

УДК 621.391

С.В. Зайцев, канд. техн. наук

Чернігівський державний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

В.В. Приступа, аспірант

Інститут телекомунікацій та глобального інформаційного простору Національної академії наук України, м. Київ, Україна

В.М. Василенко, магістр

Чернігівський державний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

ОЦІНЮВАННЯ ЗАВАДОЗАХИЩЕНОСТІ БЕЗПРОВІДНИХ МЕРЕЖ ІЗ СИГНАЛАМИ OFDM З ВНУТРІБІТОВОЮ ПСЕВДОВИПАДКОВОЮ ПЕРЕБУДОВОЮ ПІДНЕСУЧИХ ЧАСТОТ

С.В. Зайцев, канд. техн. наук

Черниговский государственный технологический университет, г. Чернигов, Украина

В.В. Приступа, аспирант

Институт телекоммуникаций и глобального информационного пространства Национальной академии наук Украины, г. Киев, Украина

В.М. Василенко, магистр

Черниговский государственный технологический университет, г. Чернигов, Украина

ОЦЕНКА ПОМЕХОЗАЩИЩЕННОСТИ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ С СИГНАЛАМИ OFDM С ВНУТРИБИТОВОЙ ПСЕВДОСЛУЧАЙНОЙ ПЕРЕСТРОЙКОЙ ПОДНЕСУЩИХ ЧАСТОТ

S.V. Zaitsev, Candidate of Technical Sciences

Chernihiv State Technological University, Chernihiv, Ukraine

V.V. Prystupa, post-graduate student

Institute of Telecommunications and Global Information Space of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

V.M. Vasylenko, master

Chernihiv State Technological University, Chernihiv, Ukraine

INTERFERENCE EVALUATION OF STABILITY OF WIRELESS NETWORKS WITH OFDM SIGNALS WITH INTERNAL BIT PSEUDO-RANDOM PERMUTATIONS OF SUB-CARRIERS

Отримано аналітичні залежності для розрахунку середньої ймовірності бітової помилки в безпроводних мережах і сигналами OFDM з внутрібітовою псевдовипадковою перебудовою піднесучих частот, що дозволяють оцінити завадозахищеність цих мереж за умов впливу організованих завад.

Ключові слова: технологія OFDM, розширення спектра, завадозахищеність.

Получены аналитические зависимости для расчета средней вероятности битовой ошибки в беспроводных сетях с сигналами OFDM с внутривитовой псевдослучайной перестройкой поднесущих частот, которые позволяют оценить помехозащищенность этих сетей в условиях воздействия организованных помех.

Ключевые слова: технология OFDM, расширение спектра, помехозащищенность.

We obtain analytical expressions for the calculation of the average bit error rate in wireless networks with OFDM signals with in a pseudo-random bit permutation of sub-carriers which allow us to estimate noise immunity of these networks under the influence of organized interference.

Key words: technology OFDM, spread spectrum, interference stability.

Постановка проблеми. На сьогодні фізичний рівень відомчих безпроводних мереж ґрунтується на використанні технологій розширення спектра сигналів та корегувальних кодів [1; 2]. До основних методів розширення спектра сигналів, які широко застосовуються у сучасних безпроводних мережах, відносяться метод безпосередньої модуляції несучої псевдовипадковою послідовністю та метод псевдовипадкової перебудови робочої частоти (ППРЧ) [1; 2]. Розширення спектра є спосіб передачі, при якому сигнал займає смугу частот більш широку в порівнянні зі смугою, мінімально необхідною для передачі інформації; розширення смуги частот сигналу забезпечується спеціальним кодом, який не залежить від інформації, що передається; для подальшого звуження смуги частот

сигналу і відтворення даних у приймальному пристрої також використовується спеціальний код, який аналогічний коду в передавачі і синхронізований з ним. Безпроводні мережі, в яких застосовуються сигнали з розширенням спектра, мають певні переваги: підвищена завадостійкість, енергетична скритність, здатність протистояти навмисним завадам. Під завадозахищеністю розуміється здатність мережі забезпечувати задані показники достовірності передачі інформації в умовах впливу шуму та навмисних завад.

Аналіз досліджень і публікацій. Сучасні засоби відомчих безпроводних мереж для підвищення достовірності передачі інформації застосовують розширення спектра методом безпосередньої модуляції несучої псевдовипадковою послідовністю та метод псевдовипадкової перебудови робочої частоти як коригувальні коди застосовуються коди Ріда-Соломона. Аналіз характеристик зазначених засобів показав, що вони мають порівняно низьку завадозахищеність та пропускну спроможність [1; 2].

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. Пропонується для підвищення пропускну спроможності безпроводних мереж спеціального призначення використовувати адаптивну технологію ортогонально-частотного мультиплексування OFDM (Orthogonal frequency-division multiplexing). Але у зв'язку з тим, що безпроводні системи працюють в умовах навмисних завад, виникає необхідність додатково застосовувати методи розширення спектра сигналів, а саме – внутрібітову псевдовипадкову перебудову піднесучих частот (ПППЧ) сигналу OFDM. Виникає завдання дослідження засобів безпроводних мереж з використанням сигналів OFDM з внутрібітовою псевдовипадковою перебудовою піднесучих частот.

Мета статті. Метою роботи є дослідження характеристик завадозахищеності безпроводних мереж із сигналами OFDM з внутрібітовою псевдовипадковою перебудовою піднесучих частот.

Виклад основного матеріалу. Система OFDM з внутрібітовою ПППЧ складається з передавальної та приймальної частин. Передавальна та приймальна частини мають у своєму складі такі елементи: кодер (декодер) прямого розширення спектра за допомогою кодів Уолша (розширення/звуження Уолша), модулятор (демодулятор) OFDM з ПППЧ, формувачі псевдовипадкових послідовностей. За допомогою кодів Уолша та модулятора сигналу OFDM з ПППЧ формується саме система OFDM з внутрібітовою ПППЧ.

Основна ідея методу OFDM полягає в тому, що смуга пропускання каналу розбивається на групу вузьких смуг (субканалів), кожна зі своєю піднесучою. На всіх піднесучих сигнал передається одночасно, що дозволяє забезпечити велику швидкість передачі інформації при невеликій швидкості передачі в кожному окремому субканалі [3]. Сигнал OFDM складається із N ортогональних піднесучих, модульованих N паралельними потоками даних.

Формування підканалів з ортогональними піднесучими відбувається за допомогою процедури зворотного дискретного перетворення Фур'є (ДПФ) [3]. На практиці процедури зворотного ДПФ (на передаючій стороні) та прямого ДПФ (на прийомній) реалізуються за допомогою алгоритму швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) та виконуються процесором ШПФ [3].

Для системи OFDM-ПППЧ матрицю зворотного перетворення Фур'є $[W_F^{-1}]_{k,n}$ можна представити виразом:

$$[W_F^{-1}]_{k,n} = e^{j2\pi n[\Xi]_{k,n}/N}, \quad k, n = \overline{0, (N-1)}. \quad (1)$$

Матриця $[W_F^{-1}]_{k,n}$ дозволяє здійснити розширення спектра сигналу методом псевдовипадкової перебудови піднесучої частоти сигналу OFDM. У виразі (1) матриця $[\Xi]_{k,n}$ формує модель стрибків піднесучих частот.

У звичайній схемі OFDM матриця $[\Xi]_{k,n}$ буде мати такий вигляд:

$$[\Xi]_{k,n} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) \\ 0 & 1 & \dots & (N-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & (N-1) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

У цьому випадку $[W_F^{-1}]_{k,n} = [W^{-1}]_{k,n}$:

$$W_F^{-1} = W^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & e^{j2\pi/N} & e^{j4\pi/N} & \dots & e^{j2\pi(N-1)/N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & e^{j2\pi(N-2)/N} & e^{j4\pi(N-2)/N} & \dots & e^{j2\pi(N-1)(N-2)/N} \\ 1 & e^{j2\pi(N-1)/N} & e^{j4\pi(N-1)/N} & \dots & e^{j2\pi(N-1)(N-1)/N} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Матриця $[\Xi]_{k,n}$ отримується таким виразом:

$$[\Xi]_{k,n} = \text{mod}[(f_n + k), (N-1)] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & (N-1) \\ 1 & 2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (N-1) & 0 & \dots & (N-2) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Використовуючи вираз (4), матриця $[W_F^{-1}]_{k,n}$ буде мати такий вигляд:

$$W_F^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j2\pi/N} & e^{j4\pi/N} & e^{j6\pi/N} & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{j2\pi(N-2)(N-2)/N} & e^{j2\pi(N-2)(N-1)/N} & 1 & \dots & e^{j2\pi(N-2)(N-3)/N} \\ e^{j2\pi(N-1)(N-1)/N} & 1 & e^{j2\pi(N-1)/N} & \dots & e^{j2\pi(N-1)(N-2)/N} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Часова вибірка сигналу OFDM з ПППЧ записується таким чином:

$$s(n) = W_F^{-1} X(k). \quad (6)$$

Або для $k, n = \overline{0, (N-1)}$:

$$\begin{bmatrix} s(0) \\ s(1) \\ \vdots \\ s(N-1) \end{bmatrix} = W_F^{-1} \times \begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j2\pi/N} & e^{j4\pi/N} & e^{j6\pi/N} & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{j2\pi(N-2)(N-2)/N} & e^{j2\pi(N-2)(N-1)/N} & 1 & \dots & e^{j2\pi(N-2)(N-3)/N} \\ e^{j2\pi(N-1)(N-1)/N} & 1 & e^{j2\pi(N-1)/N} & \dots & e^{j2\pi(N-1)(N-2)/N} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

На прийомній стороні необхідно виконати зворотні операції вищеописаним способом.

Формування сигналу OFDM з внутрібітовою ПППЧ відбувається за допомогою розширення Уолша.

Нехай $x = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$ – N комплексних модульованих символів, які передаються. Тоді сигнал $[X(k), k = 0, 1, \dots, N]$, який передається на k -й піднесучій та утворений за допомогою кодів Уолша, набуде вигляду:

$$\begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{bmatrix} = R_N \times \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix}, \tag{8}$$

де R_N – це матриця Адамара розміром $N \times N$:

$$R_N = \begin{pmatrix} R_{N/2} & R_{N/2} \\ R_{N/2} & -R_{N/2} \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Перші три матриці Адамара будуть мати такий вигляд:

$$R_1 = [1], R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, R_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Кожен стовбець та кожний рядок матриці Адамара відповідають коду Уолша довжини N . Матриця Адамара – це ортогональна матриця, така, що:

$$R_N^{-1} \times R_N = I_N. \tag{11}$$

Кожний ряд ортогональний усім іншим рядам, кожний стовбець ортогональний усім іншим стовпцям.

Таким чином, сигнал OFDM з внутрібітовою ПППЧ набирає вигляд:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} s(0) \\ s(1) \\ \vdots \\ s(N-1) \end{bmatrix} &= W_F^{-1} \times \begin{bmatrix} X(0) \\ X(1) \\ \vdots \\ X(N-1) \end{bmatrix} = W_F^{-1} \times R_N \times \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{j2\pi/N} & e^{j4\pi/N} & e^{j6\pi/N} & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{j2\pi(N-2)(N-2)/N} & e^{j2\pi(N-2)(N-1)/N} & 1 & \dots & e^{j2\pi(N-2)(N-3)/N} \\ e^{j2\pi(N-1)(N-1)/N} & 1 & e^{j2\pi(N-1)/N} & \dots & e^{j2\pi(N-1)(N-2)/N} \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} R_{N/2} & R_{N/2} \\ R_{N/2} & -R_{N/2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x(0) \\ x(1) \\ \vdots \\ x(N-1) \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{12}$$

На наступному етапі оцінимо завадозахищеність розглянутої моделі.

У роботі розглядаються такі види навмисних завад: шумова загороджувальна завада, шумова завада в частині смуги й завада у відповідь, моделі яких представляють обмежений по смузі адитивний білий гауссівський шум.

В умовах впливу навмисних завад використовується K_s^g субканалів системи OFDM для передачі одного пакета інформації. Якщо навмисні завади відсутні або їх рівень відповідає встановленим рівням, використовується один субканал для передачі одного пакета інформації.

Середню ймовірність бітової помилки системи з сигналами OFDM з внутрібітовою псевдовипадковою перебудовою піднесучих частот можна розрахувати за такою формулою:

$$P_B = \sum_{k=1}^M P_{Bk} + \sum_{l=1}^K P_{Bl}, \quad (13)$$

де P_{Bk} – середня ймовірність бітової помилки в k -му, $k \in \overline{1, M}$, субканалі системи OFDM в умовах впливу тільки білого гауссівського шуму, P_{Bl} – середня ймовірність бітової помилки в l -му, $l \in \overline{1, K}$, наборі субканалів системи OFDM в умовах впливу білого гауссівського шуму та завад, при цьому $M + K = N$.

Розглянемо передачу одного пакета інформації в умовах впливу навмисних завад, використовуючи K_s^g субканалів системи OFDM.

У [4] доведена формула для розрахунку ймовірності помилки на біт при маніпуляційному коді Грея для модуляції ФМ- M , $M > 2$:

$$P_{b1} = P_{b2} = \frac{4}{M} \sum_{j=1}^{M/4} Q\left(\sqrt{2h_m^2} \sin\left[\frac{(2j-1)\pi}{M}\right]\right) \quad (14)$$

для перших двох біт та

$$P_{bi} = \frac{2^{i+1}}{M} \sum_{j=1}^{M/4} (-1)^{\text{ent}\left[\frac{j-1}{2^{k+i-i}}\right]} T\left(\sqrt{2h_m^2} \sin\left[\frac{(2j-1)\pi}{M}\right], \text{ctg}\frac{(2j-1)\pi}{M}\right), \quad (15)$$

при $i \geq 3$, де $h_m^2 = E_m / G_0 = h_0^2 \log_2 M$ – відношення енергії сигналу до спектральної щільності потужності шуму, $h_0^2 = \frac{E_b}{G_0}$, E_b – енергія біта, $M = 2^K$ – розмірність сигнального сузір'я, функція $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$ – функція інтеграла ймовірності,

$T(h, a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^a \exp\left[-\frac{h^2}{2}(1+x^2)\right] \frac{1}{1+x^2} dx$ – функція Д. Оуена, призначена для обчислення функції двовимірного нормального розподілу.

Для визначення середньої ймовірності помилки на біт існує формула [3]:

$$P_B = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K P_{bi}. \quad (16)$$

Для розрахунку ймовірності помилки на біт при модуляції ФМ-2 використовується точна формула [3]:

$$P_B = Q\left(\sqrt{2h_0^2}\right) = Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{G_0}}\right). \quad (17)$$

Відповідно до (14), (16) середня ймовірність помилки на біт при модуляції ФМ-4 визначається:

$$P_B = Q\left(\sqrt{2h_m^2} \sin \frac{\pi}{M}\right) = Q\left(\sqrt{2h_0^2 \log_2 M} \sin \frac{\pi}{M}\right) = Q\left(\sqrt{2 \frac{E_b}{G_0}}\right). \quad (18)$$

Середні ймовірності бітової помилки для модуляцій ФМ-2 і ФМ-4 рівні при точних формулах розрахунку.

Для визначення середньої ймовірності бітової помилки для модуляції ФМ-8 визначаються ймовірності P_{b1} , P_{b2} , P_{b3} згідно з (14), (15):

$$P_{b1} = P_{b2} = \frac{1}{2} \left(Q\left(\sqrt{2h_m^2} \sin \frac{\pi}{8}\right) + Q\left(\sqrt{2h_m^2} \sin \frac{3\pi}{8}\right) \right) = \frac{1}{2} \left(Q\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8}\right) + Q\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{3\pi}{8}\right) \right), \quad (19)$$

$$P_{b3} = 2 \left(T\left(\sqrt{2h_m^2} \sin \frac{\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8}\right) + T\left(\sqrt{2h_m^2} \sin \frac{3\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}\right) \right) = 2 \left(T\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8}\right) + T\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{3\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}\right) \right). \quad (20)$$

Таким чином, середня ймовірність бітової помилки при модуляції ФМ-8 дорівнює:

$$P_B = \frac{1}{3} \left(Q\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8}\right) + Q\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{3\pi}{8}\right) + 2 \left(T\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8}\right) + T\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{3\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}\right) \right) \right). \quad (21)$$

Під час впливу шумової загороджувальної завади на безпроводну мережу параметр h_0^2 перетвориться в [3]

$$h_{01j}^2 = \frac{E_b}{G_0 + G_j}, \quad (22)$$

де G_j – спектральна щільність потужності навмисної завади.

Для шумової завади в частині смуги параметр h_{02j}^2 буде визначений як [3]:

$$h_{02j}^2 = \frac{E_b}{G_0 + \frac{G_j}{\gamma}}, \quad (23)$$

де γ – частина смуги частот, де є завада.

У випадку застосування постановником завад завади у відповідь h_{03j}^2 буде мати вигляд [3]:

$$h_{03j}^2 = \frac{E_b}{G_0 + G_j}. \quad (24)$$

Однією з важливих характеристик безпроводних мереж із розширенням спектра з погляду завадостійкості є коефіцієнт розширення спектра K_s . Цей коефіцієнт характеризує міру збільшення відношення сигнал-завада в результаті згортання (стиску) розширеної смуги частот радіосигналу й приведення її до смуги частот інформаційного сигналу.

Коефіцієнт розширення спектра K_s сигналу методом псевдовипадкової перебудови піднесучої частоти визначається виразом [3]:

$$K_s^1 = \frac{\Delta F_s}{F_s}, \quad (25)$$

де ΔF_s – смуга частот, займана сигналом, F_s – ширина смуги одного частотного каналу.

Під час розширення спектра методом ППРЧ загальна смуга частот $\Delta F_s \geq \frac{a \cdot M_f}{T_h}$, де

M_f – число частотних каналів, T_h – тривалість стрибка частоти, $\frac{a}{T_h}$ – частотний інтер-

вал, значення якого вибирається з умови більш повного виключення впливу суміжних каналів один на одного [3]. Значення параметра a , як правило, вибирається в межах 1...2. З обліком цього вираз (25) переписується таким чином:

$$K_s^1 = \frac{a \cdot M_f}{T_h \cdot F_s}. \quad (26)$$

Якщо прийняти, що ведеться посимвольна передача зі швидкістю 1 символ/стрибок, $a = 1$, отже $T_h \cdot F_s = 1$, то коефіцієнт розширення спектра K_s буде дорівнювати числу використовуваних частотних каналів M_f засобу радіозв'язку із ППРЧ:

$$K_s^1 = M_f. \quad (27)$$

Відповідно, коефіцієнт розширення спектра з використанням матриць Адамара дорівнює:

$$K_s^2 = N, \quad (28)$$

де N – порядок матриці Адамара.

У випадку сумісного застосування методу ППРЧ та методу розширення спектра на основі матриць Адамара, коефіцієнт розширення спектра в гібридній схемі дорівнює добутку коефіцієнтів розширення спектра, які отримуються окремо для кожного з методів:

$$K_s^g = K_s^1 K_s^2 = M_f N. \quad (29)$$

З урахуванням коефіцієнта розширення спектра K_s^g вирази (22), (23) при впливі шумової загороджувальної завади й шумової завади в частині смуги відповідно будуть мати такий вигляд:

$$h_{02j}^2 = \left(\frac{G_0}{E_b} + \frac{\log_2 M \cdot P_j}{K_s^g \cdot P_b} \right)^{-1} = \left(\left(\frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left(\frac{K_s^g \cdot P_b}{P_j \log_2 M} \right)^{-1} \right)^{-1} = \left((h_0^2)^{-1} + \left(\frac{q}{\log_2 M} \right)^{-1} \right)^{-1}, \quad (30)$$

$$h_{03j}^2 = \left(\frac{G_0}{E_b} + \frac{\log_2 M \cdot P_j}{\gamma \cdot K_s^g \cdot P_b} \right)^{-1} = \left(\left(\frac{E_b}{G_0} \right)^{-1} + \left(\frac{\gamma \cdot K_s^g \cdot P_b}{P_j \log_2 M} \right)^{-1} \right)^{-1} = \left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \cdot \frac{q}{\log_2 M} \right)^{-1} \right)^{-1}, \quad (31)$$

де P_b – потужність сигналу, P_j – потужність завади, $q = \frac{K_s^g \cdot P_b}{P_j}$.

При заваді у відповідь коефіцієнт розширення спектра не враховується [1].

Підставивши (30) в (17), (18), (21) замість h_0^2 одержимо точні формули ймовірності бітової помилки для сигналів ФМ-2, ФМ-4, ФМ-8 відповідно при впливі шумової заго-

роджувальної завади на безпроводну мережу з сигналами OFDM з ПППЧ, при цьому використовуються набори із $l \in \overline{1, K}$ субканалів:

– ФМ-2:

$$P_B = Q \left(\sqrt{2 \left((h_0^2)^{-1} + (q)^{-1} \right)^{-1}} \right). \quad (32)$$

– ФМ-4:

$$P_B = Q \left(\sqrt{2 \left((h_0^2)^{-1} + \left(\frac{q}{2} \right)^{-1} \right)^{-1}} \right). \quad (33)$$

– ФМ-8:

$$P_B = \frac{1}{3} \left(\begin{array}{l} Q \left(\sqrt{6 \left((h_0^2)^{-1} + \left(\frac{q}{3} \right)^{-1} \right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8} \right) + Q \left(\sqrt{6 \left((h_0^2)^{-1} + \left(\frac{q}{3} \right)^{-1} \right)^{-1}} \sin \frac{3\pi}{8} \right) + \\ 2 \left(\begin{array}{l} T \left(\sqrt{6 \left((h_0^2)^{-1} + \left(\frac{q}{3} \right)^{-1} \right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8}, \text{ctg} \frac{\pi}{8} \right) \\ + T \left(\sqrt{6 \left((h_0^2)^{-1} + \left(\frac{q}{3} \right)^{-1} \right)^{-1}} \sin \frac{3\pi}{8}, \text{ctg} \frac{3\pi}{8} \right) \end{array} \right) \end{array} \right). \quad (34)$$

Імовірність бітової помилки при впливі шумової завади в частині смуги на безпроводну мережу з сигналами OFDM з ПППЧ (використовуються набори із $l \in \overline{1, K}$ субканалів) буде мати такий вигляд:

$$P_{B1} = (1 - \gamma)P_B + \gamma P_{Bj}. \quad (35)$$

У цій формулі P_B визначається за формулою (17) для ФМ-2, ФМ-4 і за формулою (21) для ФМ-8, а P_{Bj} за допомогою підстановки (31) у (17) замість h_0^2 для ФМ-2, ФМ-4 і (31) у (21) замість h_0^2 для ФМ-8:

– ФМ-2:

$$P_{B1} = (1 - \gamma)Q \left(\sqrt{2h_0^2} \right) + \gamma Q \left(\sqrt{2 \left((h_0^2)^{-1} + (\gamma \cdot q)^{-1} \right)^{-1}} \right). \quad (36)$$

– ФМ-4:

$$P_{B1} = (1 - \gamma)Q \left(\sqrt{2h_0^2} \right) + \gamma Q \left(\sqrt{2 \left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \cdot \frac{q}{2} \right)^{-1} \right)^{-1}} \right). \quad (37)$$

– ФМ 8:

$$\begin{aligned}
P_{B1} = & (1-\gamma) \frac{1}{3} \left[\begin{aligned} & Q\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8}\right) + Q\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{3\pi}{8}\right) + \\ & 2\left(T\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8}\right) + T\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{3\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}\right)\right) \end{aligned} \right] + \\
& + \gamma \frac{1}{3} \left[\begin{aligned} & Q\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \cdot \frac{q}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8}\right) + Q\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \cdot \frac{q}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{3\pi}{8}\right) + \\ & T\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \cdot \frac{q}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8}\right) + \\ & + 2\left(T\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \cdot \frac{q}{3}\right)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{3\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}\right)\right) \end{aligned} \right]. \quad (38)
\end{aligned}$$

При впливі завади у відповідь ймовірність бітової помилки визначається:

$$P_{B2} = (1-\gamma)P_B + \gamma P_{Bj}. \quad (39)$$

У цій формулі P_B визначається за формулою (17) для ФМ-2, ФМ-4 і за формулою (21) для ФМ-8, а P_{Bj} за допомогою підстановки (24) у (17) для ФМ-2, ФМ-4 і в (21) для ФМ-8:

– ФМ-2, ФМ-4:

$$P_{B2} = (1-\gamma)Q\left(\sqrt{2h_0^2}\right) + \gamma Q\left(\sqrt{2\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1}}\right). \quad (40)$$

– ФМ-8:

$$\begin{aligned}
P_{B2} = & (1-\gamma) \frac{1}{3} \left[\begin{aligned} & Q\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8}\right) + Q\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{3\pi}{8}\right) + \\ & 2\left(T\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8}\right) + T\left(\sqrt{6h_0^2} \sin \frac{3\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}\right)\right) \end{aligned} \right] + \\
& + \gamma \frac{1}{3} \left[\begin{aligned} & Q\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8}\right) + Q\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{3\pi}{8}\right) + \\ & 2\left(T\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8}\right) + T\left(\sqrt{6\left((h_0^2)^{-1} + (h_j^2)^{-1}\right)^{-1}} \sin \frac{3\pi}{8}, \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{8}\right)\right) \end{aligned} \right], \quad (41)
\end{aligned}$$

де $h_j^2 = \frac{E_b}{G_j}$ – відношення енергії біта до спектральної щільності потужності завади.

Аналогічним чином отримуються аналітичні залежності для розрахунку середньої ймовірності бітової помилки при впливі шумової загороджувальної завади, шумової завади в частині смуги та завади у відповідь на безпроводну мережу з сигналами OFDM з ПППЧ під час використання в субканалах модуляції КАМ-16, КАМ-64. Так, при впливі шумової завади в частині смуги, отримуємо такі математичні залежності:

– КАМ-16:

$$P_{b1} = (1 - \gamma) \left(\frac{1}{2} \left(3Q \left(\sqrt{\frac{4}{9} h_0^2} \right) + 2Q \left(3 \sqrt{\frac{4}{9} h_0^2} \right) - Q \left(5 \sqrt{\frac{4}{9} h_0^2} \right) \right) \right) +$$

$$+ \gamma \frac{1}{2} \left(\begin{array}{l} 3Q \left(\sqrt{\frac{4}{9} \left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \frac{q}{4} \right)^{-1} \right)^{-1}} \right) + 2Q \left(3 \sqrt{\frac{4}{9} \left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \frac{q}{4} \right)^{-1} \right)^{-1}} \right) - \\ - Q \left(5 \sqrt{\frac{4}{9} \left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \frac{q}{4} \right)^{-1} \right)^{-1}} \right) \end{array} \right). \quad (42)$$

– КАМ-64:

$$P_{b1} = (1 - \gamma) \left(\frac{7}{6} Q \left(\sqrt{\frac{6}{49} h_0^2} \right) + Q \left(3 \sqrt{\frac{6}{49} h_0^2} \right) - \frac{1}{6} Q \left(4 \sqrt{\frac{6}{49} h_0^2} \right) - \frac{1}{6} Q \left(5 \sqrt{\frac{6}{49} h_0^2} \right) \right) +$$

$$+ \gamma \left(\begin{array}{l} \frac{7}{6} Q \left(\sqrt{\frac{6}{49} \left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \frac{q}{6} \right)^{-1} \right)^{-1}} \right) + Q \left(3 \sqrt{\frac{6}{49} \left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \frac{q}{6} \right)^{-1} \right)^{-1}} \right) \\ - \frac{1}{6} Q \left(4 \sqrt{\frac{6}{49} \left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \frac{q}{6} \right)^{-1} \right)^{-1}} \right) - \frac{1}{6} Q \left(5 \sqrt{\frac{6}{49} \left((h_0^2)^{-1} + \left(\gamma \frac{q}{6} \right)^{-1} \right)^{-1}} \right) \end{array} \right). \quad (43)$$

Висновки і пропозиції. У статті отримано аналітичні залежності для розрахунку середньої ймовірності бітової помилки в безпроводних мережах із сигналами OFDM з ПППЧ з урахуванням впливу навмисних завад, що дозволяють кількісно оцінити завадозахищеність безпроводних мереж.

Аналіз завадозахищеності безпроводних мереж із сигналами OFDM з ПППЧ показав, що зі збільшенням коефіцієнта розширення спектра в запропонованій гібридній схемі підвищуються завадозахищеність безпроводних мереж в умовах впливу потужних організованих завад.

Напрямок подальших досліджень вважається дослідження характеристик завадозахищеності безпроводних мереж із сигналами OFDM та ПППЧ з використанням різних коригувальних кодів.

Список використаних джерел

1. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты / В. И. Борисов, В. М. Зинчук, А. Е. Лимарев и др. – М. : Радио и связь, 2000. – 384 с.
2. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / В. И. Борисов, В. М. Зинчук, А. Е. Лимарев и др. – М. : Радио и связь, 2003. – 640 с.
3. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр. – 2-е издание. – М. : Вильямс, 2003. – 1104 с.
4. Бураченко Д. Л. Сигнальные конструкции. Приложения : учебное пособие : ч. 3 / Д. Л. Бураченко, Н. В. Савищенко. – СПб., 2005. – С. 3-28.