Міністерство освіти і науки України
ЧЕРНІГІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

# ВИЩА МАТЕМАТИКА

Методичні вказівки
до виконання розрахунково-графічних робіт
для студентів напряму підготовки (спеціальності)
6.170103 «Управління інформаційною безпекою», 125 «Кібербезпека»
денної форми навчання

Обговорено і рекомендовано
на засіданні кафедри
кібербезпеки та математичного моделювання
*Протокол № 8*
*від «19» лютого 2019 р.*

Чернігів ЧНТУ 2019

Вища математика. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт для студентів напряму підготовки (спеціальності) 6.170103 «Управління інформаційною безпекою», 125 «Кібербезпека» денної форми навчання / Укл.: Мехед Д.Б., Ткач Ю.М. – Чернігів: ЧНТУ, 2019. – 51 с.

Укладачі: Мехед Дмитро Борисович, доцент кафедри кібербезпеки та математичного моделювання, кандидат технічних наук, доцент
Ткач Юлія Миколаївна, завідувач кафедри кібербезпеки та математичного моделювання, кандидат технічних наук, доцент

Відповідальний за випуск:
Ткач Юлія Миколаївна, завідувач кафедри кібербезпеки та математичного моделювання, доктор педагогічних наук, доцент

Рецензент: Базилевич Володимир Маркович, доцент кафедри кібербезпеки та математичного моделювання, кандидат економічних наук, доцент

**ЗМІСТ**

## ПЕРЕДМОВА

Метою викладання навчальної дисципліни “Вища математика” є формування базових математичних знань для розв’язування задач у професійній діяльності, вмінь аналітичного мислення та математичного формулювання прикладних задач.

Основними завданнями вивчення дисципліни “Вища математика” є

- надання студентам знань з основних розділів вищої математики;
- підготовка студентів до вивчення загальнопрофесійних та спеціальних дисциплін;
- розвиток у студентів навичок використання математичних методів дослідженнях під час підготовки курсових та дипломних робіт;
- підготовка студентів до науково-дослідної роботи, розробка та аналіз математичних моделей, застосування математичних методів під час розв’язання конкретних завдань галузі.

Запропоновані завдання для індивідуальної (розрахунково-графічної) роботи студентів включають методичні вказівки до виконання, завдання для розрахунку, критерії оцінювання. За допомогою розрахунково-графічної роботи та запропонованих завдань досягається більш глибоке опанування теорії, що здійснюється за допомогою розвитку логічного мислення через вирішення задач та дає змогу студентам осмислити нові для них поняття. Завдання для розрахунку скомпоновані відповідно до розділів робочої програми «Вища математика», ІІІ семестр навчання, що полегшує і робить більш зручною організацію навчального процесу і викладачам, і студентам.

Завдання для розрахунково-графічної роботи студентів можуть використовуватися як для аудиторної, так і домашньої роботи. Вони спрямовані на розвиток у студентів організаційних та аналітичних здібностей, а також уміння користуватися теоретичними посиланнями у вирішенні практичних ситуацій та вміння користуватися статистикою і спеціальною літературою. Завдання  для розрахунково-графічної роботи студентів можуть значною мірою полегшити вивчення дисципліни студентами очної форми навчання.

Під час виконання розрахунково-графічної роботи студенти повинні ознайомитися та вивчити лекційний матеріал, запропонований викладачем. Основою для вивчення є літературні джерела, наведені в даній методичній розробці. За наявності незрозумілих питань студентам рекомендується звернутись за консультаціями до викладача з метою отримання всіх необхідних пояснень щодо організації розрахунково-графічної роботи, виконання розрахункових завдань та пошуку додаткових літературних джерел. Викладачем надаються додаткові роз’яснення та індивідуальні консультації для підвищення компетентності студентів та розширення спектру їх знань з даної дисципліни.

## 1 КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

Розрахунково-графічні завдання виконуються за окремим графіком. Студент самостійно готується до такого заняття за індивідуальним завданням. Обсяг розрахунково-графічної роботи визначається навчальним планом з дисципліни.

З даного курсу розрахунково-графічної робота проводиться у формі виконання індивідуальних завдань з розв’язування різноманітних задач.

Шкала оцінювання знань студентів при виконанні розрахунково-графічної роботи

| **Рівень виконання розрахункової роботи** | **Кількість балів** | |
|---|---|---|
| - завдання розв’язані  повністю і правильно, містять пояснення до розрахунків;<br>- здійснено посилання на нормативну базу; | 9… | 10 |

| | | |
|---|---|---|
| - показано вміння самостійно формулювати висновки за результатами проведеного дослідження;<br>- присутній творчий підхід та використано новітні інформаційні технології. | | |
| - завдання виконані повністю, але при розв'язуванні допущені незначні помилки;<br>- не аргументовано викладено матеріал;<br>- у висновках містяться помилки та недоречності | 6… | 8 |
| - завдання розв'язані, але містять грубі помилки;<br>- завдання розв'язані не у повному обсязі та допущено значні помилки;<br>- не сформульовані висновки за результатами розрахунків | 3… | 5 |
| - завдання виконані частково і неякісно;<br>- записані тільки формули | 0… | 2 |

У зв'язку з тим що, розрахунково-графічна робота містить завдання для розрахунку з різних тем, і може бути виконана після вивчення всіх тем курсу, оцінюється вона після закінчення другого модуля і оцінка за виконання розрахунково-графічної роботи, додається до підсумкової модульної оцінки, переведеної за шкалою ECTS.

## ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

Робота оформляється на листах А4 з однієї сторони, поля: з лівого боку – 20 мм, з правого боку – 10 мм, зверху – 20 мм, знизу – 20 мм. Завдання повинні бути виконані акуратно, розбірливим почерком (або надруковані), з детальними поясненнями та всіма проміжними розрахунками. В кінці розрахункового завдання пишеться висновок (відповідь).

Вимоги до комп’ютерного набору розрахункової роботи:

– текстовий редактор – WORD;

– гарнітура шрифту – Times New Roman;

– кегль шрифту (розмір) – 14;

– міжрядковий інтервал – полуторний;

– абзац – 1,25 см;

– розташування тексту роботи – вирівнювання по ширині;

– міжрядковий інтервал між заголовком (назвою розділу чи підрозділу) і текстом повинна дорівнювати 1 інтервалу.

Приклад оформлення титульної сторінки розрахунково-графічної роботи наведено у Додатку А.

Повністю оформлена і виконана розрахункова робота подається на кафедру в термін, що визначений у плані-графіку виконання розрахункової роботи для перевірки її викладачем. Якщо робота виконана не вчасно без поважних причин, то студенту ставиться 0 балів («незадовільно») і він повинен виконати додатково один з варіантів, який вкаже викладач. Розрахункова робота оцінюється після особистої співбесіди з викладачем. В разі зауважень з боку викладача, робота повинна бути доопрацьована в зазначений термін і подана на перевірку. До підсумкового контролю допускаються лише студенти, що вчасно здали і захистили свою роботу.

Варіант розрахунково-графічної роботи видається студенту викладачем (згідно порядкового номеру в списку академічної групи або в інший спосіб).

## ВАРІАНТИ ЗАВДАНЬ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

### Варіант 1

### 1. Класичне тлумачення ймовірності

Для вказаних експериментів побудувати ймовірнісні простори та визначити вказані ймовірності, вважаючи результати експерименту рівноможливими.

**1.1** Підкидають два гральних кубики. Обчислити ймовірність того, що: а) сума очок не перевищить 3; б) добуток очок не перевищить 3; в) добуток очок поділиться націло на 3.

**1.2** Автобус, у якому їдуть 4 пасажирів, зробить 6 зупинок. Вважаючи, що всі можливі способи виходу пасажирів з автобуса рівноможливі, обчислити ймовірність того, що: а) усі пасажири вийдуть на одній зупинці; б) усі вийдуть на різних зупинках; в) хоча б двоє пасажирів вийдуть на одній зупинці.

**1.3** Дане слово складене з карток, на яких написана одна літера. Картки змішують і виймають по одній без повернення. Знайти ймовірність того, що в результаті вийде задане слово. Дані слова: а) один; б) математика.

**1.4** Група студентів, що складається з 9 чоловік, займає місця в одному ряді актового залу у випадковому порядку. Обчислити ймовірність того, що: а) 2 визначених студентів сидітимуть поряд; б) 2 визначених студентів не сидітимуть поряд.

**1.5** З 11 комерційних банків 7 розташовані за межею міста. Для перевірки з них випадковим чином вибрали 4 комерційних банки. Обчислити ймовірність того, що серед відібраних за межею міста виявиться: а) 2 комерційних банки; б) жодного комерційного банку; в) хоча б один комерційний банк.

## 2. Теореми додавання і множення ймовірностей

**2.1** Два клієнти зайшли до магазину. Ймовірність того, що перший клієнт забажає зробити покупку, дорівнює 0,3, що другий – 0,6. Обчислити ймовірність того, що покупку забажають зробити: а) обидва клієнти; б) тільки один клієнт; в) тільки перший клієнт; г) хоча б один клієнт; д) жоден з клієнтів не забажає зробити покупку.

**2.2** Три клієнти звернулися до кредитного відділу банку. Ймовірність того, що перший клієнт одержить кредит, дорівнює 0,2, що другий – 0,3, що третій – 0,5. Обчислити ймовірність того, що кредит одержать: а) один клієнт; б) два клієнти; в) три клієнти; г) не менше двох клієнтів; д) не більше двох клієнтів; е) хоча б один клієнт; є) жоден з клієнтів не одержить кредиту.

## 3. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

**3.1** Страхова компанія поділяє застрахованих за класами ризику: перший клас – малий ризик – 30 % усіх клієнтів, другий клас – середній ризик – 50 % усіх клієнтів, третій клас – великий ризик – решта клієнтів. Ймовірність необхідності виплачувати страховку для першого класу ризику дорівнює 0,02, для другого класу – 0,03, для третього класу – 0,05. Обчислити ймовірність того, що: а) навмання вибраний клієнт компанії одержить страховку; б) клієнт, що отримав страховку, належить до першого чи до третього класу ризику.

**3.2** У першій корзині 10 білих і 3 чорні кулі, у другій – 50 білих і 11 чорних куль. З першої корзини в другу переклали 7 навмання взятих куль, потім з другої корзини взяли одну кулю. Обчислити ймовірність того, що остання куля біла.

## 4. Схема Бернуллі. Граничні теореми

**4.1** Знайти ймовірність того, що з 7 отриманих у банку кредитів будуть повернуті: а) 3 кредити; б) не менше 3 кредитів; в) не більше 3 кредитів; г) хоча б один кредит. Ймовірність повернення одного кредиту дорівнює 0,2.

**4.2** Знайти ймовірність того, що із 1000 посіяних зерен проросте саме 250 зерен, якщо ймовірність проростання для кожної зернини однакова і дорівнює 0,2.

**4.3** Для деякого регіону ймовірність того, що мале підприємство збанкрутує за час *t*, дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що з 100 малих підприємств регіону за час *t* припинять свою діяльність від 60 до 70 підприємств.

## 5. Дискретні випадкові величини

**5.1** Дискретна випадкова величина $X$ – відсоткова зміна вартості акцій відносно їх поточного курсу протягом чотирьох місяців. Її закон розподілу заданий у табличній формі (табл. 1). Знайти функцію розподілу $F(x)$, побудувати її графік. Обчислити математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$ випадкової величини $X$. Чому дорівнюють мода $M_o$ і медіана $M_e$?

Табл. 1

| $x_i$ | 1 | 3 | 5 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,29 | 0,53 | 0,06 | 0,12 |

## 6. Неперервні випадкові величини

**6.1** Записати функцію розподілу ймовірностей $F(x)$ неперервної випадкової величини $X$, якщо на півінтервалі (0; 3] вона задана формулою $F(x)=\dfrac{x^2}{9}$. Знайти щільність розподілу $f(x)$; ймовірність того, що випадкова величина $X$ прийме значення з інтервалу (2; 3). Побудувати графіки функцій $F(x)$ і $f(x)$. Обчислити математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$ випадкової величини $X$, моду $M_o$ і медіану $M_e$.

**6.2** 1. Для заданої функції $F(x)$ побудувати її графік та перевірити, чи є вона функцією розподілу ймовірностей на числовій прямій. Якщо до виразу входять параметри, то дослідити, чи можна визначити їх так, щоб $F(x)$ була функцією розподілу ймовірностей: $F(x) = a + b\,\mathrm{arctg}\frac{x}{2}$.

2. Якщо $F$ є функцією розподілу ймовірностей, то визначити який розподіл ймовірностей вона задає: дискретний, неперервний чи абсолютно неперервний.

3. Для абсолютно неперервної функції розподілу $F$ знайти відповідну щільність розподілу ймовірностей $f$ та побудувати її графік.

**6.3** Відомо, що щільність розподілу $p(x)$ випадкової величини $X$ на інтервалі (0; 2) задана формулою $p(x) = \frac{3x^2+1}{10}$, а за його межами дорівнює нулю. Знайти функцію розподілу $F(x)$ випадкової величини $X$. Побудувати графіки функцій $F(x)$ і $p(x)$. Обчислити математичне сподівання $M(X)$ та дисперсію $D(X)$.

## 7. Нормальний розподіл

**7.1** Середній курс акцій деякої компанії протягом одних біржових торгів дорівнює 15 грн., середнє квадратичне відхилення – 2 грн. Вважаючи, що середній курс акцій компанії – нормально розподілена випадкова величина, визначити: а) відсоток акцій, що мають курс в інтервалі (9; 19); б) ймовірність того, що абсолютна величина відхилення $X$ від 15 виявиться менше 4.

**7.2** Визначити відсоток незадоволеного попиту населення в одязі для району з фактичними параметрами обхвату грудей 93,5 см (середнє значення) і 4,1 см (середнє квадратичне відхилення) за умови, що при проведенні вимірювань була допущена помилка і відповідні показники дорівнюють 96,2 см і 3,8 см. Вважається, що обхват грудей має наближено нормальний розподіл. Розрахувати фактичний розмірний асортимент одягу і той, що відповідає визначеним параметрам.

## Варіант 2

### 1. Класичне тлумачення ймовірності

Для вказаних експериментів побудувати ймовірнісні простори та визначити вказані ймовірності, вважаючи результати експерименту рівноможливими.

**1.1** Підкидають два гральних кубики. Обчислити ймовірність того, що: а) сума очок не перевищить 4; б) добуток очок не перевищить 4; в) добуток очок поділиться націло на 4.

**1.2** Автобус, у якому їдуть 4 пасажирів, зробить 7 зупинок. Вважаючи, що всі можливі способи виходу пасажирів з автобуса рівноможливі, обчислити ймовірність того, що: а) усі пасажири вийдуть на одній зупинці; б) усі вийдуть на різних зупинках; в) хоча б двоє пасажирів вийдуть на одній зупинці.

**1.3** Дане слово складене з карток, на яких написана одна літера. Картки змішують і виймають по одній без повернення. Знайти ймовірність того, що в результаті вийде задане слово. Дані слова: а) номер; б) статистика.

**1.4** Група студентів, що складається з 8 чоловік, займає місця в одному ряді актового залу у випадковому порядку. Обчислити ймовірність того, що: а) 2 визначених студентів сидітимуть поряд; б) 2 визначених студентів не сидітимуть поряд.

**1.5** З 12 комерційних банків 7 розташовані за межею міста. Для перевірки з них випадковим чином вибрали 4 комерційних банки. Обчислити ймовірність того, що серед відібраних за межею міста виявиться: а) 3 комерційних банки; б) жодного комерційного банку; в) хоча б один комерційний банк.

## 2. Теореми додавання і множення ймовірностей

**2.1** Два клієнти зайшли до магазину. Ймовірність того, що перший клієнт забажає зробити покупку, дорівнює 0,3, що другий – 0,4. Обчислити ймовірність того, що покупку забажають зробити: а) обидва клієнти; б) тільки один клієнт; в) тільки перший клієнт; г) хоча б один клієнт; д) жоден з клієнтів не забажає зробити покупку.

**2.2** Три клієнти звернулися до кредитного відділу банку. Ймовірність того, що перший клієнт одержить кредит, дорівнює 0,4, що другий – 0,3, що третій – 0,6. Обчислити ймовірність того, що кредит одержать: а) один клієнт; б) два клієнти; в) три клієнти; г) не менше двох клієнтів; д) не більше двох клієнтів; е) хоча б один клієнт; є) жоден з клієнтів не одержить кредиту.

## 3. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

**3.1** Страхова компанія поділяє застрахованих за класами ризику: перший клас – малий ризик – 60 % усіх клієнтів, другий клас – середній ризик – 20 % усіх клієнтів, третій клас – великий ризик – решта клієнтів. Ймовірність необхідності виплачувати страховку для першого класу ризику дорівнює 0,01, для другого класу – 0,03, для третього класу – 0,06. Обчислити ймовірність того, що: а) навмання вибраний клієнт компанії одержить страховку; б) клієнт, що отримав страховку, належить до першого чи до третього класу ризику.

**3.2** У першій корзині 20 білих і 1 чорна куля, у другій – 40 білих і 5 чорних куль. З першої корзини в другу переклали 15 навмання взятих куль, потім з другої корзини взяли одну кулю. Обчислити ймовірність того, що остання куля біла.

## 4. Схема Бернуллі. Граничні теореми

**4.1** Знайти ймовірність того, що з 8 отриманих у банку кредитів будуть повернуті: а) 3 кредити; б) не менше 3 кредитів; в) не більше 3 кредитів; г) хоча б один кредит. Ймовірність повернення одного кредиту дорівнює 0,1.

**4.2** Знайти ймовірність того, що із 950 посіяних зерен проросте саме 300 зерен, якщо ймовірність проростання для кожної зернини однакова і дорівнює 0,3.

**4.3** Для деякого регіону ймовірність того, що мале підприємство збанкрутує за час $t$, дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що з 120 малих підприємств регіону за час $t$ припинять свою діяльність від 80 до 90 підприємств.

## 5. Дискретні випадкові величини

**5.1** Дискретна випадкова величина $X$ – відсоткова зміна вартості акцій відносно їх поточного курсу протягом чотирьох місяців. Її закон розподілу заданий у табличній формі (табл. 1). Знайти функцію розподілу $F(x)$, побудувати її графік. Обчислити математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$ випадкової величини $X$. Чому дорівнюють мода $M_o$ і медіана $M_e$?

Табл. 1

| $x_i$ | 1 | 4 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,51 | 0,39 | 0,06 | 0,04 |

## 6. Неперервні випадкові величини

**6.1** Записати функцію розподілу ймовірностей $F(x)$ неперервної випадкової величини $X$, якщо на півінтервалі (1; $e$] вона задана формулою $F(x) = \ln x$. Знайти щільність розподілу $f(x)$; ймовірність того, що випадкова величина $X$ прийме значення з інтервалу (1; 2). Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)*, дисперсію *D(X)*, середнє квадратичне відхилення *σ(X)* випадкової величини *X*, моду $M_o$ і медіану $M_e$.

**6.2** 1. Для заданої функції $F(x)$ побудувати її графік та перевірити, чи є вона функцією розподілу ймовірностей на числовій прямій. Якщо до виразу входять параметри, то дослідити, чи можна визначити їх так, щоб $F(x)$ була функцією розподілу ймовірностей: $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{коли } x\le -2,\\ \sqrt{ax+b}, & \text{коли } -2<x\le 7,\\ 1, & \text{коли } x>7; \end{cases}$

2. Якщо $F$ є функцією розподілу ймовірностей, то визначити який розподіл ймовірностей вона задає: дискретний, неперервний чи абсолютно неперервний.

3. Для абсолютно неперервної функції розподілу $F$ знайти відповідну щільність розподілу ймовірностей $f$ та побудувати її графік.

**6.3** Відомо, що щільність розподілу *f(x)* випадкової величини *X* на інтервалі (1; 3) задана формулою $f(x)=\dfrac{x}{4}$, а за його межами дорівнює нулю. Знайти функцію розподілу *F(x)* випадкової величини *X*. Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f (x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)* та дисперсію *D(X)*.

## 7. Нормальний розподіл

**7.1** Середній курс акцій деякої компанії протягом одних біржових торгів дорівнює 15 грн., середнє квадратичне відхилення – 3 грн. Вважаючи, що середній курс акцій компанії – нормально розподілена випадкова величина, визначити: а) відсоток акцій, що мають курс в інтервалі (8; 17); б) ймовірність того, що абсолютна величина відхилення *X* від 15 виявиться менше 3.

**7.2** Визначити відсоток незадоволеного попиту населення в одязі для району з фактичними параметрами обхвату грудей 96,6 см (середнє значення) і

2,4 см (середнє квадратичне відхилення) за умови, що при проведенні вимірювань була допущена помилка і відповідні показники дорівнюють 96,1 см і 4,1 см. Вважається, що обхват грудей має наближено нормальний розподіл. Розрахувати фактичний розмірний асортимент одягу і той, що відповідає визначеним параметрам.

## Варіант 3

### 1. Класичне тлумачення ймовірності

Для вказаних експериментів побудувати ймовірнісні простори та визначити вказані ймовірності, вважаючи результати експерименту рівноможливими.

**1.1** Підкидають два гральних кубики. Обчислити ймовірність того, що: а) сума очок не перевищить 5; б) добуток очок не перевищить 5; в) добуток очок поділиться націло на 5.

**1.2** Автобус, у якому їдуть 5 пасажирів, зробить 8 зупинок. Вважаючи, що всі можливі способи виходу пасажирів з автобуса рівноможливі, обчислити ймовірність того, що: а) усі пасажири вийдуть на одній зупинці; б) усі вийдуть на різних зупинках; в) хоча б двоє пасажирів вийдуть на одній зупинці.

**1.3** Дане слово складене з карток, на яких написана одна літера. Картки змішують і виймають по одній без повернення. Знайти ймовірність того, що в результаті вийде задане слово. Дані слова: а) книга; б) ймовірність.

**1.4** Група студентів, що складається з 7 чоловік, займає місця в одному ряді актового залу у випадковому порядку. Обчислити ймовірність того, що: а) 2 визначених студентів сидітимуть поряд; б) 2 визначених студентів не сидітимуть поряд.

**1.5** З 13 комерційних банків 9 розташовані за межею міста. Для перевірки з них випадковим чином вибрали 5 комерційних банків. Обчислити ймовірність того, що серед відібраних за межею міста виявиться: а) 4 комерційних банки; б) жодного комерційного банку; в) хоча б один комерційний банк.

### 2. Теореми додавання і множення ймовірностей

**2.1** Два клієнти зайшли до магазину. Ймовірність того, що перший клієнт забажає зробити покупку, дорівнює 0,3, що другий – 0,5. Обчислити ймовірність того, що покупку забажають зробити: а) обидва клієнти; б) тільки один клієнт; в) тільки перший клієнт; г) хоча б один клієнт; д) жоден з клієнтів не забажає зробити покупку.

**2.2** Три клієнти звернулися до кредитного відділу банку. Ймовірність того, що перший клієнт одержить кредит, дорівнює 0,1, що другий – 0,3, що третій – 0,2. Обчислити ймовірність того, що кредит одержать: а) один клієнт; б) два клієнти; в) три клієнти; г) не менше двох клієнтів; д) не більше двох клієнтів; е) хоча б один клієнт; є) жоден з клієнтів не одержить кредиту.

### 3. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

**3.1** Страхова компанія поділяє застрахованих за класами ризику: перший клас – малий ризик – 70 % усіх клієнтів, другий клас – середній ризик – 10 % усіх клієнтів, третій клас – великий ризик – решта клієнтів. Ймовірність необхідності виплачувати страховку для першого класу ризику дорівнює 0,01, для другого класу – 0,05, для третього класу – 0,08. Обчислити ймовірність того, що: а) навмання вибраний клієнт компанії одержить страховку; б) клієнт, що отримав страховку, належить до першого чи до третього класу ризику.

**3.2** У першій корзині 25 білих і 2 чорні кулі, у другій – 25 білих і 6 чорних куль. З першої корзини в другу переклали 15 навмання взятих куль, потім з другої корзини взяли одну кулю. Обчислити ймовірність того, що остання куля біла.

## 4. Схема Бернуллі. Граничні теореми

**4.1** Знайти ймовірність того, що з 9 отриманих у банку кредитів будуть повернуті: а) 3 кредити; б) не менше 3 кредитів; в) не більше 3 кредитів; г) хоча б один кредит. Ймовірність повернення одного кредиту дорівнює 0,3.

**4.2** Знайти ймовірність того, що із 900 посіяних зерен проросте саме 350 зерен, якщо ймовірність проростання для кожної зернини однакова і дорівнює 0,4.

**4.3** Для деякого регіону ймовірність того, що мале підприємство збанкрутує за час *t*, дорівнює 0,5. Знайти ймовірність того, що з 120 малих підприємств регіону за час *t* припинять свою діяльність від 60 до 80 підприємств.

## 5. Дискретні випадкові величини

**5.1** Дискретна випадкова величина *X* – відсоткова зміна вартості акцій відносно їх поточного курсу протягом чотирьох місяців. Її закон розподілу заданий у табличній формі (табл. 1). Знайти функцію розподілу *F(x)*, побудувати її графік. Обчислити математичне сподівання *M(X)*, дисперсію *D(X)*, середнє квадратичне відхилення *σ(X)* випадкової величини *X*. Чому дорівнюють мода $M_o$ і медіана $M_e$?

Табл. 1

| $x_i$ | 2 | 5 | 7 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,07 | 0,26 | 0,31 | 0,36 |

## 6. Неперервні випадкові величини

**6.1** Записати функцію розподілу ймовірностей *F(x)* неперервної випадкової величини *X*, якщо на інтервалі $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ вона задана формулою $F(x)=1-\cos x$. Знайти щільність розподілу *f(x)*; ймовірність того, що випадкова величина *X* прийме значення з інтервалу $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$. Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)*, дисперсію *D(X)*, середнє квадратичне відхилення *σ(X)* випадкової величини *X*, моду $M_o$ і медіану $M_e$.

**6.2** 1. Для заданої функції $F(x)$ побудувати її графік та перевірити, чи є вона функцією розподілу ймовірностей на числовій прямій. Якщо до виразу входять параметри, то дослідити, чи можна визначити їх так, щоб $F(x)$ була функцією розподілу ймовірностей: $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{коли } x \le 1, \\ \dfrac{|\ln x|}{\ln x}, & \text{коли } x > 1; \end{cases}$.

2. Якщо $F$ є функцією розподілу ймовірностей, то визначити який розподіл ймовірностей вона задає: дискретний, неперервний чи абсолютно неперервний.

3. Для абсолютно неперервної функції розподілу $F$ знайти відповідну щільність розподілу ймовірностей $f$ та побудувати її графік.

**6.3** Відомо, що щільність розподілу *f(x)* випадкової величини *X* на інтервалі (2; 3) задана формулою $f(x)=2(x-2)$, а за його межами дорівнює нулю. Знайти функцію розподілу *F(x)* випадкової величини *X*. Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)* та дисперсію *D(X)*.

## 7. Нормальний розподіл

**7.1** Середній курс акцій деякої компанії протягом одних біржових торгів дорівнює 14 грн., середнє квадратичне відхилення – 4 грн. Вважаючи, що середній курс акцій компанії – нормально розподілена випадкова величина, визначити: а) відсоток акцій, що мають курс в інтервалі (10; 20); б) ймовірність того, що абсолютна величина відхилення *X* від 14 виявиться менше 6.

**7.2** Визначити відсоток незадоволеного попиту населення в одязі для району з фактичними параметрами обхвату грудей 91,2 см (середнє значення) і 4,5 см (середнє квадратичне відхилення) за умови, що при проведенні вимірювань була допущена помилка і відповідні показники дорівнюють 95,8 см і 3,6 см. Вважається, що обхват грудей має наближено нормальний розподіл. Розрахувати фактичний розмірний асортимент одягу і той, що відповідає визначеним параметрам.

## Варіант 4

### 1. Класичне тлумачення ймовірності

Для вказаних експериментів побудувати ймовірнісні простори та визначити вказані ймовірності, вважаючи результати експерименту рівноможливими.

**1.1** Підкидають два гральних кубики. Обчислити ймовірність того, що: а) сума очок не перевищить 6; б) добуток очок не перевищить 6; в) добуток очок поділиться націло на 6.

**1.2** Автобус, у якому їдуть 5 пасажирів, зробить 9 зупинок. Вважаючи, що всі можливі способи виходу пасажирів з автобуса рівноможливі, обчислити ймовірність того, що: а) усі пасажири вийдуть на одній зупинці; б) усі вийдуть на різних зупинках; в) хоча б двоє пасажирів вийдуть на одній зупинці.

**1.3** Дане слово складене з карток, на яких написана одна літера. Картки змішують і виймають по одній без повернення. Знайти ймовірність того, що в результаті вийде задане слово. Дані слова: а) подія; б) розподіл.

**1.4** Група студентів, що складається з 6 чоловік, займає місця в одному ряді актового залу у випадковому порядку. Обчислити ймовірність того, що: а) 2 визначених студентів сидітимуть поряд; б) 2 визначених студентів не сидітимуть поряд.

**1.5** З 14 комерційних банків 9 розташовані за межею міста. Для перевірки з них випадковим чином вибрали 5 комерційних банків. Обчислити ймовірність того, що серед відібраних за межею міста виявиться: а) 3 комерційних банки; б) жодного комерційного банку; в) хоча б один комерційний банк.

## 2. Теореми додавання і множення ймовірностей

**2.1** Два клієнти зайшли до магазину. Ймовірність того, що перший клієнт забажає зробити покупку, дорівнює 0,3, що другий – 0,7. Обчислити ймовірність того, що покупку забажають зробити: а) обидва клієнти; б) тільки один клієнт; в) тільки перший клієнт; г) хоча б один клієнт; д) жоден з клієнтів не забажає зробити покупку.

**2.2** Три клієнти звернулися до кредитного відділу банку. Ймовірність того, що перший клієнт одержить кредит, дорівнює 0,2, що другий – 0,4, що третій – 0,3. Обчислити ймовірність того, що кредит одержать: а) один клієнт; б) два клієнти; в) три клієнти; г) не менше двох клієнтів; д) не більше двох клієнтів; е) хоча б один клієнт; є) жоден з клієнтів не одержить кредиту.

## 3. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

**3.1** Страхова компанія поділяє застрахованих за класами ризику: перший клас – малий ризик – 30 % усіх клієнтів, другий клас – середній ризик – 20 % усіх клієнтів, третій клас – великий ризик – решта клієнтів. Ймовірність необхідності виплачувати страховку для першого класу ризику дорівнює 0,02, для другого класу – 0,04, для третього класу – 0,07. Обчислити ймовірність того, що: а) навмання вибраний клієнт компанії одержить страховку; б) клієнт, що отримав страховку, належить до першого чи до третього класу ризику.

**3.2** У першій корзині 25 білих і 2 чорні кулі, у другій – 20 білих і 4 чорні кулі. З першої корзини в другу переклали 12 навмання взятих куль, потім з другої корзини взяли одну кулю. Обчислити ймовірність того, що остання куля біла.

## 4. Схема Бернуллі. Граничні теореми

**4.1** Знайти ймовірність того, що з 10 отриманих у банку кредитів будуть повернуті: а) 3 кредити; б) не менше 3 кредитів; в) не більше 3 кредитів; г) хоча б один кредит. Ймовірність повернення одного кредиту дорівнює 0,4.

**4.2** Знайти ймовірність того, що із 850 посіяних зерен проросте саме 400 зерен, якщо ймовірність проростання для кожної зернини однакова і дорівнює 0,5.

**4.3** Для деякого регіону ймовірність того, що мале підприємство збанкрутує за час *t*, дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що з 120 малих підприємств регіону за час *t* припинять свою діяльність від 40 до 70 підприємств.

## 5. Дискретні випадкові величини

**5.1** Дискретна випадкова величина $X$ – відсоткова зміна вартості акцій відносно їх поточного курсу протягом чотирьох місяців. Її закон розподілу заданий у табличній формі (табл. 1). Знайти функцію розподілу $F(x)$, побудувати її графік. Обчислити математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$ випадкової величини $X$. Чому дорівнюють мода $M_o$ і медіана $M_e$?

Табл. 1

| $x_i$ | 1 | 3 | 6 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,17 | 0,32 | 0,49 | 0,02 |

## 6. Неперервні випадкові величини

**6.1** Записати функцію розподілу ймовірностей $F(x)$ неперервної випадкової величини $X$, якщо на інтервалі $(-1;\ 2)$ вона задана формулою $F(x)=\frac{(x+1)^2}{9}$.

Знайти щільність розподілу *f(x)*; ймовірність того, що випадкова величина *X* прийме значення з інтервалу (0; 1). Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)*, дисперсію *D(X)*, середнє квадратичне відхилення *σ(X)* випадкової величини *X*, моду $M_o$ і медіану $M_e$.

**6.2** 1. Для заданої функції $F(x)$ побудувати її графік та перевірити, чи є вона функцією розподілу ймовірностей на числовій прямій. Якщо до виразу входять параметри, то дослідити, чи можна визначити їх так, щоб $F(x)$ була функцією розподілу ймовірностей: $F(x)=\begin{cases}\frac{1}{x^2}, \text{ коли } x<-2,\\ ax+b, \text{коли } |x|\le 2,\\ 1, \quad \text{коли } x>2;\end{cases}$.

2. Якщо $F$ є функцією розподілу ймовірностей, то визначити який розподіл ймовірностей вона задає: дискретний, неперервний чи абсолютно неперервний.

3. Для абсолютно неперервної функції розподілу $F$ знайти відповідну щільність розподілу ймовірностей $f$ та побудувати її графік.

**6.3** Відомо, що щільність розподілу *f (x)* випадкової величини *X* на інтервалі (0; 2) задана формулою $f(x)=\frac{2x+3}{10}$, а за його межами дорівнює нулю. Знайти функцію розподілу *F(x)* випадкової величини *X*. Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)* та дисперсію *D(X)*.

## 7. Нормальний розподіл

**7.1** Середній курс акцій деякої компанії протягом одних біржових торгів дорівнює 14 грн., середнє квадратичне відхилення – 5 грн. Вважаючи, що середній курс акцій компанії – нормально розподілена випадкова величина, визначити: а) відсоток акцій, що мають курс в інтервалі (13; 18); б) ймовірність того, що абсолютна величина відхилення $X$ від 14 виявиться менше 5.

**7.2** Визначити відсоток незадоволеного попиту населення в одязі для району з фактичними параметрами обхвату грудей 92,3 см (середнє значення) і 5,6 см (середнє квадратичне відхилення) за умови, що при проведенні вимірювань була допущена помилка і відповідні показники дорівнюють 96,3 см і 4,2 см. Вважається, що обхват грудей має наближено нормальний розподіл. Розрахувати фактичний розмірний асортимент одягу і той, що відповідає визначеним параметрам.

## Варіант 5

### 1. Класичне тлумачення ймовірності

Для вказаних експериментів побудувати ймовірнісні простори та визначити вказані ймовірності, вважаючи результати експерименту рівноможливими.

**1.1** Підкидають два гральних кубики. Обчислити ймовірність того, що: а) сума очок не перевищить 7; б) добуток очок не перевищить 7; в) добуток очок поділиться націло на 7.

**1.2** Автобус, у якому їдуть 6 пасажирів, зробить 9 зупинок. Вважаючи, що всі можливі способи виходу пасажирів з автобуса рівноможливі, обчислити ймовірність того, що: а) усі пасажири вийдуть на одній зупинці; б) усі вийдуть на різних зупинках; в) хоча б двоє пасажирів вийдуть на одній зупинці.

**1.3** Дане слово складене з карток, на яких написана одна літера. Картки змішують і виймають по одній без повернення. Знайти ймовірність того, що в результаті вийде задане слово. Дані слова: а) свято; б) комунікація.

**1.4** Група студентів, що складається з 5 чоловік, займає місця в одному ряді актового залу у випадковому порядку. Обчислити ймовірність того, що: а) 2 визначених студентів сидітимуть поряд; б) 2 визначених студентів не сидітимуть поряд.

**1.5** З 15 комерційних банків 10 розташовані за межею міста. Для перевірки з них випадковим чином вибрали 6 комерційних банків. Обчислити ймовірність того, що серед відібраних за межею міста виявиться: а) 4 комерційних банки; б) жодного комерційного банку; в) хоча б один комерційний банк.

### 2. Теореми додавання і множення ймовірностей

**2.1** Два клієнти зайшли до магазину. Ймовірність того, що перший клієнт забажає зробити покупку, дорівнює 0,4, що другий – 0,5. Обчислити ймовірність того, що покупку забажають зробити: а) обидва клієнти; б) тільки один клієнт; в) тільки перший клієнт; г) хоча б один клієнт; д) жоден з клієнтів не забажає зробити покупку.

**2.2** Три клієнти звернулися до кредитного відділу банку. Ймовірність того, що перший клієнт одержить кредит, дорівнює 0,3, що другий – 0,4, що третій – 0,5. Обчислити ймовірність того, що кредит одержать: а) один клієнт; б) два клієнти; в) три клієнти; г) не менше двох клієнтів; д) не більше двох клієнтів; е) хоча б один клієнт; є) жоден з клієнтів не одержить кредиту.

### 3. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

**3.1** Страхова компанія поділяє застрахованих за класами ризику: перший клас – малий ризик – 50 % усіх клієнтів, другий клас – середній ризик – 30 % усіх клієнтів, третій клас – великий ризик – решта клієнтів. Ймовірність необхідності виплачувати страховку для першого класу ризику дорівнює 0,02, для другого класу – 0,04, для третього класу – 0,05. Обчислити ймовірність того, що: а) навмання вибраний клієнт компанії одержить страховку; б) клієнт, що отримав страховку, належить до першого чи до третього класу ризику.

**3.2** У першій корзині 40 білих і 8 чорних куль, у другій – 10 білих і 2 чорні кулі. З першої корзини в другу переклали 35 навмання взятих куль, потім з другої корзини взяли одну кулю. Обчислити ймовірність того, що остання куля біла.

### 4. Схема Бернуллі. Граничні теореми

**4.1** Знайти ймовірність того, що з 9 отриманих у банку кредитів будуть повернуті: а) 2 кредити; б) не менше 2 кредитів; в) не більше 2 кредитів; г) хоча б один кредит. Ймовірність повернення одного кредиту дорівнює 0,5.

**4.2** Знайти ймовірність того, що із 800 посіяних зерен проросте саме 500 зерен, якщо ймовірність проростання для кожної зернини однакова і дорівнює 0,6.

**4.3** Для деякого регіону ймовірність того, що мале підприємство збанкрутує за час $t$, дорівнює 0,3. Знайти ймовірність того, що з 130 малих підприємств регіону за час $t$ припинять свою діяльність від 30 до 50 підприємств.

### 5. Дискретні випадкові величини

**5.1** Дискретна випадкова величина $X$ – відсоткова зміна вартості акцій відносно їх поточного курсу протягом чотирьох місяців. Її закон розподілу заданий у табличній формі (табл. 1). Знайти функцію розподілу $F(x)$, побудувати її графік. Обчислити математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$ випадкової величини $X$. Чому дорівнюють мода $M_o$ і медіана $M_e$?

Табл. 1

| $x_i$ | 1 | 2 | 5 | 9 |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,25 | 0,34 | 0,38 | 0,03 |

## 6. Неперервні випадкові величини

**6.1** Записати функцію розподілу ймовірностей *F(x)* неперервної випадкової величини *X*, якщо на півінтервалі (3; 5] вона задана формулою $F(x)=\frac{(x-3)^2}{4}$. Знайти щільність розподілу *f(x)*; ймовірність того, що випадкова величина *X* прийме значення з інтервалу (3; 4). Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)*, дисперсію *D(X)*, середнє квадратичне відхилення *σ(X)* випадкової величини *X*, моду $M_o$ і медіану $M_e$.

**6.2** 1. Для заданої функції $F(x)$ побудувати її графік та перевірити, чи є вона функцією розподілу ймовірностей на числовій прямій. Якщо до виразу входять параметри, то дослідити, чи можна визначити їх так, щоб $F(x)$ була функцією розподілу ймовірностей: $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{коли } x<-1, \\ \frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arcsin x, & \text{коли } |x|\le 1, \\ 1, & \text{коли } x>1; \end{cases}$.

2. Якщо $F$ є функцією розподілу ймовірностей, то визначити який розподіл ймовірностей вона задає: дискретний, неперервний чи абсолютно неперервний.

3. Для абсолютно неперервної функції розподілу $F$ знайти відповідну щільність розподілу ймовірностей $f$ та побудувати її графік.

**6.3** Відомо, що щільність розподілу *f(x)* випадкової величини *X* на інтервалі (1; 3) задана формулою $f(x)=\frac{x-1}{2}$, а за його межами дорівнює нулю. Знайти функцію розподілу *F(x)* випадкової величини *X*. Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)* та дисперсію *D(X)*.

## 7. Нормальний розподіл

**7.1** Середній курс акцій деякої компанії протягом одних біржових торгів дорівнює 13 грн., середнє квадратичне відхилення – 4 грн. Вважаючи, що середній курс акцій компанії – нормально розподілена випадкова величина, визначити: а) відсоток акцій, що мають курс в інтервалі (11;21); б) ймовірність того, що абсолютна величина відхилення $X$ від 13 виявиться менше 8.

**7.2** Визначити відсоток незадоволеного попиту населення в одязі для району з фактичними параметрами обхвату грудей 90,1 см (середнє значення) і 1,2 см (середнє квадратичне відхилення) за умови, що при проведенні вимірювань була допущена помилка і відповідні показники дорівнюють 85,8 см і 8,3 см. Вважається, що обхват грудей має наближено нормальний розподіл. Розрахувати фактичний розмірний асортимент одягу і той, що відповідає визначеним параметрам.

# Варіант 6

## 1. Класичне тлумачення ймовірності

Для вказаних експериментів побудувати ймовірнісні простори та визначити вказані ймовірності, вважаючи результати експерименту рівноможливими.

**1.1** Підкидають два гральних кубики. Обчислити ймовірність того, що: а) сума очок не перевищить 8; б) добуток очок не перевищить 8; в) добуток очок поділиться націло на 8.

**1.2** Автобус, у якому їдуть 6 пасажирів, зробить 8 зупинок. Вважаючи, що всі можливі способи виходу пасажирів з автобуса рівноможливі, обчислити ймовірність того, що: а) усі пасажири вийдуть на одній зупинці; б) усі вийдуть на різних зупинках; в) хоча б двоє пасажирів вийдуть на одній зупинці.

**1.3** Дане слово складене з карток, на яких написана одна літера. Картки змішують і виймають по одній без повернення. Знайти ймовірність того, що в результаті вийде задане слово. Дані слова: а) час; б) парабола.

**1.4** Група студентів, що складається з 7 чоловік, займає місця в одному ряді актового залу у випадковому порядку. Обчислити ймовірність того, що: а) 3 визначених студентів сидітимуть поряд; б) 3 визначених студентів не сидітимуть поряд.

**1.5** З 16 комерційних банків 10 розташовані за межею міста. Для перевірки з них випадковим чином вибрали 6 комерційних банків. Обчислити ймовірність того, що серед відібраних за межею міста виявиться: а) 5 комерційних банків; б) жодного комерційного банку; в) хоча б один комерційний банк.

## 2. Теореми додавання і множення ймовірностей

**2.1** Два клієнти зайшли до магазину. Ймовірність того, що перший клієнт забажає зробити покупку, дорівнює 0,4, що другий – 0,6. Обчислити ймовірність того, що покупку забажають зробити: а) обидва клієнти; б) тільки один клієнт; в) тільки перший клієнт; г) хоча б один клієнт; д) жоден з клієнтів не забажає зробити покупку.

**2.2** Три клієнти звернулися до кредитного відділу банку. Ймовірність того, що перший клієнт одержить кредит, дорівнює 0,6, що другий – 0,3, що третій – 0,5. Обчислити ймовірність того, що кредит одержать: а) один клієнт; б) два клієнти; в) три клієнти; г) не менше двох клієнтів; д) не більше двох клієнтів; е) хоча б один клієнт; є) жоден з клієнтів не одержить кредиту.

## 3. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

**3.1** Страхова компанія поділяє застрахованих за класами ризику: перший клас – малий ризик – 40 % усіх клієнтів, другий клас – середній ризик – 50 % усіх клієнтів, третій клас – великий ризик – решта клієнтів. Ймовірність необхідності виплачувати страховку для першого класу ризику дорівнює 0,03,

для другого класу – 0,03, для третього класу – 0,05. Обчислити ймовірність того, що: а) навмання вибраний клієнт компанії одержить страховку; б) клієнт, що отримав страховку, належить до першого чи до третього класу ризику.

**3.2** У першій корзині 50 білих і 8 чорних куль, у другій – 20 білих і 6 чорних куль. З першої корзини в другу переклали 42 навмання взяті кулі, потім з другої корзини взяли одну кулю. Обчислити ймовірність того, що остання куля біла.

## 4. Схема Бернуллі. Граничні теореми

**4.1** Знайти ймовірність того, що з 8 отриманих у банку кредитів будуть повернуті: а) 2 кредити; б) не менше 2 кредитів; в) не більше 2 кредитів; г) хоча б один кредит. Ймовірність повернення одного кредиту дорівнює 0,6.

**4.2** Знайти ймовірність того, що із 750 посіяних зерен проросте саме 500 зерен, якщо ймовірність проростання для кожної зернини однакова і дорівнює 0,7.

**4.3** Для деякого регіону ймовірність того, що мале підприємство збанкрутує за час $t$, дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що з 140 малих підприємств регіону за час $t$ припинять свою діяльність від 70 до 80 підприємств.

## 5. Дискретні випадкові величини

**5.1** Дискретна випадкова величина $X$ – відсоткова зміна вартості акцій відносно їх поточного курсу протягом чотирьох місяців. Її закон розподілу заданий у табличній формі (табл. 1). Знайти функцію розподілу $F(x)$, побудувати її графік. Обчислити математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$ випадкової величини $X$. Чому дорівнюють мода $M_o$ і медіана $M_e$?

Табл. 1

| $x_i$ | 1 | 3 | 6 | 10 |
|---|---|---|---|---|

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,08 | 0,29 | 0,48 | 0,15 |

## 6. Неперервні випадкові величини

**6.1** Записати функцію розподілу ймовірностей *F(x)* неперервної випадкової величини *X*, якщо на інтервалі $\left(-\frac{\pi}{2};\ \frac{\pi}{2}\right)$ вона задана формулою $F(x)=\frac{1+\sin x}{2}$. Знайти щільність розподілу *f(x)*; ймовірність того, що випадкова величина *X* прийме значення з інтервалу $\left(0;\ \frac{\pi}{6}\right)$. Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)*, дисперсію *D(X)*, середнє квадратичне відхилення *σ(X)* випадкової величини *X*, моду $M_o$ і медіану $M_e$.

**6.2** 1. Для заданої функції $F(x)$ побудувати її графік та перевірити, чи є вона функцією розподілу ймовірностей на числовій прямій. Якщо до виразу входять параметри, то дослідити, чи можна визначити їх так, щоб $F(x)$ була функцією розподілу ймовірностей: $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{коли } x\le 1, \\ \sqrt{ax+b}, & \text{коли } 1<x\le 2, \\ 1, & \text{коли } x>2; \end{cases}$.

2. Якщо $F$ є функцією розподілу ймовірностей, то визначити який розподіл ймовірностей вона задає: дискретний, неперервний чи абсолютно неперервний.

3. Для абсолютно неперервної функції розподілу $F$ знайти відповідну щільність розподілу ймовірностей $f$ та побудувати її графік.

**6.3** Відомо, що щільність розподілу *f(x)* випадкової величини *X* на інтервалі (0; 2) задана формулою $f(x)=\frac{2x+1}{6}$, а за його межами дорівнює нулю. Знайти функцію розподілу *F(x)* випадкової величини *X*. Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)* та дисперсію *D(X)*.

## 7. Нормальний розподіл

**7.1** Середній курс акцій деякої компанії протягом одних біржових торгів дорівнює 13 грн., середнє квадратичне відхилення – 2 грн. Вважаючи, що середній курс акцій компанії – нормально розподілена випадкова величина, визначити: а) відсоток акцій, що мають курс в інтервалі (10;19); б) ймовірність того, що абсолютна величина відхилення $X$ від 13 виявиться менше 4.

**7.2** Визначити відсоток незадоволеного попиту населення в одязі для району з фактичними параметрами обхвату грудей 90,3 см (середнє значення) і 3,3 см (середнє квадратичне відхилення) за умови, що при проведенні вимірювань була допущена помилка і відповідні показники дорівнюють 93,7 см і 3,9 см. Вважається, що обхват грудей має наближено нормальний розподіл. Розрахувати фактичний розмірний асортимент одягу і той, що відповідає визначеним параметрам.

## Варіант 7

## 1. Класичне тлумачення ймовірності

Для вказаних експериментів побудувати ймовірнісні простори та визначити вказані ймовірності, вважаючи результати експерименту рівноможливими.

**1.1** Підкидають два гральних кубики. Обчислити ймовірність того, що: а) сума очок не перевищить 9; б) добуток очок не перевищить 9; в) добуток очок поділиться націло на 9.

**1.2** Автобус, у якому їдуть 4 пасажирів, зробить 8 зупинок. Вважаючи, що всі можливі способи виходу пасажирів з автобуса рівноможливі, обчислити ймовірність того, що: а) усі пасажири вийдуть на одній зупинці; б) усі вийдуть на різних зупинках; в) хоча б двоє пасажирів вийдуть на одній зупинці.

**1.3** Дане слово складене з карток, на яких написана одна літера. Картки змішують і виймають по одній без повернення. Знайти ймовірність того, що в результаті вийде задане слово. Дані слова: а) теорія; б) щільність.

**1.4** Група студентів, що складається з 8 чоловік, займає місця в одному ряді актового залу у випадковому порядку. Обчислити ймовірність того, що: а) 3 визначених студентів сидітимуть поряд; б) 3 визначених студентів не сидітимуть поряд.

**1.5** З 17 комерційних банків 11 розташовані за межею міста. Для перевірки з них випадковим чином вибрали 7 комерційних банків. Обчислити ймовірність того, що серед відібраних за межею міста виявиться: а) 5 комерційних банків; б) жодного комерційного банку; в) хоча б один комерційний банк.

### 2. Теореми додавання і множення ймовірностей

**2.1** Два клієнти зайшли до магазину. Ймовірність того, що перший клієнт забажає зробити покупку, дорівнює 0,4, що другий – 0,7. Обчислити ймовірність того, що покупку забажають зробити: а) обидва клієнти; б) тільки один клієнт; в) тільки перший клієнт; г) хоча б один клієнт; д) жоден з клієнтів не забажає зробити покупку.

**2.2** Три клієнти звернулися до кредитного відділу банку. Ймовірність того, що перший клієнт одержить кредит, дорівнює 0,3, що другий – 0,5, що третій – 0,6. Обчислити ймовірність того, що кредит одержать: а) один клієнт; б) два клієнти; в) три клієнти; г) не менше двох клієнтів; д) не більше двох клієнтів; е) хоча б один клієнт; є) жоден з клієнтів не одержить кредиту.

### 3. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

**3.1** Страхова компанія поділяє застрахованих за класами ризику: перший клас – малий ризик – 20 % усіх клієнтів, другий клас – середній ризик – 30 % усіх клієнтів, третій клас – великий ризик – решта клієнтів. Ймовірність необхідності виплачувати страховку для першого класу ризику дорівнює 0,02,

для другого класу – 0,05, для третього класу – 0,06. Обчислити ймовірність того, що: а) навмання вибраний клієнт компанії одержить страховку; б) клієнт, що отримав страховку, належить до першого чи до третього класу ризику.

**3.2** У першій корзині 20 білих і 4 чорні кулі, у другій – 25 білих і 5 чорних куль. З першої корзини в другу переклали 7 навмання взятих куль, потім з другої корзини взяли одну кулю. Обчислити ймовірність того, що остання куля біла.

### 4. Схема Бернуллі. Граничні теореми

**4.1** Знайти ймовірність того, що з 7 отриманих у банку кредитів будуть повернуті: а) 2 кредити; б) не менше 2 кредитів; в) не більше 2 кредитів; г) хоча б один кредит. Ймовірність повернення одного кредиту дорівнює 0,8.

**4.2** Знайти ймовірність того, що із 700 посіяних зерен проросте саме 500 зерен, якщо ймовірність проростання для кожної зернини однакова і дорівнює 0,8.

**4.3** Для деякого регіону ймовірність того, що мале підприємство збанкрутує за час $t$, дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що з 140 малих підприємств регіону за час $t$ припинять свою діяльність від 50 до 70 підприємств.

### 5. Дискретні випадкові величини

**5.1** Дискретна випадкова величина $X$ – відсоткова зміна вартості акцій відносно їх поточного курсу протягом чотирьох місяців. Її закон розподілу заданий у табличній формі (табл. 1). Знайти функцію розподілу $F(x)$, побудувати її графік. Обчислити математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$ випадкової величини $X$. Чому дорівнюють мода $M_o$ і медіана $M_e$?

Табл. 1

| $x_i$ | 1 | 2 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,23 | 0,48 | 0,26 | 0,03 |

## 6. Неперервні випадкові величини

**6.1** Записати функцію розподілу ймовірностей *F(x)* неперервної випадкової величини *X*, якщо на півінтервалі (0; 2] вона задана формулою $F(x)=\dfrac{x^2+x}{6}$. Знайти щільність розподілу *f(x)*; ймовірність того, що випадкова величина *X* прийме значення з інтервалу (1; 2). Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)*, дисперсію *D(X)*, середнє квадратичне відхилення *σ(X)* випадкової величини *X*, моду $M_o$ і медіану $M_e$.

**6.2** 1. Для заданої функції $F(x)$ побудувати її графік та перевірити, чи є вона функцією розподілу ймовірностей на числовій прямій. Якщо до виразу входять параметри, то дослідити, чи можна визначити їх так, щоб $F(x)$ була функцією розподілу ймовірностей: $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{коли } x \le a, \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{коли } a < x < b, \\ 1, & \text{коли } x \ge b; \end{cases}$.

2. Якщо $F$ є функцією розподілу ймовірностей, то визначити який розподіл ймовірностей вона задає: дискретний, неперервний чи абсолютно неперервний.

3. Для абсолютно неперервної функції розподілу $F$ знайти відповідну щільність розподілу ймовірностей $f$ та побудувати її графік.

**6.3** Відомо, що щільність розподілу *f(x)* випадкової величини *X* на інтервалі (1; 2) задана формулою $f(x)=\dfrac{2x}{3}$, а за його межами дорівнює нулю. Знайти функцію розподілу *F(x)* випадкової величини *X*. Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)* та дисперсію *D(X)*.

### 7. Нормальний розподіл

**7.1** Середній курс акцій деякої компанії протягом одних біржових торгів дорівнює 12 грн., середнє квадратичне відхилення – 5 грн. Вважаючи, що середній курс акцій компанії – нормально розподілена випадкова величина, визначити: а) відсоток акцій, що мають курс в інтервалі (9;18); б) ймовірність того, що абсолютна величина відхилення $X$ від 12 виявиться менше 10.

**7.2** Визначити відсоток незадоволеного попиту населення в одязі для району з фактичними параметрами обхвату грудей 98,1 см (середнє значення) і 2,2 см (середнє квадратичне відхилення) за умови, що при проведенні вимірювань була допущена помилка і відповідні показники дорівнюють 91,2 см і 4,3 см. Вважається, що обхват грудей має наближено нормальний розподіл. Розрахувати фактичний розмірний асортимент одягу і той, що відповідає визначеним параметрам.

## Варіант 8

### 1. Класичне тлумачення ймовірності

Для вказаних експериментів побудувати ймовірнісні простори та визначити вказані ймовірності, вважаючи результати експерименту рівноможливими.

**1.1** Підкидають два гральних кубики. Обчислити ймовірність того, що: а) сума очок не перевищить 10; б) добуток очок не перевищить 10; в) добуток очок поділиться націло на 10.

**1.2** Автобус, у якому їдуть 4 пасажирів, зробить 9 зупинок. Вважаючи, що всі можливі способи виходу пасажирів з автобуса рівноможливі, обчислити ймовірність того, що: а) усі пасажири вийдуть на одній зупинці; б) усі вийдуть на різних зупинках; в) хоча б двоє пасажирів вийдуть на одній зупинці.

**1.3** Дане слово складене з карток, на яких написана одна літера. Картки змішують і виймають по одній без повернення. Знайти ймовірність того, що в результаті вийде задане слово. Дані слова: а) кіно; б) додавання.

**1.4** Група студентів, що складається з 9 чоловік, займає місця в одному ряду актового залу у випадковому порядку. Обчислити ймовірність того, що: а) 3 визначених студентів сидітимуть поряд; б) 3 визначених студентів не сидітимуть поряд.

**1.5** З 18 комерційних банків 11 розташовані за межею міста. Для перевірки з них випадковим чином вибрали 7 комерційних банків. Обчислити ймовірність того, що серед відібраних за межею міста виявиться: а) 4 комерційних банки; б) жодного комерційного банку; в) хоча б один комерційний банк.

## 2. Теореми додавання і множення ймовірностей

**2.1** Два клієнти зайшли до магазину. Ймовірність того, що перший клієнт забажає зробити покупку, дорівнює 0,4, що другий – 0,4. Обчислити ймовірність того, що покупку забажають зробити: а) обидва клієнти; б) тільки один клієнт; в) тільки перший клієнт; г) хоча б один клієнт; д) жоден з клієнтів не забажає зробити покупку.

**2.2** Три клієнти звернулися до кредитного відділу банку. Ймовірність того, що перший клієнт одержить кредит, дорівнює 0,2, що другий – 0,5, що третій – 0,4. Обчислити ймовірність того, що кредит одержать: а) один клієнт; б) два клієнти; в) три клієнти; г) не менше двох клієнтів; д) не більше двох клієнтів; е) хоча б один клієнт; є) жоден з клієнтів не одержить кредиту.

## 3. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

**3.1** Страхова компанія поділяє застрахованих за класами ризику: перший клас – малий ризик – 40 % усіх клієнтів, другий клас – середній ризик – 20 % усіх клієнтів, третій клас – великий ризик – решта клієнтів. Ймовірність необхідності виплачувати страховку для першого класу ризику дорівнює 0,02,

для другого класу – 0,05, для третього класу – 0,07. Обчислити ймовірність того, що: а) навмання вибраний клієнт компанії одержить страховку; б) клієнт, що отримав страховку, належить до першого чи до третього класу ризику.

**3.2** У першій корзині 20 білих і 1 чорна куля, у другій – 40 білих і 7 чорних куль. З першої корзини в другу переклали 15 навмання взятих куль, потім з другої корзини взяли одну кулю. Обчислити ймовірність того, що остання куля біла.

## 4. Схема Бернуллі. Граничні теореми

**4.1** Знайти ймовірність того, що з 6 отриманих у банку кредитів будуть повернуті: а) 2 кредити; б) не менше 2 кредитів; в) не більше 2 кредитів; г) хоча б один кредит. Ймовірність повернення одного кредиту дорівнює 0,7.

**4.2** Знайти ймовірність того, що із 650 посіяних зерен проросте саме 500 зерен, якщо ймовірність проростання для кожної зернини однакова і дорівнює 0,9.

**4.3** Для деякого регіону ймовірність того, що мале підприємство збанкрутує за час $t$, дорівнює 0,4. Знайти ймовірність того, що з 150 малих підприємств регіону за час $t$ припинять свою діяльність від 50 до 120 підприємств.

## 5. Дискретні випадкові величини

**5.1** Дискретна випадкова величина $X$ – відсоткова зміна вартості акцій відносно їх поточного курсу протягом чотирьох місяців. Її закон розподілу заданий у табличній формі (табл. 1). Знайти функцію розподілу $F(x)$, побудувати її графік. Обчислити математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$ випадкової величини $X$. Чому дорівнюють мода $M_o$ і медіана $M_e$?

Табл. 1

| $x_i$ | 4 | 7 | 11 | 16 |
|---|---|---|---|---|

| $p_i$ | 0,01 | 0,07 | 0,26 | 0,66 |
|---|---|---|---|---|

## 6. Неперервні випадкові величини

**6.1** Записати функцію розподілу ймовірностей *F(x)* неперервної випадкової величини *X*, якщо на інтервалі (1; 4) вона задана формулою $F(x)=\frac{(x-1)^2}{9}$. Знайти щільність розподілу *f(x)*; ймовірність того, що випадкова величина *X* прийме значення з інтервалу (2; 3). Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)*, дисперсію *D(X)*, середнє квадратичне відхилення *σ(X)* випадкової величини *X*, моду $M_o$ і медіану $M_e$.

**6.2** 1. Для заданої функції $F(x)$ побудувати її графік та перевірити, чи є вона функцією розподілу ймовірностей на числовій прямій. Якщо до виразу входять параметри, то дослідити, чи можна визначити їх так, щоб $F(x)$ була функцією розподілу ймовірностей: $F(x)=\begin{cases}0, & \text{коли}\ x\le 0,\\ ax^2, & \text{коли}\ 0<x\le 2,\\ 1, & \text{коли}\ x>2;\end{cases}$.

2. Якщо $F$ є функцією розподілу ймовірностей, то визначити який розподіл ймовірностей вона задає: дискретний, неперервний чи абсолютно неперервний.

3. Для абсолютно неперервної функції розподілу $F$ знайти відповідну щільність розподілу ймовірностей $f$ та побудувати її графік.

**6.3** Відомо, що щільність розподілу *f(x)* випадкової величини *X* на інтервалі (0; 2) задана формулою $f(x)=\frac{x+1}{4}$, а за його межами дорівнює нулю. Знайти функцію розподілу *F(x)* випадкової величини *X*. Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)* та дисперсію *D(X)*.

## 7. Нормальний розподіл

**7.1** Середній курс акцій деякої компанії протягом одних біржових торгів дорівнює 12 грн., середнє квадратичне відхилення – 3 грн. Вважаючи, що середній курс акцій компанії – нормально розподілена випадкова величина, визначити: а) відсоток акцій, що мають курс в інтервалі (12;20); б) ймовірність того, що абсолютна величина відхилення $X$ від 12 виявиться менше 6.

**7.2** Визначити відсоток незадоволеного попиту населення в одязі для району з фактичними параметрами обхвату грудей 76,2 см (середнє значення) і 2,6 см (середнє квадратичне відхилення) за умови, що при проведенні вимірювань була допущена помилка і відповідні показники дорівнюють 73,6 см і 3,8 см. Вважається, що обхват грудей має наближено нормальний розподіл. Розрахувати фактичний розмірний асортимент одягу і той, що відповідає визначеним параметрам.

## Варіант 9

## 1. Класичне тлумачення ймовірності

Для вказаних експериментів побудувати ймовірнісні простори та визначити вказані ймовірності, вважаючи результати експерименту рівноможливими.

**1.1** Підкидають два гральних кубики. Обчислити ймовірність того, що: а) сума очок не перевищить 11; б) добуток очок не перевищить 11; в) добуток очок поділиться націло на 11.

**1.2** Автобус, у якому їдуть 5 пасажирів, зробить 6 зупинок. Вважаючи, що всі можливі способи виходу пасажирів з автобуса рівноможливі, обчислити ймовірність того, що: а) усі пасажири вийдуть на одній зупинці; б) усі вийдуть на різних зупинках; в) хоча б двоє пасажирів вийдуть на одній зупинці.

**1.3** Дане слово складене з карток, на яких написана одна літера. Картки змішують і виймають по одній без повернення. Знайти ймовірність того, що в результаті вийде задане слово. Дані слова: а) куля; б) множення.

**1.4** Група студентів, що складається з 6 чоловік, займає місця в одному ряду актового залу у випадковому порядку. Обчислити ймовірність того, що: а) 3 визначених студентів сидітимуть поряд; б) 3 визначених студентів не сидітимуть поряд.

**1.5** З 19 комерційних банків 12 розташовані за межею міста. Для перевірки з них випадковим чином вибрали 6 комерційних банків. Обчислити ймовірність того, що серед відібраних за межею міста виявиться: а) 4 комерційних банки; б) жодного комерційного банку; в) хоча б один комерційний банк.

## 2. Теореми додавання і множення ймовірностей

**2.1** Два клієнти зайшли до магазину. Ймовірність того, що перший клієнт забажає зробити покупку, дорівнює 0,5, що другий – 0,4. Обчислити ймовірність того, що покупку забажають зробити: а) обидва клієнти; б) тільки один клієнт; в) тільки перший клієнт; г) хоча б один клієнт; д) жоден з клієнтів не забажає зробити покупку.

**2.2** Три клієнти звернулися до кредитного відділу банку. Ймовірність того, що перший клієнт одержить кредит, дорівнює 0,1, що другий – 0,3, що третій – 0,5. Обчислити ймовірність того, що кредит одержать: а) один клієнт; б) два клієнти; в) три клієнти; г) не менше двох клієнтів; д) не більше двох клієнтів; е) хоча б один клієнт; є) жоден з клієнтів не одержить кредиту.

## 3. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

**3.1** Страхова компанія поділяє застрахованих за класами ризику: перший клас – малий ризик – 10 % усіх клієнтів, другий клас – середній ризик – 30 % усіх клієнтів, третій клас – великий ризик – решта клієнтів. Ймовірність необхідності виплачувати страховку для першого класу ризику дорівнює 0,01,

для другого класу – 0,06, для третього класу – 0,08. Обчислити ймовірність того, що: а) навмання вибраний клієнт компанії одержить страховку; б) клієнт, що отримав страховку, належить до першого чи до третього класу ризику.

**3.2** У першій корзині 25 білих і 3 чорні кулі, у другій – 25 білих і 2 чорні кулі. З першої корзини в другу переклали 19 навмання взятих куль, потім з другої корзини взяли одну кулю. Обчислити ймовірність того, що остання куля біла.

## 4. Схема Бернуллі. Граничні теореми

**4.1** Знайти ймовірність того, що з 5 отриманих у банку кредитів будуть повернуті: а) 2 кредити; б) не менше 2 кредитів; в) не більше 2 кредитів; г) хоча б один кредит. Ймовірність повернення одного кредиту дорівнює 0,9.

**4.2** Знайти ймовірність того, що із 600 посіяних зерен проросте саме 3 зернини, якщо ймовірність проростання для кожної зернини однакова і дорівнює 0,01.

**4.3** Для деякого регіону ймовірність того, що мале підприємство збанкрутує за час $t$, дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що з 150 малих підприємств регіону за час $t$ припинять свою діяльність від 100 до 150 підприємств.

## 5. Дискретні випадкові величини

**5.1** Дискретна випадкова величина $X$ – відсоткова зміна вартості акцій відносно їх поточного курсу протягом чотирьох місяців. Її закон розподілу заданий у табличній формі (табл. 1). Знайти функцію розподілу $F(x)$, побудувати її графік. Обчислити математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$ випадкової величини $X$. Чому дорівнюють мода $M_o$ і медіана $M_e$?

Табл. 1

| $x_i$ | 2 | 5 | 6 | 8 |
|---|---|---|---|---|

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,25 | 0,37 | 0,23 | 0,15 |

## 6. Неперервні випадкові величини

**6.1** Записати функцію розподілу ймовірностей *F(x)* випадкової величини *X*, якщо на інтервалі $(-2;\ 2]$ вона задана формулою $F(x)=\dfrac{(x+2)^2}{16}$. Знайти щільність розподілу *f(x)*; ймовірність того, що випадкова величина *X* прийме значення з інтервалу (0; 1). Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)*, дисперсію *D(X)*, середнє квадратичне відхилення *σ(X)* випадкової величини *X*, моду $M_o$ і медіану $M_e$.

**6.2** 1. Для заданої функції $F(x)$ побудувати її графік та перевірити, чи є вона функцією розподілу ймовірностей на числовій прямій. Якщо до виразу входять параметри, то дослідити, чи можна визначити їх так, щоб $F(x)$ була функцією розподілу ймовірностей: $F(x)=\begin{cases} 0, & \text{коли } x\le -4, \\ \dfrac{a(x+4)}{16}, & \text{коли } -4<x\le 0, \\ 1, & \text{коли } x>0; \end{cases}$.

2. Якщо $F$ є функцією розподілу ймовірностей, то визначити який розподіл ймовірностей вона задає: дискретний, неперервний чи абсолютно неперервний.

3. Для абсолютно неперервної функції розподілу $F$ знайти відповідну щільність розподілу ймовірностей $f$ та побудувати її графік.

**6.3** Відомо, що щільність розподілу *f(x)* випадкової величини *X* на інтервалі (0; 2) задана формулою $f(x)=\dfrac{x}{2}$, а за його межами дорівнює нулю. Знайти функцію розподілу *F(x)* випадкової величини *X*. Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)* та дисперсію *D(X)*.

## 7. Нормальний розподіл

**7.1** Середній курс акцій деякої компанії протягом одних біржових торгів дорівнює 11 грн., середнє квадратичне відхилення – 4 грн. Вважаючи, що середній курс акцій компанії – нормально розподілена випадкова величина, визначити: а) відсоток акцій, що мають курс в інтервалі (13;22); б) ймовірність того, що абсолютна величина відхилення $X$ від 11 виявиться менше 8.

**7.2** Визначити відсоток незадоволеного попиту населення в одязі для району з фактичними параметрами обхвату грудей 86,4 см (середнє значення) і 3,3 см (середнє квадратичне відхилення) за умови, що при проведенні вимірювань була допущена помилка і відповідні показники дорівнюють 83,5 см і 2,7 см. Вважається, що обхват грудей має наближено нормальний розподіл. Розрахувати фактичний розмірний асортимент одягу і той, що відповідає визначеним параметрам.

## Варіант 10

### 1. Класичне тлумачення ймовірності

Для вказаних експериментів побудувати ймовірнісні простори та визначити вказані ймовірності, вважаючи результати експерименту рівноможливими.

**1.1** Підкидають два гральних кубики. Обчислити ймовірність того, що: а) сума очок не перевищить 12; б) добуток очок не перевищить 12; в) добуток очок поділиться націло на 12.

**1.2** Автобус, у якому їдуть 5 пасажирів, зробить 7 зупинок. Вважаючи, що всі можливі способи виходу пасажирів з автобуса рівноможливі, обчислити ймовірність того, що: а) усі пасажири вийдуть на одній зупинці; б) усі вийдуть на різних зупинках; в) хоча б двоє пасажирів вийдуть на одній зупинці.

**1.3** Дане слово складене з карток, на яких написана одна літера. Картки змішують і виймають по одній без повернення. Знайти ймовірність того, що в результаті вийде задане слово. Дані слова: а) ромб; б) геометрія.

**1.4** Група студентів, що складається з 10 чоловік, займає місця в одному ряду актового залу у випадковому порядку. Обчислити ймовірність того, що: а) 3 визначених студентів сидітимуть поряд; б) 3 визначених студентів не сидітимуть поряд.

**1.5** З 20 комерційних банків 15 розташовані за межею міста. Для перевірки з них випадковим чином вибрали 5 комерційних банків. Обчислити ймовірність того, що серед відібраних за межею міста виявиться: а) 3 комерційних банки; б) жодного комерційного банку; в) хоча б один комерційний банк.

## 2. Теореми додавання і множення ймовірностей

**2.1** Два клієнти зайшли до магазину. Ймовірність того, що перший клієнт забажає зробити покупку, дорівнює 0,5, що другий – 0,5. Обчислити ймовірність того, що покупку забажають зробити: а) обидва клієнти; б) тільки один клієнт; в) тільки перший клієнт; г) хоча б один клієнт; д) жоден з клієнтів не забажає зробити покупку.

**2.2** Три клієнти звернулися до кредитного відділу банку. Ймовірність того, що перший клієнт одержить кредит, дорівнює 0,4, що другий – 0,1, що третій – 0,2. Обчислити ймовірність того, що кредит одержать: а) один клієнт; б) два клієнти; в) три клієнти; г) не менше двох клієнтів; д) не більше двох клієнтів; е) хоча б один клієнт; є) жоден з клієнтів не одержить кредиту.

## 3. Формула повної ймовірності. Формули Байєса

**3.1** Страхова компанія поділяє застрахованих за класами ризику: перший клас – малий ризик – 30 % усіх клієнтів, другий клас – середній ризик – 20 % усіх клієнтів, третій клас – великий ризик – решта клієнтів. Ймовірність необхідності виплачувати страховку для першого класу ризику дорівнює 0,03,

для другого класу – 0,05, для третього класу – 0,08. Обчислити ймовірність того, що: а) навмання вибраний клієнт компанії одержить страховку; б) клієнт, що отримав страховку, належить до першого чи до третього класу ризику.

**3.2** У першій корзині 5 білих і 5 чорних куль, у другій – 4 білі й 3 чорні кулі. З першої корзини в другу переклали 3 навмання взяті кулі, потім з другої корзини взяли одну кулю. Обчислити ймовірність того, що остання куля біла.

## 4. Схема Бернуллі. Граничні теореми

**4.1** Знайти ймовірність того, що з 4 отриманих у банку кредитів будуть повернуті: а) 2 кредити; б) не менше 2 кредитів; в) не більше 2 кредитів; г) хоча б один кредит. Ймовірність повернення одного кредиту дорівнює 0,8.

**4.2** Знайти ймовірність того, що із 550 посіяних зерен проросте саме 400 зерен, якщо ймовірність проростання для кожної зернини однакова і дорівнює 0,8.

**4.3** Для деякого регіону ймовірність того, що мале підприємство збанкрутує за час $t$, дорівнює 0,6. Знайти ймовірність того, що з 200 малих підприємств регіону за час $t$ припинять свою діяльність від 100 до 150 підприємств.

## 5. Дискретні випадкові величини

**5.1** Дискретна випадкова величина $X$ – відсоткова зміна вартості акцій відносно їх поточного курсу протягом чотирьох місяців. Її закон розподілу заданий у табличній формі (табл. 1). Знайти функцію розподілу $F(x)$, побудувати її графік. Обчислити математичне сподівання $M(X)$, дисперсію $D(X)$, середнє квадратичне відхилення $\sigma(X)$ випадкової величини $X$. Чому дорівнюють мода $M_o$ і медіана $M_e$?

Табл. 1

| $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | 0,63 | 0,12 | 0,17 | 0,08 |

## 6. Неперервні випадкові величини

**6.1** Записати функцію розподілу ймовірностей *F(x)* неперервної випадкової величини *X*, якщо на інтервалі $\left(\frac{\pi}{2};\ \pi\right)$ вона задана формулою $F(x) = -\cos x$. Знайти щільність розподілу *f(x)*; ймовірність того, що випадкова величина *X* прийме значення з інтервалу $\left(\frac{\pi}{2};\ \frac{2\pi}{3}\right)$. Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)*, дисперсію *D(X)*, середнє квадратичне відхилення *σ(X)* випадкової величини *X*, моду $M_o$ і медіану $M_e$.

**6.2** 1. Для заданої функції $F(x)$ побудувати її графік та перевірити, чи є вона функцією розподілу ймовірностей на числовій прямій. Якщо до виразу входять параметри, то дослідити, чи можна визначити їх так, щоб $F(x)$ була функцією розподілу ймовірностей: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{коли } x \le -1, \\ \sqrt{ax+b}, & \text{коли } -1 < x \le 3, \\ 1, & \text{коли } x > 3; \end{cases}$.

2. Якщо $F$ є функцією розподілу ймовірностей, то визначити який розподіл ймовірностей вона задає: дискретний, неперервний чи абсолютно неперервний.

3. Для абсолютно неперервної функції розподілу $F$ знайти відповідну щільність розподілу ймовірностей $f$ та побудувати її графік.

**6.3** Відомо, що щільність розподілу *f(x)* випадкової величини *X* на інтервалі (0; 1) задана формулою $f(x) = 2x$, а за його межами дорівнює нулю. Знайти функцію розподілу *F(x)* випадкової величини *X*. Побудувати графіки функцій *F(x)* і *f(x)*. Обчислити математичне сподівання *M(X)* та дисперсію *D(X)*.

## 7. Нормальний розподіл

**7.1** Середній курс акцій деякої компанії протягом одних біржових торгів дорівнює 11 грн., середнє квадратичне відхилення – 2 грн. Вважаючи, що середній курс акцій компанії – нормально розподілена випадкова величина, визначити: а) відсоток акцій, що мають курс в інтервалі (9;17); б) ймовірність того, що абсолютна величина відхилення $X$ від 11 виявиться менше 6.

**7.2** Визначити відсоток незадоволеного попиту населення в одязі для району з фактичними параметрами обхвату грудей 90,1 см (середнє значення) і 3,1 см (середнє квадратичне відхилення) за умови, що при проведенні вимірювань була допущена помилка і відповідні показники дорівнюють 92,2 см і 2,8 см. Вважається, що обхват грудей має наближено нормальний розподіл. Розрахувати фактичний розмірний асортимент одягу і той, що відповідає визначеним параметрам.

**ДОДАТОК А**

Титульна сторінка розрахунково-графічної роботи

**Чернігівський національний технологічний університет**
**Кафедра кібербезпеки та математичного моделювання**

# Розрахунково-графічна робота

# з дисципліни „Вища математика”

***варіант* № ________**

виконав(ла)
студент(ка)
______________________
(прізвище, ім’я, по-батькові)
перевірив
____________________________
оцінка __________ балів

Підпис викладача ____________

Чернігів 201_

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

### **Базова**


1. Акімов О. В. Статистика в малюнках та схемах : [Навчальний посібник] / О. В. Акімов. - К. : ЦНЛ, 2007. – 168 с.

2. Горкавий В. К. Статистика : [Навчальний посібник] / В. К. Гаркавий. – К. : ЦНЛ, 2012. – 608 с.

3. Єріна А. М., Пальян З. О. Теорія статистики : Практикум / А. М. Єріна, З. О. Кальян. – К. : Знання, 2002. – 422 с.

4. Лугінін О. Є. Статистика : [Навчальний посібник] / О. Є. Лугінін . – К.: ЦНЛ, 2007. – 608 с.

5. Макаренко М. В. Теорія статистики: Навчальний посібник. / М. В. Макаренко, І. М. Гойхман, О. О. Гладчук, О. В. Шуть. – К.: Кондор, 2010. – 236 с.

6. Мармоза А. Т. Теорія статистики [текст] підручник / А. Т. Мармоза. – К.: «Центр учбової літератури», 2013. – 592 с.

7. Матковський С. О., Марець О. Р. Теорія статистики : [Навчальний посібник] / С. О. Матковський, О. Р. Марець. – К. : Знання, 2010. – 535 с.

8. Моторин Р. М. Статистика для економістів: навч. посіб. / Р. М. Моторин, Е. В. Чекотовський. – 3-те вид., виправл. і доповн. – К. : Знання, 2013. – 381 с. + компакт- диск. – (Вища освіта XXI століття).

9. Опря А. Т. Статистика. Математична статистика. Теорія статистики : [Навчальний посібник] / А. Т. Опря. – К. : ЦНЛ, 2005. - 496 с.

10. Опря А. Т. Статистика: [Навчальний посібник] / А. Т. Опря. – К.: ЦНЛ, 2012. – 448 с.

11. Статистика : [Підручник]. / Р. Я. Баран та ін. – Чернівці : Наші книги. – 2008. – 240 с.

12. Статистика : [Підручник]. / С. С. Герасименко та ін. – К. : КНЕУ, 2000. – 467 с. 24

13. Статистика: теоретичні засади і прикладні аспекти / За ред. Р. В. Фещура. – Львів: “Інтелект-Захід”, 2003. – 346 с.

14. Тарасенко І. О. Статистика : [Навчальний посібник] / І. О. Тарасенко. - К. : ЦНЛ, 2006. – 344 с.

15. Теорія статистики : [Підручник]. / Є. І. Ткач, В. П. Сторожук та ін.- Тернопіль : Астон. – 2004. – 589 с.

16. Тринько Р. І., Тадник М. Є. Основи теоретичної і прикладної статистики : [Навчальний посібник] / Р. І. Гринько, М. Є. Тадник. – К. : Знання, 2011. – 400 с.

17. Уманець Т. В. Загальна теорія статистики : [Навчальний посібник] / Т. В. Уманець. – К. : Знання. – 2006. – 294 с.

18. Штагрет А. М. Статистика : [Навчальний посібник] / А. М. Штагрет. – К. : ЦНЛ, 2005. – 232 с.

**Допоміжна література.**

1. Адамов В. Е. Факторный индексный аналіз / В. Е. Адамов. – М.: Статистика, 1997. – 302 с.

2. Айрапетов А. М. Таблицы исчисления среднегодовых темпов роста, прироста и снижения / А. М. Айрапетов. – М.: Статистика, 1979. – 98 с.

3. Ален Р. Экономические индексы. / Р. Ален. – М. : Статистика, 1990. – 238 с.

4. Бек В. Л. Теорія статистики: курс лекцій : [Навчальний посібник] / В. Л. Бек. – К. : ЦНЛ, 2003. – 412 с.

5. Громыко Г. Л. Общая теория статистики : Практикум / Г. Л. Громыко – М. : ИНФРА-М, 2000. – 286 с.

6. Вайну Я. Я. Корреляция рядов динамики / Я. Я. Вайну. – М.: Статистика, 1990. – 344 с.

7. Герчук Я. П. Графические методы в статистике / Я. П. Герчук. – М.: Статистика, 1992. – 86 с.

8. Кендэлл М. Временные ряды / М. Кендэлл – М.: Финансы и статистика, 1989. – 354 с.

9. Кильдишев Г. С., Аболонцев Ю. И. Многомерные группировки / Г. С. 25 Кильдишев, Ю. И. Аболонцев – М. : Статистика, 1998. – 482 с.

10. Липкин М. И. Кривые распределения в экономических исследованиях / М. И. Липкин. – М. : Статистика, 1992. – 422 с.

11. Михель В. М. Динамические ряды : [Уч. пособие] / В. М. Михаль. – М.: МИНХ, 1989. – 198 с.

12. Общая теория статистики / Под ред. А. Я. Боярского, Г. Л. Громыко. – М. : Изд–во Моск. ун–та, 1995. – 316 с.

13. Плошко Б. Г. История статистики / Б. Г Плошко. – М. : Статистика, 1990. – 392 с.

14. Романюк О. П. Методи економіко-статистичного аналізу : [Навчальний посібник] / О. П. Романюк. – К. : Вид – во УАДУ, 1997. – 214 с.

15. Четыркин М. Е. Статистические методы прогнозирования / М. Е. Четыркин. – М. : Статистика, 1997. – 294 с.

16. Юл Дж., Кендэлл М. Дж. Теория статистики / Дж. Юл, М. Дж. Кендэлл. – М. : Статистика, 1985. – 326 с.

**Інформаційні ресурси**

1. Вища математика http://erudyt.net/elektronni-pidruchniki/vishha-matematika/dubovyk-yuryk-vyscha-matematyka-navch-posibnyk.html
2. Вища математика http://www.ex.ua/74569279
3. www.me.gov.ua – Міністерство економіки України