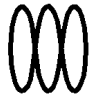









$f_x : f_y$	1:2	2:1	1:3	2:3
Види фігур				
				
				

Рис. 5. Вигляд деяких фігур Ліссажу для різних співвідношень частот

Ці фігури, з вищезазначених причин, не стійкі. Швидкість зміни форми фігури визначається діапазоном частот сигналів і коефіцієнтом їх нестабільності $\gamma = \Delta f / f$.

Про вимірювання фазових зсувів для таких коливань говорити не можна, так як фазові зсуви можна визначити як різницю повних фазових кутів коливань, яка у будь-який момент часу залишається постійною. Все ж, у деяких навчальних посібниках, наприклад, [1], [2], [3], приводяться фігури Ліссажу для різних співвідношень частот і вказується кут зсуву фаз, що відповідає певній фігурі.

Список використаних джерел

1. Кучерук І. М. Загальний курс фізики: навч. посіб.: у 3 т. Т. 1: Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка / І. М. Кучерук, І. Т. Горбачук, П. П. Луцик; за ред. І. М. Кучерука. – К.: Техніка, 2006. – 532 с.: іл.
2. Трофимова Т. И. Курс физики: учебное пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 2-е изд., перераб. и дополн. – М.: Высш. шк., 1990. – 478 с.: ил.
3. Савельев И. В. Курс общей физики: учеб. пособ.: в 3-х т. Т. 1: Механика. Молекулярная физика / И. В. Савельев. – 3-е изд., испр. – М.: Наука, 1986. – 432 с.: ил.