

РОЗДІЛ I. МЕХАНІКА

УДК 539.3

О.О. Балюнов, канд. фіз.-мат. наук

Чернігівський національний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

ДОСЛІДЖЕННЯ МАГНІТОПРУЖНОГО СТАНУ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПАНЕЛІ ЗАЛЕЖНО ВІД РАДІУСА

А.А. Балюнов, канд. фіз.-мат. наук

Черниговский национальный технологический университет, г. Чернигов, Украина

ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТОУПРУГОГО СОСТОЯНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ РАДИУСА

Oleksii Baliunov, PhD in Physical and Mathematical Sciences

Chernihiv National University of Technology, Chernihiv, Ukraine

STUDIES OF THE MAGNETIC-ELASTIC STATE OF THE CYLINDRICAL PANEL DEPENDING ON THE RADIUS

У межах геометрично нелінійної теорії тонких оболонок досліджується зв'язана задача магнітопружності. Пов'язані поля в ізотропних середовищах зумовлені тензором натягів Максвелла і силою Лоренца. Оцінено кількісний і якісний вплив параметрів магнітного поля залежно від геометрії деформованого тіла. Результати дозволяють оптимізувати пружно-деформований стан панелі за заданими зовнішніми навантаженнями, що може знайти широке застосування на практиці, зокрема в задачах електромагнітного екранування.

Ключові слова: теорія тонких оболонок, задача магнітопружності, електромагнітне поле.

В рамках геометрически нелинейной теории тонких оболочек исследуется связанная задача магнитоупругости. Связанные поля в изотропных средах обусловлены тензором напряжений Максвелла и силой Лоренца. Оценено количественное и качественное влияние параметров магнитного поля в зависимости от геометрии деформированного тела. Результаты позволяют оптимизировать напряженно-деформированное состояние панели по заданным внешним нагрузкам, что может найти широкое применение на практике, в частности в задачах электромагнитного экранирования.

Ключевые слова: теория тонких оболочек, задача магнитоупругости, электромагнитное поле.

The related problem of magnetic elasticity is studied in the framework of geometrically nonlinear theory of thin shells. Linked fields in isotropic medium are specified by Maxwell tensor of tension and the Lorentz force. Quantitative and qualitative impact of these forces on the deformed body in the magnetic field is reviewed depending on the radius. The results allow to optimize the stress-strain state of the panel for given external loads, which can be widely applied in practice, particularly in problems of electromagnetic shielding.

Key words: the theory of thin shells, the problem of magnetic elasticity, electromagnetic field.

Постановка проблеми. Однією із галузей механіки сполучених полів є теорія магнітопружності. Якщо тіло, що знаходиться в сильному магнітному полі, привести в стан руху під дією зовнішнього навантаження, то разом з полем деформацій утворюється індуктивне магнітне поле. Обидва поля пов'язані, впливаючи одне на одне.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження ефектів взаємодії механічних полів деформування з електромагнітними полями детально висвітлюються в роботах [1; 7; 9]. Пов'язані задачі магнітопружності тонких оболонок і пластин розглядаються в геометрично нелінійній постановці під дією нестационарних електромагнітних полів.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. В роботах [2; 3] досліджувалась задача щодо оцінки дії на циліндричну панель різних факторів результуючого магнітного поля, таких як зовнішнє магнітне поле, власне магнітне поле, зумовлене стороннім струмом та їх комбінації в поєднанні з дією механічного навантаження. Явища й ефекти, які характерні для пружно-деформованого стану панелі залежно від геометричних параметрів, описані недостатньо.

Мета статті. Метою цієї роботи є визначення впливу зміни радіуса панелі на її пружно-деформований стан у зовнішньому магнітному полі, а також дослідження параметрів електромагнітного поля в таких умовах.

Виклад основного матеріалу. Розглядається пружно-деформований стан довгої циліндричної панелі сталої товщини h , радіуса R , правий контур нерухомо обпертий, лівий – шарнірний і вільний у нормальному напрямку (рис. 1).

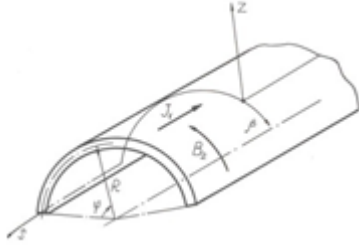


Рис. 1. Циліндрична панель у магнітному полі

На панель діє стале зовнішнє магнітне поле з індукцією $\vec{B}^{ex} = \{0; B_2^{ex}; 0\}$, вектор механічного навантаження $\vec{p} = \{0; 0; p_3\}$, наближений розподіл магнітного поля на поверхні панелі $B_2^+ = B_{20}^+ + B_2^{ex} - (B_{30} - B_3)g_2$, де B_{20}^+ – компоненти магнітної індукції початкового власного магнітного поля, зумовленого електричним струмом. Розв’язувальна система диференціальних рівнянь у нормальному вигляді Коші [8] має вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial \beta} &= \frac{1-v^2}{Eh} N_2 - \frac{w}{R} - \frac{g_2^2}{2}; & \frac{\partial Q_2}{\partial \beta} &= \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{N_2}{R} - \rho f_3 - p_3; \\ \frac{\partial w}{\partial \beta} &= \frac{v}{R} - g_2; & \frac{\partial M_2}{\partial \beta} &= N_2 g_2 + Q_2 + \frac{\rho h^3}{12} \frac{\partial^2 g_2}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial g_2}{\partial \beta} &= \frac{12(1-v^2)}{Eh^3} M_2; & \frac{\partial B_3}{\partial \beta} &= \sigma \mu \left(E_1 + \frac{\partial v}{\partial t} B_3 - \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial t} (B_2^+ + B_2^-) \right) + \mu J_1; \\ \frac{\partial N_2}{\partial \beta} &= \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{Q_2}{R} - \rho f_2; & \frac{\partial E_1}{\partial \beta} &= \frac{\partial B_3}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

де β – координата дуги, v, w – переміщення та вигин, N_2, Q_2, M_2 – відповідно нормальне тангенціальне та поперечне зусилля в перерізі $\beta = const$, згинаючий момент, g_2 – кут повороту нормалі до серединної поверхні в перерізі, нормальному до напрямної, E_1 – компонента вектора напруження електричного поля; ρ – густина матеріалу пластини; E, ν – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона; μ, σ, J_1 – магнітна проникність, електропровідність та компонента вектора густини стороннього струму, t – час. Вирази для компонент пондеромоторної сили Лоренца

$$\begin{aligned} \rho f_2 &= \sigma h (B_2^{ex} + B_3 g_2) - \sigma h \frac{\partial v}{\partial t} \left(B_3^2 + (B_2^{ex})^2 + 2B_2^{ex} B_3 g_2 + B_3^2 g_2^2 \right) - \sigma h E_1 B_3, \\ \rho f_3 &= \sigma h \frac{\partial v}{\partial t} (B_2^{ex} + B_3 g_2) B_3 - \sigma h \frac{\partial w}{\partial t} \left((B_2^{ex})^2 + 2B_2^{ex} B_3 g_2 + B_3^2 g_2^2 \right) + \sigma h E_1 (B_2^{ex} + B_3 g_2). \end{aligned} \quad (2)$$

Граничні умови запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} v = Q_2 = M_2 = 0, E_1 = \frac{\partial w}{\partial t} (B_2^{ex} + B_3 g_2) - \frac{\partial v}{\partial t} B_3 \text{ при } \beta = \beta_0; \\ v = w = g_2 = E_1 = 0 \text{ при } \beta = \beta_N. \end{aligned} \quad (3)$$

Методика розв’язання. Процес руху пластинки розіб’ємо на окремі малі за часом етапи і розглянемо деформування пластинки, послідовно розв’язуючи задачі на кожному проміжку часу з використанням стійкої скінченно-ривницевої схеми Ньюмарка

$$\ddot{x}^{t+\Delta t} = x^t + \dot{x}^t \Delta t + \left[(0,5 - \gamma) \ddot{x}^t + \gamma \ddot{x}^{t+\Delta t} \right] (\Delta t)^2, \quad \dot{x}^{t+\Delta t} = \dot{x}^t + 0,5 (\ddot{x}^t + \ddot{x}^{t+\Delta t}) \Delta t,$$

де Δt – крок інтегрування, γ – параметр схеми. Тоді система (1) запишеться у вигляді

$$\begin{aligned} \frac{dv}{d\beta} &= \frac{1-v^2}{Eh} N_2 - \frac{w}{R} - \frac{g_2^2}{2}; & \frac{dg_2}{d\beta} &= \frac{12(1-v^2)}{Eh^3} M_2; \\ \frac{dw}{d\beta} &= \frac{v}{R} - g_2; & \frac{dN_2}{d\beta} &= \rho h \ddot{v}^{t+\Delta t} - \frac{Q_2}{R} - \rho f_2; \\ \frac{dQ_2}{d\beta} &= \rho h \dot{w}^{t+\Delta t} + \frac{N_2}{R} - \rho f_3 - p_3; & \frac{dM_2}{d\beta} &= N_2 g_2 + Q_2 + \frac{\rho h^3}{12} \dot{g}_2^{t+\Delta t}; \\ \frac{dB_3}{d\beta} &= \sigma \mu \left(E_1 + \dot{v}^{t+\Delta t} B_3 - \frac{1}{2} \dot{w}^{t+\Delta t} (B_2^+ + B_2^-) \right) + \mu J_1; & \frac{dE_1}{d\beta} &= \dot{B}_3^{t+\Delta t}, \end{aligned} \quad (4)$$

компоненти сили Лоренца

$$\begin{aligned} \rho f_2 &= \sigma h (B_2^{ex} + B_3 g_2) - \sigma h \dot{v}^{t+\Delta t} \left(B_3^2 + (B_2^{ex})^2 + 2B_2^{ex} B_3 g_2 + B_3^2 g_2^2 \right) - \sigma h E_1 B_3, \\ \rho f_3 &= \sigma h \dot{v}^{t+\Delta t} (B_2^{ex} + B_3 g_2) B_3 - \sigma h \dot{w}^{t+\Delta t} \left((B_2^{ex})^2 + 2B_2^{ex} B_3 g_2 + B_3^2 g_2^2 \right) + \sigma h E_1 (B_2^{ex} + B_3 g_2). \end{aligned} \quad (5)$$

Для розв'язку нелінійної граничної задачі (3)–(5) скористаємося методом лінеаризації [4; 6], побудувавши ітераційний процес, на кожному кроці якого розв'язується лінійна гранична задача за схемою

$$d\bar{y}_{k+1}/dx = \Gamma(x, \bar{y}_k)\bar{y}_{k+1} + \vec{f}(x, \bar{y}_k) - \Gamma(x, \bar{y}_k)\bar{y}_k, \text{ де } \Gamma(x, \bar{y}_k) = (\partial \vec{f} / \partial y_1, \partial \vec{f} / \partial y_2, \dots, \partial \vec{f} / \partial y_n).$$

Лінійна гранична задача розв'язувалась з використанням стійкого чисельного методу дискретної ортогоналізації Годунова [5].

При розв'язанні задачі параметри панелі і величини зовнішніх навантажень мали значення: $h = 2 \cdot 10^{-3}$; $\beta_0 = 0$, $\beta_N = 0,375$; $p_3 = 5$; $B_2^{\text{ex}} = -0,3$; $J_1 = 0$, крок інтегрування за часом у схемі Ньюмарка приймався $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$.

Розрахунки проводились для значень радіуса панелі $R = \{0,2; 0,25; 0,275; 0,3\}$ (на рис. 2–4 номери кривих 1–4 відповідно). Вказаним значенням R відповідають значення центрального кута дуги панелі $\varphi = \{107,3^\circ; 85,8^\circ; 78^\circ; 71,5^\circ\}$.

На рис. 2 представлено залежності вигину $w = w(\beta)$ у кінцевий момент часу.

Із рис. 2 випливає, що із збільшенням радіуса панелі при $\beta = \text{const}$ вигин зростає, тобто зі збільшенням φ циліндрична панель стає більш стійкою до дії зовнішніх навантажень. Цей результат не суперечить тому, що ми маємо в дійсності.

Розглянемо, як впливає зміна геометрії на параметри електромагнітного поля. На рис. 3 представлено залежності $\rho f_3 = \rho f_3(\beta)$ у кінцевий момент часу. Отримано, що зі збільшенням радіуса панелі зростають максимальні значення нормальної складової сили Лоренца.

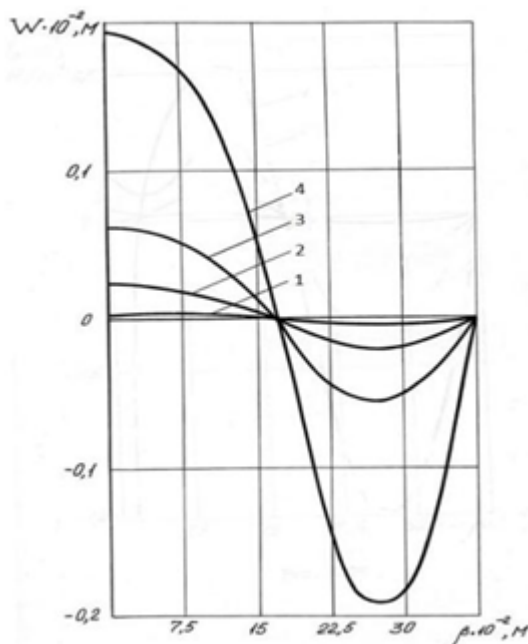


Рис. 2. Значення вигину

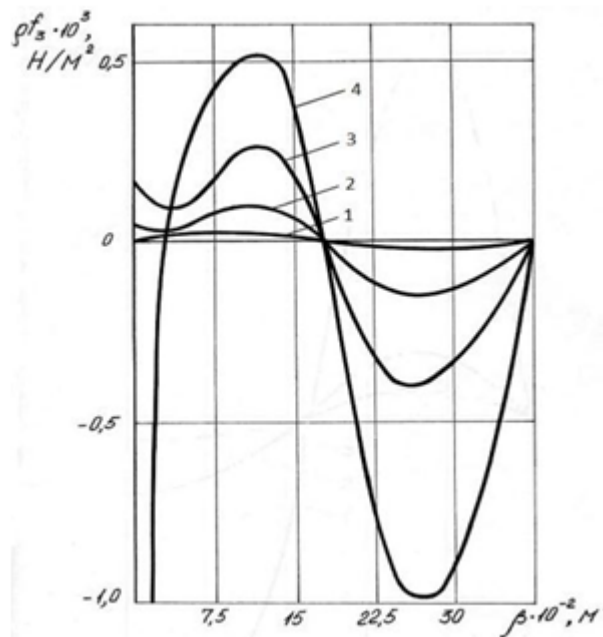


Рис. 3. Значення компоненти сили Лоренца

На рис. 4 представлено залежності $E_1 = E_1(\beta)$ у кінцевий момент часу. Можна зазначити, що поведінка тангенціальної складової вектора напруження електричного поля залежно від β якісно відтворює поведінку нормальної складової сили Лоренца.

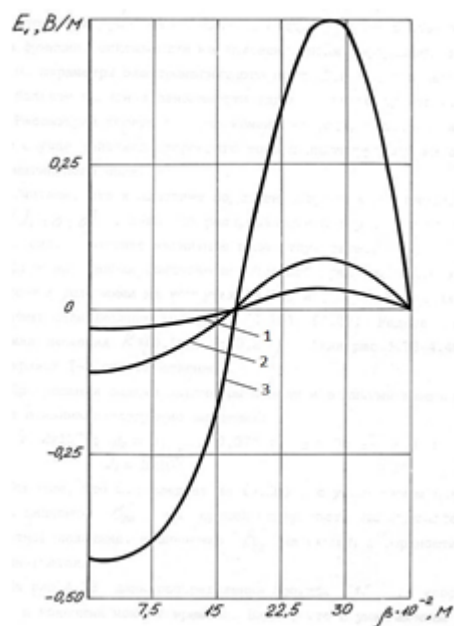


Рис. 4. Значення напруження електричного поля

Висновки і пропозиції. Таким чином, можна зробити висновок про те, що зміна радіуса панелі впливає не тільки на функції, що описують механічні поля деформацій, але також і на параметри електромагнітного поля. Це ще раз підтверджує велике значення зв'язаної задачі магнітопружності. Цей факт необхідно враховувати у сучасних технологіях під час створення конструкційних матеріалів, технічних пристроїв, де виявляються ефекти взаємодії механічних і електромагнітних полів.

Список використаних джерел

1. Амбарцумян С. А. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин / С. А. Амбарцумян, Г. Е. Багдасарян, М. В. Белубекян. – М. : Наука, 1977. – 272 с.
2. Балюнов А. А. Напряженное состояние гибкой проводящей цилиндрической панели в магнитном поле / А. А. Балюнов // Тезисы докладов XV научной конференции молодых ученых Института механики АН УССР. – К., 1990. – 8 с.
3. Балюнов О. О. Оцінка впливу пондеромоторних сил на пружний стан гнучкої циліндричної панелі в магнітному полі / О. О. Балюнов // Вісник Чернігівського національного педагогічного університету ім. Т. Г. Шевченка. – Чернігів : ЧНПУ, 2013. – Вип. 113. – С. 67–70.
4. Беллман Р. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи / Р. Беллман, Р. Калаба. – М. : Мир, 1968. – 184 с.
5. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений / С. К. Годунов // Успехи математических наук. – 1964. – Т. 16, вып. 3 (99). – С. 171–174.
6. Григоренко Я. М. Решение нелинейных задач теории оболочек на ЭВМ / Я. М. Григоренко, А. П. Мукоед. – К. : Вища школа, 1984. – 286 с.
7. Мольченко Л. В. Магнитоупругость нелинейных токнесущих оболочек / Л. В. Мольченко // Магнитоупругость нелинейных токнесущих оболочек и газодинамика струйных течений. – К. : Вища школа, 1989. – С. 3–60.
8. Мольченко Л. В. Математические основы магнитоупругости теории оболочек / Л. В. Мольченко. – К., 1988. – 48 с. – (Препринт/АН УССР. Институт математики: 88.47).
9. Улітко А. Ф. Магнітопружність при динамічному навантаженні / А. Ф. Улітко, Л. В. Мольченко, В. Ф. Ковальчук. – К., 1994. – 155 с.