

Міністерство освіти і науки України
ЧЕРНІГІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ПРОГНОЗУВАННЯ СОЦІАЛЬНО- ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до лабораторних робіт і самостійної роботи
для студентів напряму підготовки 051 – "Економіка"
денної та заочної форм навчання

Обговорено і рекомендовано
на засіданні кафедри
інформаційних систем в економіці
Протокол № 9
від 17.04.2019

Прогнозування соціально-економічних процесів. Методичні вказівки до лабораторних робіт і самостійної роботи для студентів напряму підготовки 051 - "Економіка" денної та заочної форм навчання./ укл. Юрченко М.Є., Дрозд О.П., – Чернігів: ЧНТУ, 2019. – 116 с.

Укладачі: МАРИНА ЄВГЕНІВНА ЮРЧЕНКО, кандидат фізико–математичних наук, доцент кафедри інформаційних систем в економіці;
ОЛЕКСАНДР ПЕТРОВИЧ ДРОЗД, старший викладач кафедри інформаційних систем в економіці

Відповідальний за випуск: АНДРІЙ МИКОЛАЙОВИЧ АКИМЕНКО, завідувач кафедри інформаційних систем в економіці, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Рецензент: ОЛЕНА ІВАНІВНА ГОНТА, доктор економічних наук, професор, директор навчально-наукового інституту економіки Чернігівського національного технологічного університету

З М І С Т

З М І С Т	3
В С Т У П.....	5
1 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1. ПОБУДОВА ПРОГНОЗНИХ МОДЕЛЕЙ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ КРИВИХ ПІДГОНКИ ТА EX-POST ПРОГНОЗУВАННЯ	6
1.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ І РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ	6
1.1.1 <i>Криві підгонки.....</i>	6
1.1.2 <i>Оцінка моделей</i>	9
1.1.3 <i>Верифікація прогнозів. EX POST прогноз</i>	12
1.1.4 <i>Точковий та інтервальний прогнози.....</i>	13
1.2 ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ	14
1.3 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	19
1.4 ВАРІАНТИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАВДАНЬ	19
1.5 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	22
2 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2. ПРОГНОЗУВАННЯ МЕТОДОМ КОВЗНОГО СЕРЕДНЬОГО	23
2.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ І РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ	23
2.2 ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ	24
2.3 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	27
2.4 ВАРІАНТИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАВДАНЬ	27
2.5 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	28
3 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3. ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДА ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОГО ЗГЛАДЖУВАННЯ	30
3.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ І РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ	30
3.2 ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ	32
3.3 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	35
3.4 ВАРІАНТИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАВДАНЬ	35
3.5 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	35
4 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4. ПАРНА ЛІНІЙНА РЕГРЕСІЯ В ПРОГНОЗУВАННІ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ	36
4.1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ І РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ	36
4.1.1 <i>Загальні відомості з регресійного аналізу.....</i>	36
4.1.2 <i>Виконання регресійного аналізу за допомогою Microsoft Excel.....</i>	39
4.2 ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ	41
4.3 ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	46
4.4 ВАРІАНТИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАВДАНЬ	46
4.5 ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	57
5 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5. ДОСЛІДЖЕННЯ МНОЖИННОЇ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЇ В ЗАДАЧАХ ПРОГНОЗУВАННЯ.....	58

5.1	ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ І РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ	58
5.2	ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ	59
5.3	ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	65
5.4	ВАРІАНТИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАВДАНЬ	65
5.5	ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ	65
6	ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6. ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОБЛЕМИ АВТОКОРЕЛЯЦІЇ	66
6.1	ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ І РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ	66
6.1.1	<i>Загальні відомості з автокореляції.....</i>	66
6.1.2	<i>Тест Дарбіна-Уотсона.....</i>	68
6.1.3	<i>Методи рішення проблеми автокореляції.....</i>	69
6.2	ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ	70
6.3	ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	74
6.4	ВАРІАНТИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАВДАНЬ	74
6.5	ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	74
7	ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7. ПРОГНОЗУВАННЯ З УРАХУВАННЯМ СЕЗОННОЇ КОМПОНЕНТИ.....	75
7.1	ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ І РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ	75
7.1.1	<i>Адитивна і мультипликативна моделі</i>	75
7.1.2	<i>Прогноз сезонних даних на основі регресії</i>	76
7.2	ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ	77
7.3	ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	89
7.4	ВАРІАНТИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАВДАНЬ	89
7.5	ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	93
8	ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 8. ЕКСПЕРТНІ МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ.....	94
8.1	ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ І РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ	94
8.1.1	<i>Характеристика методів колективної експертної оцінки.....</i>	94
8.1.2	<i>Державні органи України, що займаються прогнозуванням та плануванням на макроекономічному рівні</i>	96
8.1.3	<i>Статистичні показники в експертному прогнозуванні</i>	98
8.2	ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ	101
8.3	ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	110
8.4	ВАРІАНТИ ЛАБОРАТОРНИХ ЗАВДАНЬ	110
8.5	ПИТАННЯ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЮ.....	113
	РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА.....	115
	ДОДАТОК А.....	116

В С Т У П

Дані методичні вказівки призначені для студентів напряму підготовки 051 "Економіка" при виконанні ними лабораторних робіт і для самостійного вивчення основ прогнозування соціально-економічних процесів.

Прогнозування соціально-економічних процесів є невід'ємною частиною сучасної системи управління. Якісне виконання аналізу інформації, прогнозування і планування часто стають запорукою успіху організацій, установ і підприємств. Вміння виконати опрацювання інформації, провести її всебічний аналіз, скласти обґрунтований прогноз та надати рекомендації до управлінських рішень є візитною карткою висококваліфікованого фахівця.

Метою даних методичних вказівок є здобуття практичних навичок з виконання задач прогнозування. В якості інструментарію для виконання завдань використовуються функціональні можливості програми Microsoft Excel. Версія програми особливого значення не має, але рекомендується використовувати щонайменше Excel 2010. Спеціальні програмні пакети статистики в методичних вказівках не розглядаються.

Лабораторні роботи містять велику кількість теоретичного матеріалу, приклади виконання різних завдань, завдання для самостійної роботи і перелік питань для самостійного контролю. Приклади виконання подані з великою деталізацією, тому при роботі з методичними вказівками слід уважно слідкувати за написанням формул і адресами комірок у Excel.

В лабораторних роботах розглядаються різні методи прогнозування, частина лабораторних робіт, як наприклад, № 6 і № 7 передбачає вивчення різних аспектів одного процесу прогнозування.

На захист лабораторних робіт студенти повинні мати файл з розрахунками електронних таблиць і оформлений письмовий звіт. Вимоги до оформлення звіту вказані у кожній лабораторній роботі.

Для захисту лабораторних робіт студенти повинні володіти теоретичними знаннями, вміти застосовувати інструментарій Excel для розв'язання завдань, розуміти процес розрахунків, виконувати аналіз даних і робити обґрунтовані висновки.

У цілому методичні вказівки можуть бути корисними студентам інших спеціальностей.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

Тема: Побудова прогнозних моделей з використанням методу кривих підгонки та ex-post прогнозування

Мета: навчитись будувати і оцінювати прогнозні моделі із застосуванням кривих підгонки та EX-POST прогнозування.

1.1 Теоретичні відомості і рекомендації до виконання

1.1.1 Криві підгонки

Суть методу підгонки полягає в тому, щоб знайти криву або групу кривих, які з достатньою точністю описували б початкову інформацію, яка представлена статистичними рядами даних [1]. Розрізняють наступні види кривих підгонки: лінійна, параболічна, поліноміальна 3 ступеню, логарифмічна, експоненційна, ступенева, гіперболічна, логістична, S-образна та інші.

Рівняння прямої підгонки (лінійне рівняння регресії Y по X)

$$Y = b_1 + b_2X \quad (1.1)$$

де \hat{Y} – оцінене значення змінної (залежна змінна);

X – період часу (незалежна змінна);

b_1, b_2 – параметри прямої.

Рівняння параболі має наступний вигляд:

$$Y = b_1 + b_2t + b_3t^2 \quad (1.2)$$

де \hat{Y} – оцінене значення змінної (залежна змінна);

t – період часу (незалежна змінна);

b_1, b_2, b_3 – параметри параболі.

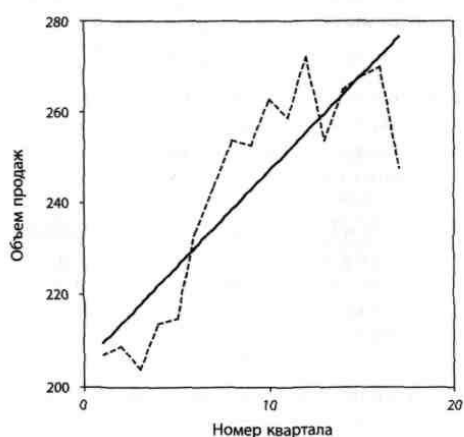


Рисунок 1.1- Лінійна регресія

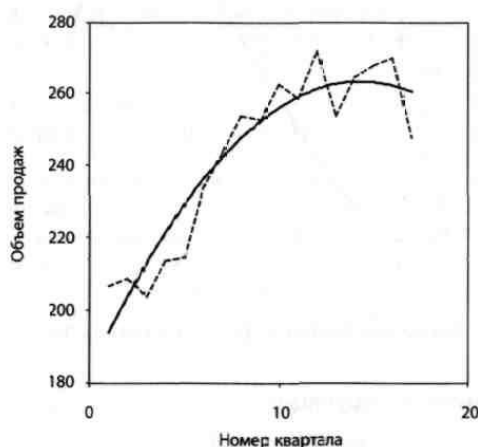


Рисунок 1.2- Крива підгонки: парабола

Рівняння третього ступеня має вигляд:

$$Y = b_1 + b_2t + b_3t^2 + b_4t^3 \quad (1.3)$$

Рівняння логарифмічної функції має вигляд:

$$Y = b_1 + b_2 \ln(t) \quad (1.4)$$

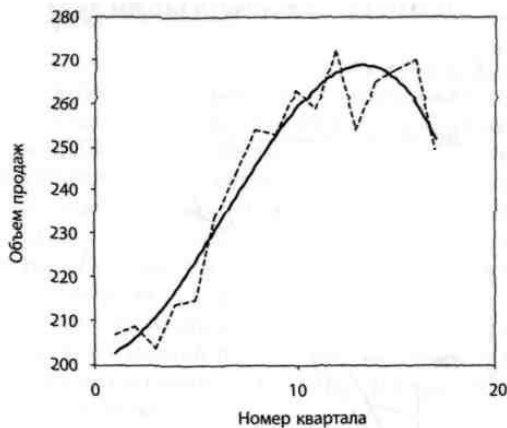


Рисунок 1.3- Крива підгонки: графік многочлена третього ступеня

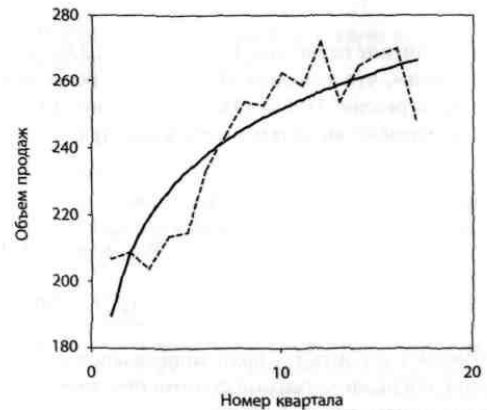


Рисунок 1.4- Крива підгонки: графік логарифмічної функції

Рівняння експоненціальної кривої має вигляд:

$$\hat{Y} = b_1 \exp(b_2 t) \quad (1.5)$$

Згадаємо, що $\exp(z) = e^z$, де $e \approx 2,718$. Розглянемо темп зростання у момент t :

$$\frac{Y_t \times 100\%}{Y_{t-1}} = \exp b_2 \times 100\% \quad (1.6)$$

Темпи зростання для експоненціальної кривої на даному інтервалі постійні. Оскільки $e^z - 1 \approx z$ при малих значеннях z , то $\exp(b_2) \approx b_2$, тобто $b_2 \times 100\%$ приблизно рівно темпам приросту.

Рівняння степеневі функції має вигляд:

$$Y = b_1 (t^{b_2}) \quad (1.7)$$

Рівняння гіперболи має вигляд:

$$Y = b_1 + \frac{b_2}{t} \quad (1.8)$$

Рівняння S-подібної кривої має вигляд:

$$Y = \exp \left(b_1 + \frac{b_2}{t} \right) \quad (1.9)$$

Як видно з цього рівняння, S-подібна крива виходить шляхом послідовного застосування гіперболічної і експоненціальної функцій.

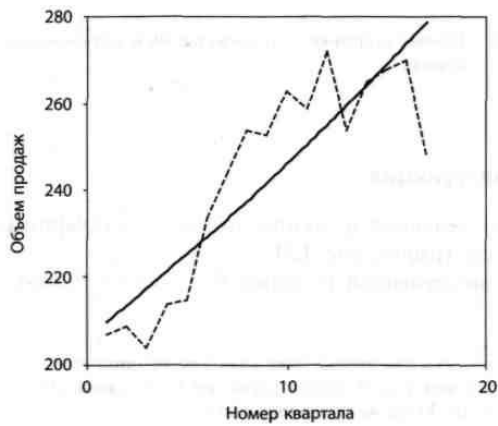


Рисунок 1.5- Крива підгонки: експоненціальна крива

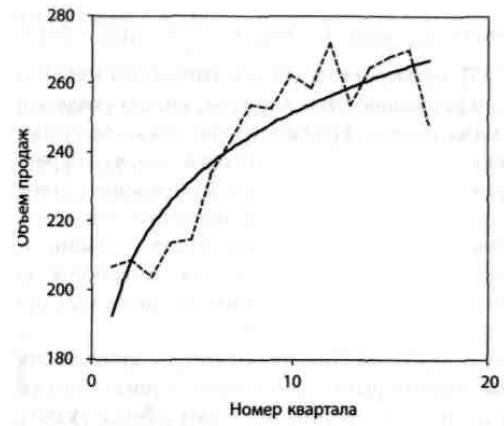


Рисунок 1.6- Крива підгонки: графік степеневі функції

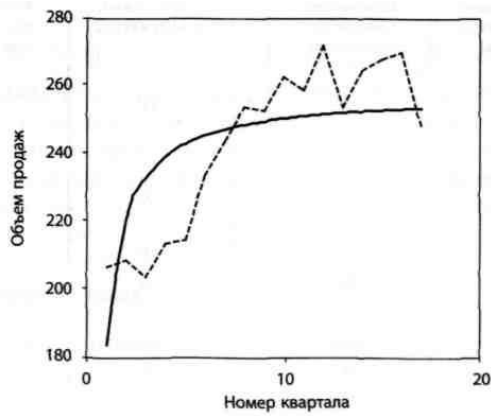


Рисунок 1.7- Крива підгонки: гіпербола



Рисунок 1.8- Крива підгонки: S-подібна крива

Рівняння логістичної кривої має вигляд:

$$Y = \frac{1}{\frac{1}{b_1} + b_2 b_3^t} \quad (1.10)$$

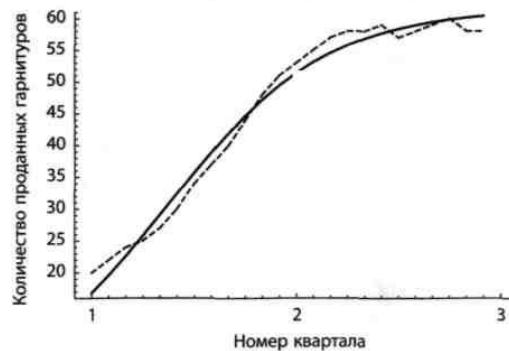


Рисунок 1.9- Крива підгонки: логістична крива

1.1.2 Оцінка моделей

Для оцінювання моделей використовуються такі критерії:

Середньоквадратична похибка (mean squared error, MSE). Підкреслює великі похибки прогнозу. Чим менше великих похибок, тим краще модель прогнозу. Розраховується за формулою:

$$MSE = \frac{e_i^2}{n} \quad (1.11)$$

де n – кількість спостережень;

e – залишок, який визначається, як $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$;

\hat{Y}_i – фактичне значення показника;

Y_i – теоретичне значення показника.

Коефіцієнт детермінації R^2 характеризує ступінь близькості змодельованих значень в їх сукупності до початкових даних. Визначається за формулою:

$$R^2 = 1 - \frac{MSE}{Var Y} = 1 - \frac{e_i^2}{Y - \bar{Y}^2} \quad (1.12)$$

де \bar{Y} – середнє значення показника.

З визначення виходить, що $R^2 \leq 1$. Рівність $R^2 = 1$ можливо тоді і тільки тоді, коли всі залишки рівні нулю, тобто процес в точності описується моделлю; проте на практиці цього майже ніколи не трапляється.

З формули (1.12) можна зробити висновок, що для одного і того ж набору даних коефіцієнт детермінації R^2 буде ближчим до одиниці у моделі з меншою середньоквадратичною помилкою. З формули (1.12) також витікає, що значення коефіцієнта детермінації залежить від дисперсії початкових даних. Наприклад, моделі для двох різних рядів даних можуть мати одні і ті ж значення залишків e_1, e_2, \dots, e_n , але ряд даних з великим значенням дисперсії матиме і більше значення коефіцієнта детермінації.

У разі лінійної регресії невід'ємне число $R = \sqrt{R^2}$ називається *коефіцієнтом множинної кореляції* і використовується набагато рідше, ніж коефіцієнт детермінації.

Середня абсолютна похибка (mean absolute error, MAE). Або *середнє абсолютне відхилення* (mean absolute deviation, MAD) Показує, на скільки одиниць в середньому відхилявся прогноз в більшу або меншу сторону. Дозволяє визначити помилку в конкретних одиницях. Визначається за формулою:

$$MAE (MAD) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t| \quad (1.13)$$

Середня відносна похибка (mean relative error, MRE). Це похибка вимірювання, виражена як відношення абсолютної похибки до результату вимірювання. Визначається за формулою:

$$MRE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \quad (1.14)$$

Середня абсолютна похибка у відсотках (mean absolute percentage error, MAPE). Показує наскільки великі похибки в порівнянні зі значеннями ряду. Визначається за формулою:

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t} \quad (1.15)$$

MAD і MAPE виявляються корисними при порівнянні залишків окремих значень моделі.

Корінь із середньоквадратичної похибки (Root Mean Square Error, RMS Error, RMSE). Також ще називають *середньоквадратичним відхиленням* величини від її математичного очікування. RMSE використовується для вимірювання відмінностей між значеннями прогнозної моделі та фактичними значеннями. Часто RMSE використовується, щоб порівняти помилки прогнозування різних моделей для конкретного набору даних, а не між наборами даних, оскільки він залежить від масштабу. Формула RMSE:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (1.16)$$

Корінь із середньоквадратичної похибки у відсотках (Root Mean Square Percentage Error, RMSPE). Визначається за формулою:

$$RMSPE = \sqrt{\frac{100}{n} \sum_{t=1}^n \left(\frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right)^2} \quad (1.17)$$

Критерії MSE, RMSE, MAD виражають похибку у одиницях виміру, тому їх величина залежить від специфіки часового ряду. Останні два критерії RMSPE і MAPE вимірюються у відносних одиницях, тому можна говорити про деякий загальний рівень адекватності моделі на основі їх порівняння. Чим меншою є величина критерію похибки, тим краще побудована модель для прогнозування. В таблиці 1.1 представлені приблизні діапазони RMSPE і MAPE і відповідні оцінки точності прогнозної моделі [2].

Таблиця 1.1 – Діапазони точності прогнозу за RMSPE і MAPE

<i>MAPE, RMPSE</i>	<i>Точність прогнозу</i>
Менше 10 %	Висока
10 % — 20 %	Добра
20 % — 40 %	Задовільна
40 % — 50 %	Погана
Більше 50 %	Незадовільна

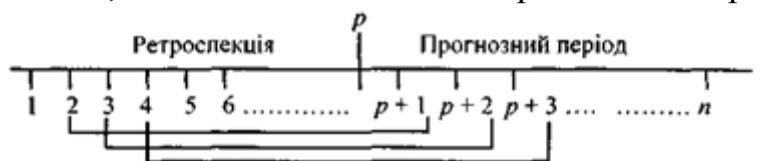
1.1.3 Верифікація прогнозів. EX POST прогноз

Верифікація прогнозів, тобто оцінювання їх точності та обґрунтованості є важливим етапом статистичного прогнозування. На етапі верифікації використовують сукупність критеріїв, способів і процедур, які дають можливість оцінити якість прогнозу.

Найбільш поширене ретроспективне оцінювання прогнозу, тобто оцінювання прогнозу для минулого часу (ex-post прогноз). Динамічний ряд поділяється на дві частини:

- 1) $t = 1, 2, 3, \dots, p$ – називається ретроспекцією (передісторією),
- 2) $t = p + 1, p + 2, p + 3, \dots, p + (n - p)$ – прогнозним періодом.

За даними ретроспекції моделюється закономірність динаміки і на основі моделі розраховується прогноз Y_{p+v} , де v — період упередження. Ретроспекція послідовно змінюється, відповідно змінюється прогнозний період (рис. 1.10).

Рисунок 1.10 - Схема ретроспективної перевірки точності прогнозу для $v = 1$

Оскільки фактичні значення прогнозного періоду відомі, то можна визначити похибку прогнозу як різницю фактичного y_t і прогнозного \hat{y}_t рівнів: $e_t = y_t - \hat{y}_t$. Всього буде $n - p$ похибок.

Узагальнюючою оцінкою точності прогнозу слугують MAE та RMSE:

$$e = \frac{e_t}{n - p} \quad (1.18)$$

$$s = \frac{e_t^2}{n - p} \quad (1.19)$$

Ідея ex-post прогнозу. Початкові дані розбиваються на дві групи, так щоб в другій групі знаходилися пізніші дані, що становлять зазвичай приблизно 15% всієї інформації. Ці дані будуть потім використовуватися для тестування. При невеликому об'ємі початкових даних в другій групі можна розглядати до 30% початкової інформації.

Алгоритм ex post прогнозування:

1. Ділимо вибірку з n значеннями на 2 частини: 80% (p значень) та 20% ($n-p$ значень). Обираємо криву підгонки, яка є найбільш ефективною для прогнозування.

2. З рівняння кривої підгонки визначаємо прогнозне значення показника на $p+1$ -й період.

3. Порівнюємо одержаний прогноз з фактичним значенням показника за $p+1$ -й період, знаходимо похибку прогнозу.

4. Повторюємо пункти 1-3 послідовно для $p+1, p+2, \dots, n-p$ значень.

5. Розраховуємо \bar{e} , s та коефіцієнт невідповідності Тейла (Theil's inequality coefficient), чисельником якого є середньоквадратична похибка прогнозу, а знаменник дорівнює квадратному кореню із середнього квадрата фактичних та оцінних значень. Формула коефіцієнта невідповідності Тейла:

$$K_T = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2}{m}}}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m y_i^2}{m} + \frac{\sum_{i=1}^m \hat{y}_i^2}{m}}} \quad (1.20)$$

де $m=n-p$ – кількість ex post прогнозів.

Чим ближче коефіцієнт невідповідності Тейла до нуля, тим кращі прогнозні якості моделі.

1.1.4 Точковий та інтервальний прогнози

Точковий прогноз - це прогноз, яким називається єдине значення прогнозованого показника. Це значення визначається підстановкою в рівняння обраної кривої зростання величини часу t , що відповідає періоду попередження: $t = n + 1$; $t = n + 2$ і т. д. Такий прогноз називається точковим, так як на графіку його можна зобразити у вигляді точки.

Очевидно, що точне збіг фактичних даних в майбутньому і прогностичних точкових оцінок мало ймовірно. Тому точковий прогноз повинен супроводжуватися двосторонніми кордонами, тобто зазначенням інтервалу значень, у якому з достатньою часткою впевненості можна очікувати появи прогнозованої величини. Встановлення такого інтервалу називається *інтервальним прогнозом*.

Інтервальний прогноз на базі трендових моделей здійснюється шляхом розрахунку *довірчого інтервалу*. Це інтервал, в якому з певною ймовірністю можна чекати появи фактичного значення прогнозованого економічного показника. Розрахунок довірчих інтервалів при прогнозуванні з використанням кривих зростання має за основу висновки та формули теорії регресії. Хоча для економічних рядів цей розрахунок не зовсім правомірний, оскільки динамічні ряди відрізняються від статистичних сукупностей [3].

У разі прямолінійного тренду для розрахунку довірчого інтервалу можна використовувати аналогічну формулу для парної регресії:

$$U_y = y_{n+L} \pm t_a S_y \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{t_L + t^2}{t - t^2}} \quad (1.21)$$

де L – період випередження;

n – кількість спостережень у часовому ряді;

y_{n+L} – точковий прогноз за моделлю на $(n + L)$ -й момент часу;

t_a – табличне значення критерію Стюдента для рівня значущості α (або з довірчою імовірністю $p=1-\alpha$) і числа ступенів свободи $k=n-2$. Табличні значення різних критеріїв можна знайти в додатку А. Табличні значення критерію Стюдента наведені в таблиці А.1.

t – порядковий номер рівня ряду ($t = 1, 2, \dots, n$);

$t_L = n+L$ – час, для якого здійснюють прогноз;

$t = (n+1)/2$ – час, що відповідає середині періоду спостережень вхідного ряду;

S_y – оцінка стандартної похибки (середньоквадратичною відхилення), розрахована за формулою:

$$S_y = \sqrt{\frac{y_t - y_t^2}{n - 2}} \quad (1.22)$$

де y_t – фактичні значення рівнів часового ряду;

y_t – розрахункові значення рівнів часового ряду, знайдені по рівнянню тренда.

Формула (1.21) може бути представлена у перетвореному вигляді:

$$U_y = y_{n+L} \pm t_a S_y \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{3n + 2L - 1}{n(n^2 - 1)}} \quad (1.23)$$

Формула для розрахунку інтервалів надійності прогнозу відносно тренду, який має вид полінома другого або третього порядку:

$$U_y = y_{n+L} \pm t_a S_y \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{t_L^2}{t^2} + \frac{t^4 - 2t_L^2}{n(t^4 - t^2)} + \frac{t^2 + nt_L^4}{t^2}} \quad (1.24)$$

Позначимо через K вираз під знаком кореню:

$$K = \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{3n + 2L - 1}{n(n^2 - 1)}} \quad (1.25)$$

У такому разі формула (1.23) може бути записана у такому вигляді:

$$U_y = y_{n+L} \pm t_a S_y K \quad (1.26)$$

1.2 Приклад виконання завдання

Завдання

Для економічних показників за 1998-2017 роки розробити моделі шляхом підбору кривої підгонки. Взяти *лінійну, степеневу поліноміальну третього степеня* і на власний вибір *експоненціальну або логарифмічну* функції підгонки. Виконати верифікацію моделей і обрати найкращу для прогнозування модель. Вибір обґрунтувати. Виконати *ex post* прогнозування. Створити точковий та інтервальний прогноз на 2018 рік. Довірчу імовірність p для інтервального прогнозу взяти 95%.

Рік	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Прибуток, млн.грн	340,96	380,48	408,89	461,7	510,73	556,2	611,93	683,21	769,18	854,82
Рік	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Прибуток, млн.грн	910,12	935,06	999,54	1029,78	1140,37	1215,54	1269,43	1376,46	1485,54	1572,25

Хід роботи

1. Створюємо в Ексел таблицю з показниками із завдання (рис. 1.11).

№ періоду	Рік	Y_i Фактичні значення (одичиця вимірювання)	\hat{Y}_i Обчислені за моделлю значення (одичиця вимірювання)	$e_i = Y_i - \hat{Y}_i $ Абсолютна похибка	$\frac{ Y_i - \hat{Y}_i }{Y_i}$ Відносна похибка	$\left(\frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i}\right)^2$	e_i^2
1							
2							
3	1	1998	340,96				
4	2	1999	380,48				
5	3	2000	408,89				
6	4	2001	461,7				
7	5	2002	510,73				
8	6	2003	556,2				
9	7	2004	611,93				
10	8	2005	683,21				
11	9	2006	769,18				
12	10	2007	854,82				
13	11	2008	910,12				
14	12	2009	935,06				
15	13	2010	999,54				
16	14	2011	1029,78				
17	15	2012	1140,37				
18	16	2013	1215,54				
19	17	2014	1269,43				
20	18	2015	1376,46				
21	19	2016	1485,54				
22	20	2017	1572,25				
23	21	2018					
24		R^2					
25		MSE					
26		RMSE					
27		MAE					
28		MRE					
29		RMSPE					
30		MAPE					
31		Висновки					

Рисунок 1.11- Таблиця для розрахунків

2. Створюємо точкову діаграму (без урахування прогнозованого року), додаємо на неї лінію тренду - лінійну криву підгонки. В налаштуваннях лінії тренду включаємо показ рівняння функції підгонки та коефіцієнта детермінації R^2 (рис. 1.12).

3. Із діаграми визначаємо рівняння функції підгонки і виконуємо розрахунки у стовпчиках таблиці. Знаходимо точковий прогноз на 2018 рік і заносимо значення в таблицю.

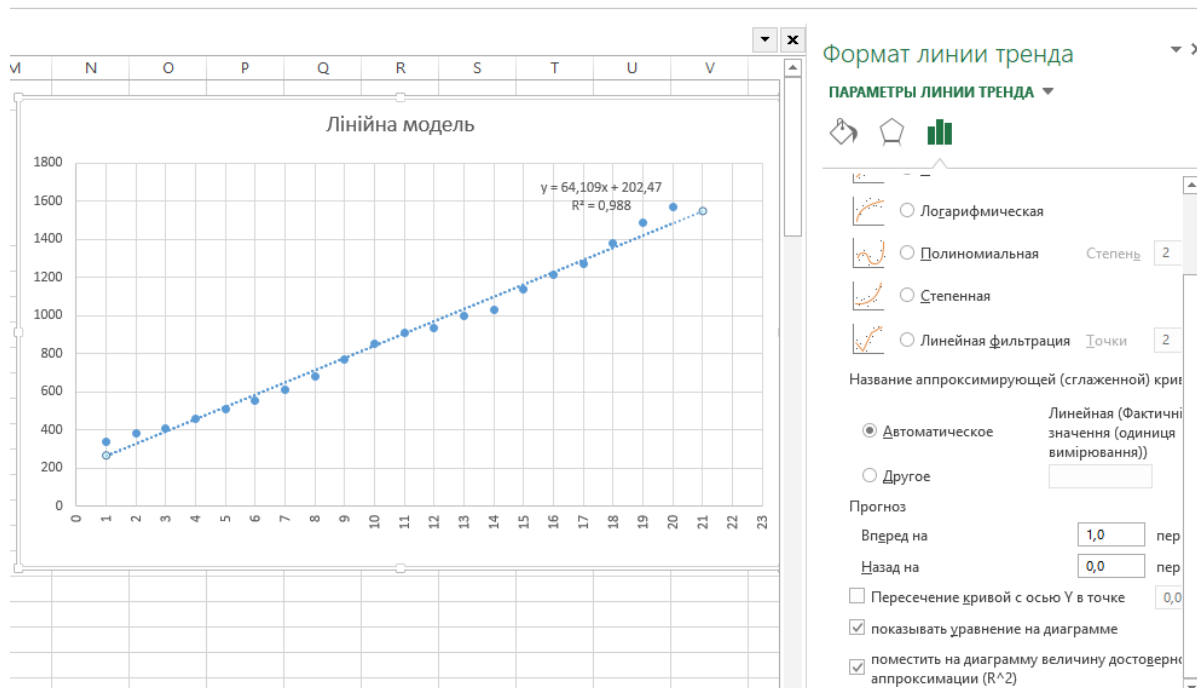


Рисунок 1.12 - Точкова діаграма з трендом і показом рівняння та R^2

4. Унизу таблиці розраховуємо значення критеріїв оцінок моделі за формулами (1.11 – 1.17). Ці розрахунки спростуються за рахунок останніх чотирьох стовпчиків таблиці (виділені сірим). Також пишемо висновки по значенням критеріїв оцінок (рис. 1.13).

5. Аналогічно будемо *степеневу поліноміальну третього степеня* і на власний вибір *експоненціальну* або *логарифмічну* функції підгонки. Таблиці із розрахунками функцій слід розташувати на окремих аркушах книги Excel.

6. Складаємо порівняльну таблицю і робимо загальні висновки. Обираємо найкращу модель для прогнозування.

ПОРІВНЯЛЬНА ТАБЛИЦЯ МОДЕЛЕЙ						
	R^2	SE	RMSE	MAE	MRSPE	MAPE
Модель 1						
Модель 2						
Модель 3						

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	№ періоду	Рік	Y_i	\hat{Y}_i	$e_i = Y_i - \hat{Y}_i $	$\frac{ (Y_i - \hat{Y}_i) }{Y_i}$	$\left(\frac{(Y_i - \hat{Y}_i)}{Y_i}\right)^2$	e_i^2
2			Фактичні значення (одиниця вимірювання)	Обчислені за моделлю значення (одиниця вимірювання)	Абсолютна похибка	Відносна похибка		
3	1	1998	340,96	266,579	74,381	0,218152	0,0475902	5532,533
4	2	1999	380,48	330,688	49,792	0,130866	0,017126	2479,243
5	3	2000	408,89	394,797	14,093	0,034466	0,0011879	198,6126
6	4	2001	461,7	458,906	2,794	0,006052	3,662E-05	7,806436
7	5	2002	510,73	523,015	12,285	0,024054	0,0005786	150,9212
8	6	2003	556,2	587,124	30,924	0,055599	0,0030912	956,2938
9	7	2004	611,93	651,233	39,303	0,064228	0,0041252	1544,726
10	8	2005	683,21	715,342	32,132	0,047031	0,0022119	1032,465
11	9	2006	769,18	779,451	10,271	0,013353	0,0001783	105,4934
12	10	2007	854,82	843,56	11,26	0,013172	0,0001735	126,7876
13	11	2008	910,12	907,669	2,451	0,002693	7,253E-06	6,007401
14	12	2009	935,06	971,778	36,718	0,039268	0,001542	1348,212
15	13	2010	999,54	1035,887	36,347	0,036364	0,0013223	1321,104
16	14	2011	1029,78	1099,996	70,216	0,068185	0,0046493	4930,287
17	15	2012	1140,37	1164,105	23,735	0,020813	0,0004332	563,3502
18	16	2013	1215,54	1228,214	12,674	0,010427	0,0001087	160,6303
19	17	2014	1269,43	1292,323	22,893	0,018034	0,0003252	524,0894
20	18	2015	1376,46	1356,432	20,028	0,01455	0,0002117	401,1208
21	19	2016	1485,54	1420,541	64,999	0,043754	0,0019145	4224,87
22	20	2017	1572,25	1484,65	87,6	0,055716	0,0031043	7673,76
23	21	2018		1548,759				
24		R^2	0,988					
25		MSE	1664,415676					
26		RMSE	40,79725083					
27		MAE	32,7448					
28		MRE	0,045838925					
29		RMSPE	0,670514287					
30		MAPE	4,583892478					
31		Висновки	Текст висновків					

Рисунок 1.13 – Таблиця із розрахунками моделі

7. Для кращої моделі знаходимо інтервальний прогноз на 2018 рік відповідно до формул (1.22 – 1.26). Результати розраховуємо у таблиці (рис. 1.14)

	A	B	C	D	E	F	G
31							
32		Точковий прогноз	Інтервальний прогноз				
33		\hat{Y}_{n+L}	t_α	$S_{\hat{Y}}$	K	U_{ymin}	U_{ymax}
34		1548,759	2,1009	43,0040783	1,56265648	1407,5773	1689,9407

Рисунок 1.14 – Таблиця із розрахунками інтервального прогноза

8. Виконуємо ex post прогнозування згідно розглянутого алгоритма. З отриманих попередньо результатів обираємо криву підгонки, яка є найбільш ефективною для прогнозування. На кожному кроці алгоритму будуюмо діаграми з лінією тренда (рис. 1.15), визначаємо рівняння функції підгонки, виконуємо розрахунки. В результаті одержуємо таблицю, що містить ex post прогнози і відповідні помилки для n-p прогнозів (рис. 1.16).

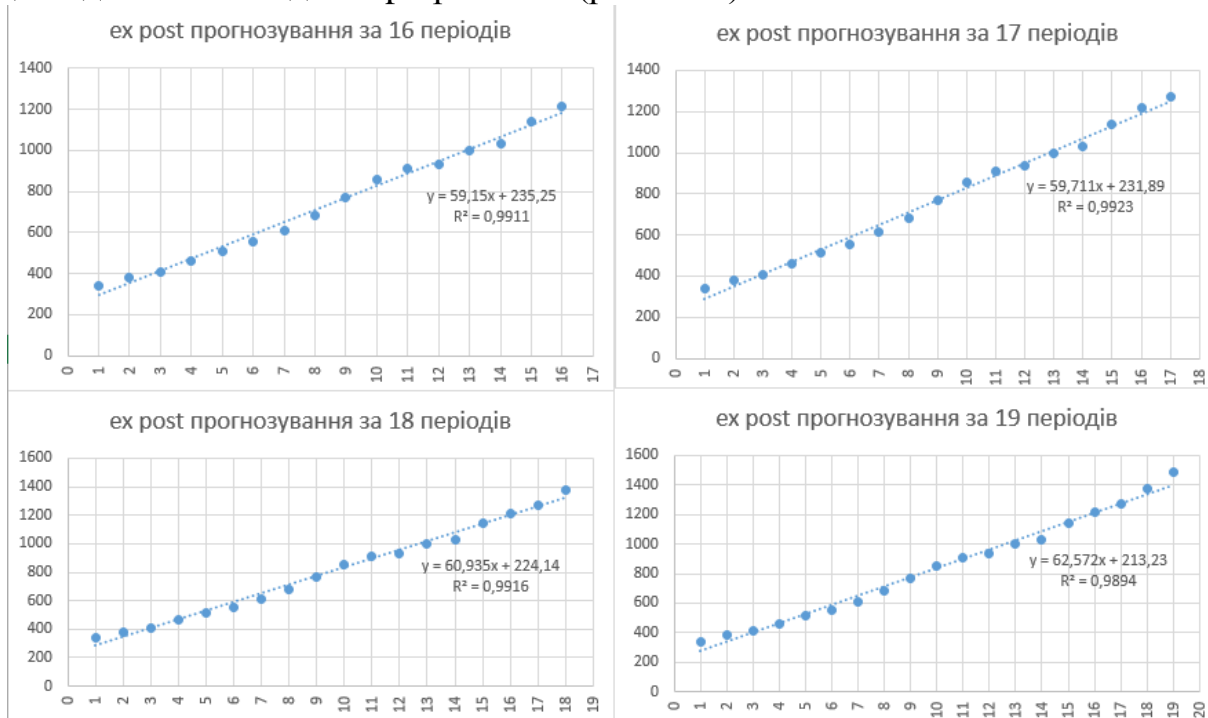


Рисунок 1.15 – Діаграми ex post прогнозування

	A	B	C	D	E	F	G
37							
38		Ретроспекція, p	Прогнозний період, p+v	Рівняння тренда для p+v	Ex post прогноз, \hat{y}_{p+v}	Фактичні значення, y_{p+v}	Похибка e_i
39		16	p+1	$\hat{y} = 59,15x + 235,25$	1240,8	1269,43	28,63
40		17	p+2	$\hat{y} = 59,711x + 231,89$	1306,688	1376,46	69,772
41		18	p+3	$\hat{y} = 60,935x + 224,14$	1381,905	1485,54	103,635
42		19	p+4	$\hat{y} = 62,572x + 213,23$	1464,67	1572,25	107,58
43		Середня похибка, \bar{e}			77,40425		
44		Абсолютна середньоквадратична похибка, s			83,66821157		
45		Коефіцієнт невідповідності Тейла, K_T			0,030079518		

Рисунок 1.16 – Таблиця із результатами ex post прогнозування

9. Робимо висновки стосовно точності та обґрунтованості прогнозної моделі.

1.3 Завдання для самостійної роботи

- 1) Дослідіть самостійно для свого варіанту інші види кривих підгонки. Яка з них є кращою?

1.4 Варіанти лабораторних завдань

На захист лабораторної роботи надається файл Excel з розрахунками та роздрукований звіт. Для успішного захисту необхідно вміти робити висновки по отриманим результатам розрахунків.

Звіт з лабораторної роботи **обов'язково** повинен містити:

- ✓ номер, тему і мету роботи;
- ✓ номер варіанта і текст завдання;
- ✓ надруковані результати розрахунків із файла Excel;
- ✓ висновки.

Завдання

Рік	Прибуток, млн. грн						
	Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3	Варіант 4	Варіант 5	Варіант 6	Варіант 7
1998	57,8	32,1	111,1	151	104	60,2	130
1999	58,5	37,5	113,5	154,3	108,5	61,6	135
2000	55,1	35,2	124,5	150	117	58,5	133
2001	56,3	36,3	128,1	150,8	119	59,4	138,5
2002	59,7	38,5	119,1	148	110,5	62,7	136
2003	60,4	40,1	140	147,5	111	63,8	148,3
2004	62,6	42,9	129,5	141	119,5	65	140
2005	57,1	43,4	139,2	141,5	112	60	141
2006	65,1	47,7	139,9	140	120,8	68,7	155,1
2007	66,9	47,8	146,5	139	134	59	145
2008	67,3	48,1	156,1	138	122,5	55	146
2009	69,2	50,9	155,7	137,5	132	72,9	140,1
2010	70,4	49,4	165,6	136,5	130,2	73	147
2011	75,7	52,3	165	126	133	78	150
2012	72,1	51,7	145,1	126,2	132	75,1	159,1
2013	77,4	53,8	145,2	123,8	145	80,5	151
2014	78,1	52,1	139,5	115,5	155,5	88,5	160
2015	80,7	55,1	137	105	154,5	93,7	153
2016	78,5	57,9	135,1	104,5	154	101	165
2017	82,1	58,9	134	104,7	155	95	170,5

Рік	Прибуток, млн. грн						
	Варіант 8	Варіант 9	Варіант 10	Варіант 11	Варіант 12	Варіант 13	Варіант 14
1998	103	111	128	145,3	130	133	105
1999	108,6	114,5	128,5	156,9	135	130,5	112,3
2000	112	120	117	163	129	128	112
2001	111	119,8	129	161,5	134	126,2	112,8
2002	110	120	110	167	136	124,7	113
2003	119	122,5	111	165,7	140,5	119	115,5
2004	118	127	119,5	170	134,7	118,5	111
2005	118,2	126,5	122	165	141	118,2	111,5
2006	122,4	125	110	173	145	118	110
2007	125,5	127	104	174	145	115,5	119
2008	135	128	102,5	179,8	141,2	105,7	118
2009	134,7	127,5	104	177	148	101,7	122,5
2010	144,6	126,5	95	183,5	147	94,6	125,5
2011	138,4	126	91	183	155,3	99,8	117
2012	124,1	126,2	94	180	159,4	94,1	126,2
2013	116,2	135,8	95	185	161,7	91,2	125,8
2014	104,5	140,5	85,5	186	150	84,5	127,5
2015	102,6	145	84,5	193,4	157,7	91	124
2016	98	134,5	74	196,2	165,9	88	128,5
2017	83	138,7	85	202,1	166,9	90,4	134,7

Рік	Прибуток, млн. грн					
	Варіант 15	Варіант 16	Варіант 17	Варіант 18	Варіант 19	Варіант 20
1998	124	163	131	143	125	98
1999	118,5	160,3	136	142,5	124,3	101,5
2000	117	164,7	130,3	140	122	107
2001	119	159,4	135	141	122,8	112
2002	110	165	137	144	126	110,5
2003	111	166	145,7	139	121,5	111
2004	119,5	170,7	141	138,5	119	119,5
2005	112	163	142	142,2	121,5	121
2006	110	171	156	138	120	120
2007	114	170,4	158,7	135,5	119	114
2008	110,5	173	163,2	133	118	122,5
2009	108	179,5	169,3	130,7	119,5	122
2010	106,7	176	169,8	134,6	116,5	120
2011	101,3	186,7	161	128	116	124

2012	95,4	178	157,8	124,1	116,2	122
2013	98,7	185,1	152	120,2	114,8	125,5
2014	92,5	190,2	145,6	125	115,5	122,7
2015	94,5	196,7	144	114	115	128,5
2016	91,4	188,7	144,4	114	114,5	130,8
2017	92,7	198	141,8	117	114,7	131,7

1.5 Питання для самоконтролю

- 1) Які є види кривих підгонки?
- 2) Які є критерії оцінки прогнозних моделей?
- 3) Що характеризує коефіцієнт детермінації, яка його найвища оцінка?
- 4) Для чого призначений *ex post* прогноз?
- 5) Як коефіцієнт невідповідності Тейла характеризує прогнозні якості моделі?
- 6) Що таке точковий прогноз?
- 7) Що таке інтервальний прогноз?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

Тема: Прогнозування методом ковзного середнього

Мета: отримати практичні навички із створення короткострокових прогнозів за допомогою методу ковзного середнього, дослідити вплив параметрів моделі на точність прогнозу.

2.1 Теоретичні відомості і рекомендації до виконання

Моделі згладжування застосовуються, коли потрібно визначити загальний хід процесу, проігнорувавши при цьому зміни, викликані випадковими чинниками [1]. Таким чином, випадкові коливання ніби "згладжуються". Модель постійно пристосовується до зміни інформації й наприкінці інтервалу прогнозової бази відображає тенденцію, що склалася на поточний момент. Прогноз отримують як екстраполяцію тенденції поточного рівня ряду, тобто останнього на даний момент [2]. На рис. 2.1 графік прогнозу показаний пунктирною лінією.



Рисунок 2.1 – Модель ковзного середнього при $k = 5$

Існує кілька видів ковзних середніх [4]:

- просте ковзне середнє (англ. *Simple Moving Average – SMA*);
 - зважене ковзне середнє (англ. *Weighted Moving Average – WMA*);
 - експоненційне ковзне середнє (англ. *Exponential Moving Average – EMA*);
 - експоненційно зважене ковзне середнє (англ. *Exponentially Weighted Moving Average – EWMA*);
 - трикутне ковзне середнє (англ. *Triangular Moving Average – TMA*);
 - адаптивне ковзне середнє (англ. *Adaptive Moving Average – AMA*);
 - синус-зважене ковзне середнє (англ. *Sine-Weighted Moving Average – SWMA*);
 - ковзне середнє кінцевої точки (англ. *End Point Moving Average – EPMA*);
- Розглянемо перші два види.

Просте ковзне середнє. Метод полягає він у тому, що середній рівень обчислюється спочатку з певного числа перших членів ряду, потім з того ж числа членів, починаючи з другого по рахунку, потім з третього і т.д. В результаті здійснюється згладжування коливань часового ряду. Формула простого ковзного середнього:

$$Y_t = \frac{Y_{t-1} + Y_{t-2} + \dots + Y_{t-k}}{k} = \frac{\sum_{i=1}^k Y_{t-i}}{k} \quad (2.1)$$

де \hat{Y}_t – прогноз на період t ;

Y_{t-i} – елементи (рівні) числового ряду;

k – кількість попередніх значень. Число k називається *порядком ковзного середнього* або *інтервалом згладжування*.

Іншими словами, Y_t дорівнює середньому k попередніх значень. Для того, щоб знайти прогнози на більш видалені в майбутнє квартали, відсутні члени у формулі (2.1) замінюють на відповідні одержані раніше прогнози.

Недоліки цього методу:

- запізнення реакції на зміни в ході процесу;
- однакова вага для усіх рівнів ряду, хоча логічніше було б припустити, що рівні ряду, які є ближчими до прогнозу важливіші, ніж "віддалені".

Зважене ковзне середнє. Недолік щодо однакової ваги рівнів ряду, притаманний простому ковзному середньому усунуто у зваженому ковзному середньому. WMA, таким чином, є звичайною модифікацією SMA з вагами підібраними так, що останні рівні ряду мають більшу вагу. Формула зваженого ковзного середнього:

$$Y_t = \frac{\sum_{i=1}^k W_{t-i} Y_{t-i}}{\sum_{i=1}^k W_{t-i}} \quad (2.2)$$

де W_{t-i} – вага, з якою використовується показник Y_{t-i} при розрахунку. Вага – це завжди додатне число. У разі, коли вся вага однакова, ми одержуємо формулу (2.1).

Правил для розрахунку інтервалу згладжування k немає. На практиці число k вибирається із діапазону від 2 до 10. Загальний алгоритм для прогнозування методом простого ковзного середнього такий:

1. виконуються розрахунки ковзного середнього з різними k ;
2. розраховуються похибки MAE, MRE, RMSE для результатів із різними k ;
3. вибирається той k , розрахунки з яким дають меншу похибку;
4. виконується прогнозування із вибраним k .

2.2 Приклад виконання завдання

Завдання

Дана таблиця із економічними показниками підприємства за 11 місяців. Виконати прогноз методом простого ковзного середнього на 12 місяць. Обґрунтувати вибір інтервалу згладжування k .

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Прибуток, тис.грн	6800	7100	7450	7100	6800	6350	6600	7200	7800	8100	7900	

Хід роботи

1. Створюємо в Excel таблицю і заносимо в неї фактичні показники із завдання (рис. 2.2).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Місяць	Прибуток, тис.грн Y_i	Ковзне середнє \hat{Y}_i		Абсолютна похибка $ Y_i - \hat{Y}_i $		Відносна похибка $\left \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right $	
2			к=2	к=3	к=2	к=3	к=2	к=3
3	1	6800						
4	2	7100						
5	3	7450						
6	4	7100						
7	5	6800						
8	6	6350						
9	7	6600						
10	8	7200						
11	9	7800						
12	10	8100						
13	11	7900						
14	12							
15								
16					Похибка для			
17					к=2	к=3		
18	Середня абсолютна похибка (MAE)							
19	Середня відносна похибка (MRE)							
20	Середньоквадратичне відхилення (RMSE)							

Рисунок 2.2 – Таблиця для виконання завдання

2. Виконуємо розрахунок ковзного середнього для $k=2$, використовуючи функцію СРЗНАЧ. Розрахунок починаємо із комірки С5, яка повинна містити результат розрахунку середнього значення по першим двом значенням прибутку. Тому в цю комірку вставляємо формулу $=\text{СРЗНАЧ}(B3:B4)$ як на рисунку 2.3. Потім використовуємо автозаповнення або копіювання комірок, щоб заповнити комірки у стовпчику С до комірки С14. Таким чином, комірка С6 буде містити результат розрахунку по зміщеним на 1 комірку даним (B4:B5) і так далі.

Аналогічно виконуємо розрахунки для $k=3$, починаючи з комірки D6, куди вставляємо формулу $=\text{СРЗНАЧ}(B3:B5)$

	A	B	C	D
1	Місяць	Прибуток, тис.грн Y_i	Ковзне середнє \hat{Y}_i	
2			к=2	к=3
3	1	6800		
4	2	7100		
5	3	7450	=СРЗНАЧ(В3:В4)	
6	4	7100		

Рисунок 2.3 – Стартові розрахунки для комірки С5

2. Будуємо графік по даним прибутку та розрахунках для $k=2$ і $k=3$ за 12 місяців (рис. 2.4).

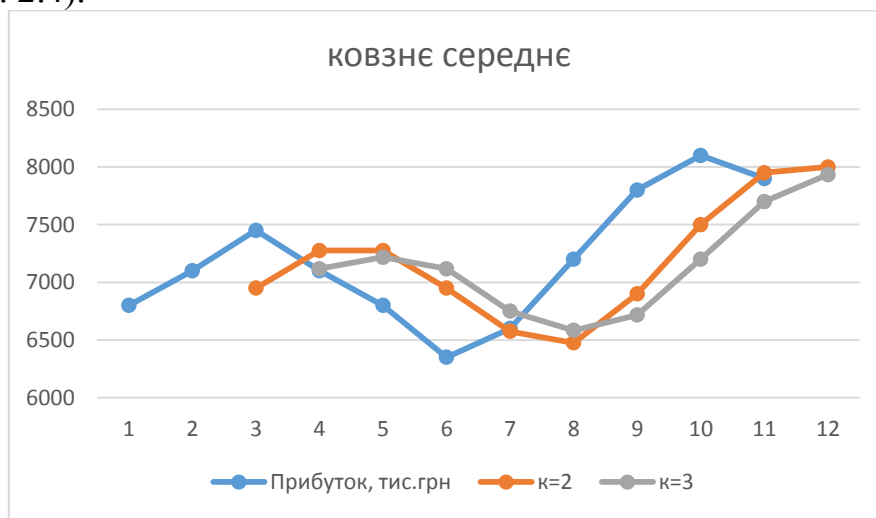


Рисунок 2.4 – Графіки прибутку і ковзного середнього

3. Виконуємо розрахунок абсолютних похибок для $k=2$ і $k=3$. У комірку E6 вставляємо формулу $=ABS(B6-C6)$, у комірку F6 вставляємо формулу $=ABS(B6-D6)$ і далі виконуємо автозаповнення до комірок E13:F13.

4. Виконуємо розрахунок відносних похибок для $k=2$ і $k=3$. У комірку G6 вставляємо формулу $=ABS((B6-C6)/B6)$, у комірку H6 вставляємо формулу $=ABS((B6-D6)/B6)$ і далі виконуємо автозаповнення до комірок G13:H13.

5. Виконуємо розрахунок похибок MAE, MRE, RMSE:

У комірки E18:F19 вставляємо формули з розрахунком середніх значень по відповідним стовпчикам із абсолютними і відносними похибками:

У комірку E20 вставляємо формулу:

$$=КОРЕНЬ(СУММКВРАЗН(В6:В13;С6:С13)/СЧЁТ(В6:В13))$$

У комірку F20 вставляємо формулу:

$$=КОРЕНЬ(СУММКВРАЗН(В6:В13;D6:D13)/СЧЁТ(В6:В13))$$

6. Робимо висновки. Таблиця із результатами розрахунків буде мати вигляд як на рисунку 2.5. Із результатів можна зробити висновок, що для складання прогнозу по прибутку на 12 місяць краще використовувати модель ковзного середнього із 2-місячним інтервалом, оскільки вона має менші

похибки.

1	A	B	C		D		E		F		G		H		
	Місяць	Прибуток, тис.грн Y_i	Ковзне середнє \hat{Y}_i		Абсолютна похибка $ Y_i - \hat{Y}_i $		Відносна похибка $\frac{ (Y_i - \hat{Y}_i) }{Y_i}$								
2			$k=2$	$k=3$	$k=2$	$k=3$	$k=2$	$k=3$	$k=2$	$k=3$	$k=2$	$k=3$	$k=2$	$k=3$	
3	1	6800													
4	2	7100													
5	3	7450	6950												
6	4	7100	7275	7116,6667	175	16,66666667	0,024647887	0,002347418							
7	5	6800	7275	7216,6667	475	416,6666667	0,069852941	0,06127451							
8	6	6350	6950	7116,6667	600	766,6666667	0,094488189	0,120734908							
9	7	6600	6575	6750	25	150	0,003787879	0,022727273							
10	8	7200	6475	6583,3333	725	616,6666667	0,100694444	0,085648148							
11	9	7800	6900	6716,6667	900	1083,333333	0,115384615	0,138888889							
12	10	8100	7500	7200	600	900	0,074074074	0,111111111							
13	11	7900	7950	7700	50	200	0,006329114	0,025316456							
14	12		8000	7933,3333											
15															
16							Похибка для								
17							$k=2$	$k=3$							
18	Середня абсолютна похибка (MAE)						443,75	518,75							
19	Середня відносна похибка (MRE)						0,061157393	0,071006089							
20	Середньоквадратичне відхилення (RMSE)						537,9358698	631,2740644							

Рисунок 2.5 – Результати розрахунків ковзного середнього

2.3 Завдання для самостійної роботи

- 1) Додайте у таблицю аналогічні розрахунки, виконані за допомогою інструмента "Скользящее среднее" із надстроювань "Пакет аналіза". Порівняйте результати розрахунків, отриманих за допомогою пакету аналіза і звичайних функцій.
- 2) Виконайте прогнозування на 12 місяць методом зваженого ковзного середнього із $k=2$. Розподіл ваги W міняйте від рівномірного до такого, щоб почали зменшуватися похибки. Зробіть висновки по розподілу ваги.

2.4 Варіанти лабораторних завдань

На захист лабораторної роботи надається файл Excel з розрахунками та роздрукований звіт. Для успішного захисту необхідно вміти робити висновки по отриманим результатам розрахунків.

Звіт з лабораторної роботи **обов'язково** повинен містити:

- ✓ номер, тему і мету роботи;
- ✓ номер варіанта і текст завдання;
- ✓ надруковані результати розрахунків із файла Excel;
- ✓ висновки.

Завдання

Місяць	Прибуток, тис.грн									
	Варіанти									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	8000	7530	7530	7115	8000	7635	7635	6859	6859	6859
2	7100	7100	7100	7100	7100	7450	7450	7450	7141	7141
3	7450	7450	7450	7324	7450	7100	7100	7100	7100	7100
4	7100	6950	7256	7256	7120	7255	7255	7255	7123	7123
5	6800	6800	7145	7145	6800	6999	7365	7365	7365	7023
6	7625	7385	7143	7143	6600	7145	7145	7145	7145	7145
7	6600	6845	7215	7215	7625	7625	7625	7625	6754	6754
8	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200	7200
9	7800	7348	7348	7245	7800	7800	7526	7435	7435	6987
10	7896	7125	7125	7125	7689	7523	7523	7136	7136	7136
11	7900	7382	7382	7198	7900	7743	7562	7285	7285	7085
12										

Місяць	Прибуток, тис.грн									
	Варіанти									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	6859	7225	8024	8162	7546	7546	7138	7436	7436	7436
2	7141	7141	7100	7100	8100	8100	7989	7989	7989	7898
3	7012	7012	7254	7645	7645	7645	7645	7645	7645	7645
4	7123	7123	7452	7452	7899	7899	7899	7899	7899	7899
5	6853	6853	6800	6983	6983	7346	7346	7346	8134	7345
6	7145	7145	7625	7625	7625	6823	7425	7425	7546	7546
7	6754	7268	6600	6754	6754	7135	7135	7772	7772	7772
8	7014	7014	7200	7200	7200	7200	7200	7893	7893	7893
9	6987	6987	7800	7563	7563	7563	7563	7563	7563	7685
10	7136	7136	7745	7896	7254	7254	7358	7635	7893	7893
11	7085	7186	7900	8144	7689	7243	7426	7523	8125	7682
12										

2.5 Питання для самоконтролю

- 1) У яких випадках і для чого використовуються моделі згладжування числового ряду?
- 2) Які є види ковзних середніх?
- 3) Які є надоліки методу простого ковзного середнього?
- 4) Чим відрізняється зважене ковзне середнє від простого ковзного середнього?
- 5) Як вибрати модель ковзного середнього із найкращим інтервалом згладжування?
- 6) Яке призначення функцій Excel: *СУММКВРАЗН* і *СЧЕТ*?
- 7) Який інструмент Excel дозволяє автоматично виконувати розрахунки ковзного середнього?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

Тема: Використання методу експоненціального згладжування

Мета: освоїти методику застосування пакета Excel для оптимізації прогнозу при використанні методу експоненціального згладжування.

3.1 Теоретичні відомості і рекомендації до виконання

Метод експоненціального згладжування дає можливість описати такий перебіг процесу, коли найбільшій ваги надають останньому спостереженню, а вага решти спостережень спадає геометрично. Одержана в результаті середня більше характеризує значення процесу наприкінці інтервалу згладжування, ніж на початку, і відома як *експоненціально зважена середня* [2].

Практичний розрахунок експоненціальної середньої здійснюють за рекурентною формулою:

$$Y_t = aY_{t-1} + (1 - a) Y_{t-1}, \quad 0 < a < 1 \quad (3.1)$$

Згладжуюча константа a характеризує фактор зважування спостережень. Вага зменшується за експоненціальним законом у міру віддалення спостереження від поточного періоду t . Звідси ця процедура отримала назву експоненціально згладжування.

Експоненціальна середня відіграє роль фільтру, що поглинає коливання часового ряду. Процедура оцінювання стандартної похибки прогнозу може здійснюватися також за методом експоненціального згладжування.

Використання методу експоненціального згладжування передбачає розв'язання трьох питань:

- вибір постійної згладжування a ,
- вибір початкового рівня згладжування ряду \hat{y}_0 ,
- вибір початкового моменту згладжування (довжини бази згладжування).

Аналітичного розв'язку поставлених завдань наразі не існує. Вибір характеристик згладжування має ґрунтуватися на експериментальних розрахунках і здійснюватися в кожному конкретному випадку по-різному.

Вибір постійної згладжування a . Вибір параметра згладжування є основною та доволі складною проблемою. Для різних значень a результати прогнозування відрізнятимуться. Якщо значення a близьке до одиниці, то під час прогнозування зважають здебільшого на основному вплив останніх спостережень; якщо близьке до нуля то вплив рівнів ряду спадає повільно, що вможливує врахування попередніх значень.

Для розв'язання практичних завдань часто використовують різноманітні емпіричні процедури. Наприклад, можна вибирати константу згладжування a шляхом мінімізації похибок прогнозу, які оцінюють для останньої третини ряду, використовуючи таку ітеративну процедуру:

- Обрати одну із характеристик оцінки якості прогнозу, наприклад: MSE, MAE, MAPE тощо.
- Розділити множину визначення параметра a на значення, які змінюються з певним кроком, наприклад, із кроком 0,1. Тоді маємо підмножину значень a , яка дорівнює: $[0; 0,1; 0,2; \dots; 0,9; 1]$.
- Обрати початкове наближення, наприклад $\hat{y}_0 = y_1$
- Для кожного значення a із побудованої підмножини обчислити експоненціально згладжені середні.
- Розрахувати значення обраної характеристики якості прогнозу.
- Вибрати a для якого одержано найкращу характеристику якості прогнозу.

Вибір початкового рівня згладжування ряду \hat{y}_0 . Від вибору початкового рівня згладжування залежить поведінка наступної згладженої послідовності. Найчастіше він або дорівнює значенню першого рівня ряду y_1 або береться на рівні середньої арифметичної ряду. Також можна скористатися спеціальними формулами, розробленими Брауном. Чим довший ряд, тим менший вплив на результат згладжування справляє вибір \hat{y}_0 .

Вибір початкового моменту згладжування (довжини бази згладжування). Проблема вибору початкової точки згладжування зумовлена проблемою вибору сталої згладжування a . Чим ближче початкова точка до поточної, тим менше інформації знадобиться для побудови прогнозу і тим ближче a до 1; чим далі початкова точка до поточної, тим менш чутливим буде прогноз до нових даних, і тим ближче a до 0. Метод експоненціального згладжування застосовують під час короткотермінового прогнозування. Для побудови прогнозу необхідно задати лише початкову оцінку прогнозу, подальші розрахунки здійснюються автоматично мірою надходження нових даних спостережень, і прогноз не потрібно обчислювати спочатку. За цим методом згладжування не втрачаються ані початкові, ані останні рівні заданого часового ряду, тут немає точки, на якій ряд обривається. Чутливість експоненціально зваженого середнього з метою підвищення адекватності прогнозної моделі можна в будь-який момент змінити, якщо зробити іншою величину a .

Просте експоненційне згладжування часових рядів, що містять тренд, призводить до систематичної помилки, пов'язаної з відставанням згладжених значень від фактичних рівнів часового ряду. Для обліку тренда в нестационарних рядах застосовується спеціальне двопараметричне лінійне експоненційне згладжування. На відміну від простого експоненційного згладжування з однією константою (параметром), дана процедура згладжує одночасно випадкові збурення і тренд з використанням двох різних констант (параметрів). Двопараметричний метод згладжування називається методом Холта і включає два рівняння. Перше призначене для згладжування спостережених значень, а друге - для згладжування тренда.

3.2 Приклад виконання завдання

Завдання

Дана таблиця із економічними показниками підприємства за 11 місяців. Виконати експоненціальне згладжування і знайти точковий прогноз на 12 місяць.

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Прибуток, тис.грн	6800	7100	7450	7100	6800	6550	6600	7200	7500	7150	6790	

Хід роботи

1. Створюємо в Excel таблицю і заносимо в неї фактичні показники із завдання (рис. 3.1).

	A	B	C	D	E	F
1	Місяць	Прибуток, тис.грн Y_i	Згладжуюча константа, a		Абсолютна похибка	
2			0,1	0,2	0,1	0,2
3	1	6800				
4	2	7100				
5	3	7450				
6	4	7100				
7	5	6800				
8	6	6550				
9	7	6600				
10	8	7200				
11	9	7500				
12	10	7150				
13	11	6790				
14	12					
15						
16					Похибка для	
17					a=0,1	a=0,2
18	Середня абсолютна похибка (MAE)					
19	Середньоквадратичне відхилення (RMSE)					

Рисунок 3.1 – Таблиця для виконання завдання

2. Вибираємо вхідні дані для згладжування:

- згладжуючу константу a будемо підбирати із ряду від 0 до 1 з кроком 0,1. Значення 0 і 1 брати не будемо, тому початковими значеннями a будуть дані $[0,1; 0,2; \dots; 0,9]$;
- початковим рівнем згладжування ряду \hat{y}_0 візьмемо перший рівень ряду $y_1=6800$.

3. Виконуємо розрахунок згладженого ряду з $a=0,1$. В комірку C3 (рис. 3.1) внесемо початкове значення згладженого ряду: 6800. В комірку C4 внесемо формулу для розрахунку експоненціального згладженого: $=\$C\$2*B3+(1-\$C\$2)*C3$. Далі використовуємо автозаповнення або копіювання

комірок, щоб заповнити комірки у стовпчику С до комірки С14.

4. Розрахунок згладженого ряду з $a=0,2$ виконаємо іншим способом – за допомогою інструмента "Експоненціальне згладжування" (англ. Exponential Smoothing) із пакета надстроювань Excel "Пакет аналіза". Для цього на стрічці Excel вибираємо вкладку "Данні" – кнопку "Пакет аналіза" – інструмент "Експоненціальне згладжування". Далі у вікні вказуємо (рис. 3.2):

"Входной интервал": $BS\$3:BS\13

"Фактор затухания": $0,8$ (тут вказується значення $1-a$)

"Выходной интервал": $SD\$3$

Включаємо прапорець "Вывод графика"

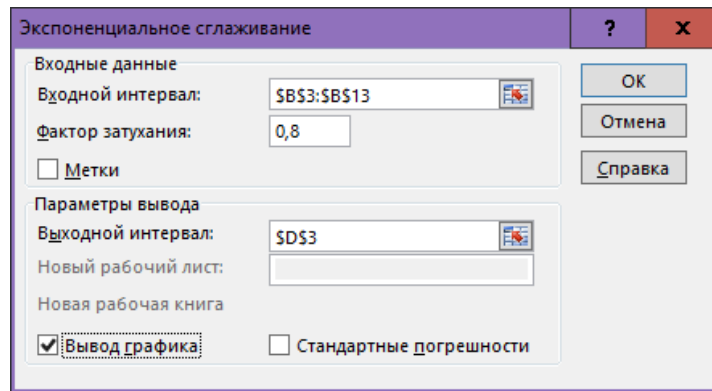


Рисунок 3.2 – Вікно параметрів експоненціального згладжування

5. У діапазонах E3:E13 і F4:F13 розраховуємо абсолютну похибку для $a=0,1$ і $a=0,2$ відповідно (рис. 3.3). Також у комірках E18 і F18 розраховуємо середню абсолютну похибку (MAE).

1	A	B	C		D		E	F	G	H	I	J	K	L
			Згладжуюча константа, a		Абсолютна похибка									
2	Місяць	Прибуток, тис.грн Y_i	0,1	0,2	0,1	0,2								
3	1	6800	6 800	#Н/Д		0								
4	2	7100	6800	6800		300	300							
5	3	7450	6830	6860		620	590							
6	4	7100	6892	6978		208	122							
7	5	6800	6912,8	7002,4		113	202							
8	6	6550	6901,52	6961,92		352	412							
9	7	6600	6866,368	6879,536		266	280							
10	8	7200	6839,731	6823,629		360	376							
11	9	7500	6875,758	6898,903		624	601							
12	10	7150	6938,182	7019,122		212	131							
13	11	6790	6959,364	7045,298		169	255							
14	12		6942,428	6994,238										
15														
16					Похибка для									
17					a=0,1	a=0,2								
18					Середня абсолютна похибка (MAE)		293	327						
19					Середньоквадратичне відхилення (RMSE)		346,138251	364,2866						

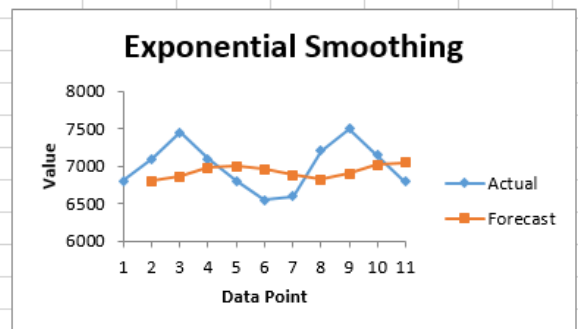


Рисунок 3.3 – Таблица із результатами розрахунків

6. Також розраховуємо середньоквадратичне відхилення (RMSE) за формулами:

у комірці E19: $=КОРЕНЬ(СУММКВРАЗН(B3:B13;C3:C13)/СЧЁТ(B3:B13))$

у комірці F19: $=КОРЕНЬ(СУММКВРАЗН(B4:B14;D4:D14)/СЧЁТ(B4:B14))$

7. Нарешті маємо усі розрахунки для $a=0,1$ і $a=0,2$ і за оцінкою RMSE можемо зробити висновок, з якою згладжуючою константою a отримуємо більш точний згладжений ряд. Але нам ще треба перевірити інші значення a із діапазону $[0,1; 0,2; \dots; 0,9]$. Щоб більш оптимально підійти до пошуку кращої константи a і зекономити час на виконанні розрахунків, скористаємося ще одним додатковим інструментом Excel – *Пошуком рішення*. Цей інструмент дозволяє підібрати такі вхідні дані для формули, щоб досягти заздалегідь заданого для неї результату. Виконаємо пошук рішення мінімального значення RMSE у комірці E19, підбравши необхідну константу a у комірці C2. При цьому не забуваємо, що $0 < a < 1$. На стрічці Excel вибираємо вкладку "Данные" – кнопку "Поиск решения". Далі у вікні вказуємо (рис. 3.4):

"Оптимизировать целевую функцию": $\$E\19

"До": мінімум

"Изменяя ячейки переменных": $\$C\2

"В соответствии с ограничениями": $\$C\$2 \geq 0$ and $\$C\$2 \leq 1$

8. Фіксуємо знайдений результат a , робимо точковий прогноз на грудень на основі експоненціального згладжування із знайденим a , пишемо висновки до роботи.

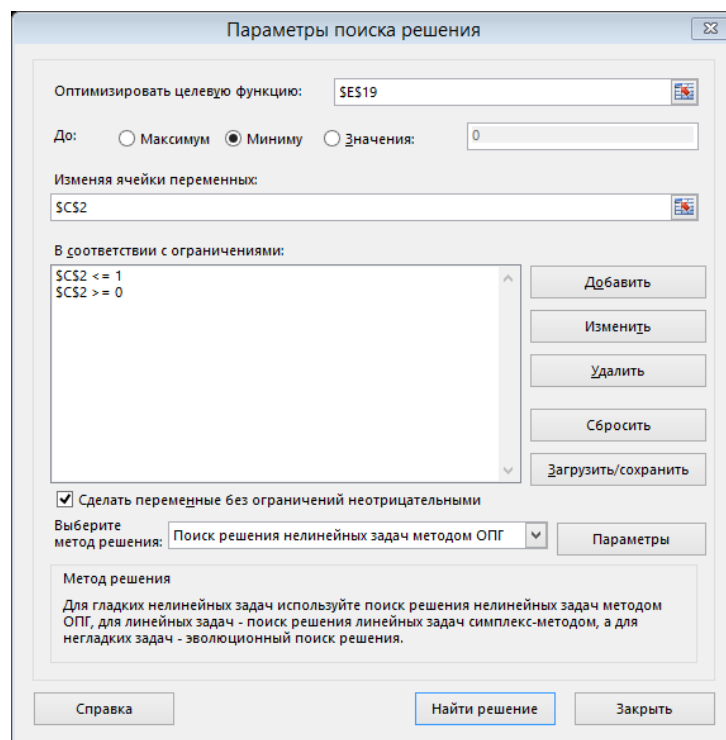


Рисунок 3.4 – Вікно параметрів пошуку рішення

3.3 Завдання для самостійної роботи

- 1) На основі даних експоненціального згладжування виконайте інтервальний прогноз на грудень.

3.4 Варіанти лабораторних завдань

На захист лабораторної роботи надається файл Excel з розрахунками та роздрукований звіт. Для успішного захисту необхідно вміти робити висновки по отриманим результатам розрахунків.

Звіт з лабораторної роботи **обов'язково** повинен містити:

- ✓ номер, тему і мету роботи;
- ✓ номер варіанта і текст завдання;
- ✓ надруковані результати розрахунків із файла Excel;
- ✓ висновки.

Таблиці із варіантами лабораторних завдань взяти із Лабораторної роботи № 2.

3.5 Питання для самоконтролю

- 1) Яка сутність методу експоненціального згладжування?
- 2) Який вплив має тренд на використання методу експоненціального згладжування?
- 3) Коли використовується метод Холта?
- 4) Яке призначення згладжуючої константи a ?
- 5) Який є різниця між областями значень згладжуючої константи a ?
- 6) Яке призначення інструменту "Пошук рішення" у Excel?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

Тема: Парна лінійна регресія в прогнозуванні соціально-економічних процесів

Мета: отримати практичні навички регресійного аналізу для визначення невідомих закономірностей даних і побудови обґрунтованого прогнозу.

4.1 Теоретичні відомості і рекомендації до виконання

4.1.1 Загальні відомості з регресійного аналізу

Основною метою регресійного аналізу є визначення зв'язку між результативною ознакою Y і величинами x_1, x_2, \dots, x_k , які мають вплив на зміни Y . Змінну Y називають *залежною змінною*, змінні x_1, x_2, \dots, x_k називають *факторами* (незалежними змінними, регрессорами).

Задачею регресійного аналізу є встановлення форми залежності, підбір моделі (рівняння) регресії і оцінка її параметрів.

Загальна модель регресійного аналізу задається формулою $Y = \varphi(X) + \varepsilon$, де Y – результативна ознака (залежна змінна); X – фактор (незалежна змінна); ε – випадкова помилка (залишок), що характеризує відхилення реального значення результативної ознаки від теоретичного.

Рівняння регресії записується у вигляді: $y_x = \varphi(x, b_0, b_1, \dots, b_k)$, де x – значення змінної X ; $y_x = M_x(Y)$; b_0, b_1, \dots, b_k – параметри функції регресії φ .

В залежності від типу рівняння регресія поділяється на *лінійну* і *нелінійну* (квадратичну, експоненціальну, логарифмічну і т.д.). В залежності від кількості взаємозв'язаних ознак регресія поділяється на *парну* і *множинну*. Регресія називається *парною*, якщо досліджується зв'язок між двома ознаками (результативним і факторним). Регресія називається *множинною*, якщо досліджується зв'язок між трьома та більше ознаками.

Формула лінійної моделі парної регресії

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i \quad (4.1)$$

або

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$$

Формула лінійної моделі множинної регресії

$$Y_i = b_0 + b_1 X_i^1 + \dots + b_k X_i^k \quad (4.2)$$

або

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i^1 + \dots + \beta_k X_i^k + \varepsilon_i$$

де

$i = 1, 2, \dots, n$ – кількість спостережень;

k – кількість незалежних змінних X ;

\hat{Y}_i – випадкова величина (залежна змінна);

$X_i^{(k)}$ – константа (незалежна змінна, регресор);

ε_i – випадкова помилка (залишки). Включає вплив не врахованих у моделі факторів, випадкових помилок та особливостей вимірювання;

b_0, b_1, \dots, b_k – константи моделі і називаються *коефіцієнтами регресії*.

Оцінювання параметрів лінійної моделі засноване на звичайному або однокроковому *методі найменших квадратів* (МНК або OLS - Ordinary Least Squares). Згідно цього методу вибираються такі оцінки параметрів, при яких сума квадратів відхилень фактичних значень результативної ознаки Y_i від розрахункових (теоретичних) значень \hat{Y} мінімальна.

$$S = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \rightarrow \min \quad (4.3)$$

За допомогою метода найменших квадратів отримують формули, за якими обчислюються параметри лінійної регресії:

Коефіцієнт b_1 :

$$b_1 = \frac{n \sum XY - \sum X \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} = \frac{\sum X - X \quad \sum Y - Y}{\sum X - X^2} \quad (4.4)$$

Коефіцієнт b_0 :

$$b_0 = \frac{\sum Y}{n} - \frac{b_1 \sum X}{n} = \bar{Y} - b_1 \bar{X} \quad (4.5)$$

Напрямок зв'язку між змінними визначається на підставі знака коефіцієнта регресії. Якщо знак при коефіцієнті регресії позитивний, зв'язок залежної змінної з незалежною буде позитивним. Якщо знак від'ємний, зв'язок залежної змінної з незалежною є негативним (зворотним).

Перевірка адекватності регресійної моделі складається із двох кроків:

- перевірки значущості індивідуальних оцінок коефіцієнтів моделі за допомогою t-критерію Стьюдента;
- оцінка значущості рівняння регресії в цілому за допомогою різних показників: F-критерію Фішера, коефіцієнта детермінації (формула (1.12)), суми квадратів залишків (RSS Sum of squared residuals), стандартної помилки регресії (Standard error of residuals), інформаційних критеріїв (Akaike information criterion, Schwarz Bayesian criterion, Hannan-Quinn criterion).

Оцінка істотності впливу кожної змінної X_i , на залежну змінну Y виконується шляхом оцінки значущості індивідуальних оцінок коефіцієнтів моделі за допомогою t-критерію Стьюдента за формулою (4.6). Значущість параметра визначається шляхом перевірки нульової гіпотези про рівність його нулю (для обраного рівня значущості).

$$t_p = \frac{b_i}{\sigma_{b_i}^2} \quad (4.6)$$

де

b_i - оцінка i -го коефіцієнта моделі;

σ - оцінка дисперсії параметра b_i .

Для аналізу загальної якості рівняння регресії використовують коефіцієнт детермінації R^2 (див. формулу (1.12)). Він вказує, на скільки відсотків ($R^2 \cdot 100\%$) знайдена функція регресії описує зв'язок між вхідними значеннями Y і X . Відповідно, величина $(1-R^2) \cdot 100\%$ вказує, скільки відсотків варіації параметра Y зумовлені факторами, які не включені в регресійну модель. У випадку лінійної регресії можна використовувати спрощену формулу для коефіцієнта детермінації:

$$R^2 = \frac{Y_i - \bar{Y}^2}{Y_i - \bar{Y}^2} \quad (4.7)$$

Якщо коефіцієнт детермінації досить високий, то дана модель придатна для виконання прогнозу $y^* = f x^*$ для конкретного значення x^* в межах діапазона вхідних даних. При прогнозах значень, які не входять в діапазон вхідних даних, отримана модель може виявитися неякісною, тому що може проявитися вплив нових факторів, які модель не враховує.

Оцінка значущості рівняння регресії перевіряється за допомогою критерія Фішера шляхом перевірки нульової гіпотези про рівність нулю всіх параметрів моделі (для обраного рівня значущості).

$$F_{\text{емп}} = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{n - m - 1}{m} \quad (4.8)$$

$$F_{\text{кр}} \ p; k_1; k_2, \ k_1=m, \ k_2=n-m-1 \text{ (для парної лінійної регресії } m = 1) \quad (4.9)$$

де

$F_{\text{емп}}$ – емпіричне значення F-критерія;

$F_{\text{кр}}$ – критичне значення F-критерія, визначається по таблицям розподілу Фішера (для обраного рівня значущості);

n – число спостережень;

m – число коефіцієнтів факторів;

p – рівень значущості, зазвичай 0,05.

За умови справедливості нульової гіпотези критерій має розподіл Фішера з числом степенів свободи $k_1=m, k_2=n-m-1$ (для парної лінійної регресії $m = 1$). Якщо нульова гіпотеза відхиляється, то рівняння регресії вважається статистично значимим. Інакше визнається статистична незначущість або ненадійність рівняння регресії.

Можливі наступні варіанти аналізу адекватності рівняння регресії досліджуваного процесу:

- модель по F-критерієм Фішера адекватна, всі коефіцієнти регресії значущі. Така модель може бути використана для прийняття рішень до здійснення прогнозів;
- модель по F-критерієм Фішера адекватна, але частина коефіцієнтів регресії незначущі. У цьому випадку модель придатна для прийняття деяких рішень, але не для виробництва прогнозів;
- модель по F-критерієм Фішера адекватна, але всі коефіцієнти регресії незначущі. Тому модель повністю вважається неадекватною. На її основі не приймаються рішення і не здійснюються прогнози.

Рекомендується такий алгоритм виконання прогнозу за допомогою парної лінійної регресії:

1. Побудувати графік вхідних даних, наближено визначити характер залежності.

2. Вибрати функцію регресії і визначити числові коефіцієнти моделі за допомогою метода найменших квадратів і напрямок зв'язку.

3. Оцінити силу регресійної залежності за допомогою коефіцієнта детермінації.

4. Оцінити значущість рівняння регресії.

5. Виконати прогнозування або зробити висновок про неможливість прогнозування.

4.1.2 Виконання регресійного аналізу за допомогою Microsoft Excel

Регресійний аналіз зручно виконувати за допомогою інструмента "Регрессия" (англ. Regression) із пакета надстроювань Microsoft Excel "Пакет анализа". Для запуску інструмента використовується вкладка "Данные" – кнопка "Пакет анализа" – інструмент "Регрессия". Далі у вікні (рис. 4.1) вказуються необхідні параметри:

- *Входной интервал Y* – діапазон даних по результативній ознаці, повинен містити тільки один стовпчик.
- *Входной интервал X* – діапазон комірок, який містить значення факторів (незалежних змінних X).
- Прапорець *Метки* встановлюється у тому випадку, коли у першому рядку діапазона даних знаходяться заголовки стовпчиків.
- *Уровень надежности* призначений для вибору потрібного рівня значущості. За умовчанням береться 95%, тобто рівень значущості 0,05.
- *Константа ноль*. Цей прапорець встановлюється, якщо лінія регресії повинна пройти через початок координат ($b_0 = 0$).
- Прапорці в групі *Остатки* включаються, якщо необхідно включити в результати відповідні розрахунки залишків або графіки.

Приклад результатів регресійного аналізу наведений на рисунку 4.2.

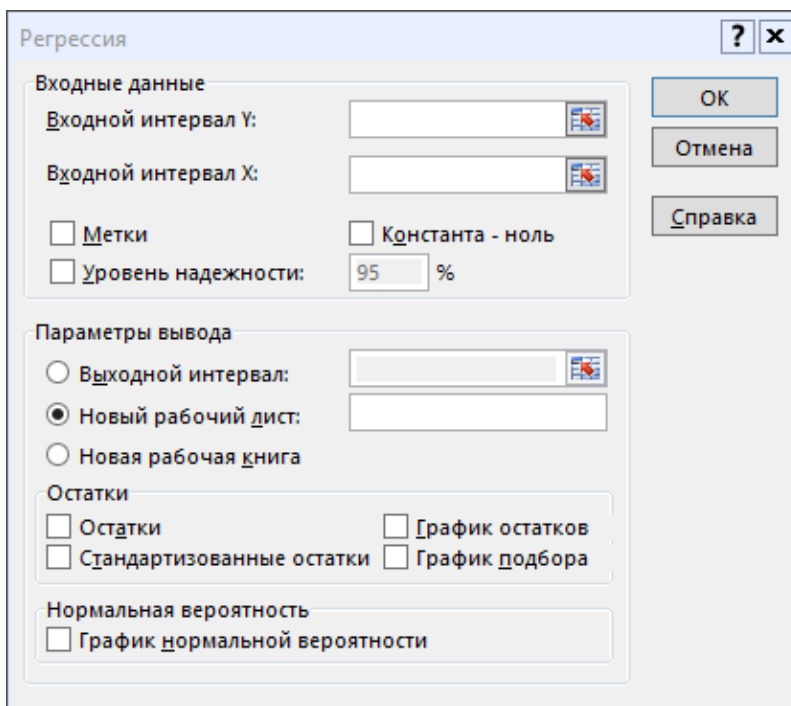


Рисунок 4.1 – Вікно параметрів регресії у Excel

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Вывод ИТОГОВ								
2									
3	Регрессионная статистика								
4	Множественный R	0,952482935							
5	R-квадрат	0,907223742							
6	Нормированный R-квадрат	0,902069506							
7	Стандартная ошибка	2,805031159							
8	Наблюдения	20							
9									
10	Дисперсионный анализ								
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
12	Регрессия	1	1384,922404	1384,922404	176,0151545	9,86628E-11			
13	Остаток	18	141,6275964	7,868199802					
14	Итого	19	1526,55						
15									
16		<i>Коэффициент</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>
17	Y-пересечение	16,46735905	3,871331908	4,253667586	0,000477758	8,33399252	24,60072558	8,33399252	24,60072558
18	X	1,099406528	0,082867318	13,2670703	9,86628E-11	0,925308754	1,273504302	0,925308754	1,273504302

Рисунок 4.2 – Результати розрахунку регресії у Excel

Призначення деяких представлених тут результатів таке:

R-квадрат - коефіцієнт детермінації.

Множественный R - коефіцієнт множинної кореляції, показує рівень залежності незалежних змінних (X) і залежної змінної (Y) і дорівнює квадратному кореню із коефіцієнта детермінації.

Нормированный R-квадрат - скоригований коефіцієнт детермінації, який використовується при необхідності обліку кількості спостережень і оцінюваних параметрів, щоб забезпечити порівнянність різних моделей.

Коефіцієнти лінійної моделі:

Y -пересечение показує значення коефіцієнта b_0 ;

змінна X – показує значення коефіцієнта b_1 . Тоді рівняння лінійної регресії згідно рисунку: $Y = 16,467 + 1,099X$.

Перевірка значущості коефіцієнтів регресії b_0 і b_1 :

t -статистика - розрахункові значення t -критерію Стьюдента (формула (4.6)).

P -Значение - показує ймовірність того, що відповідне значення критерію для генеральної сукупності може виявитися більше, ніж розрахункове значення по розглянутій вибірці. Якщо P -Значение не перевищує заданий рівень значущості (зазвичай береться 0,05), то коефіцієнт є значимим і приймається альтернативна гіпотеза.

Перевірка значущості рівняння регресії:

df – число степенів свободи. Для рядка *Регрессия* визначається як кількість t незалежних змінних X . Для рядка *Остаток* визначається як $n-t-1$. Для рядка *Итого* визначається як сума по рядкам *Регрессия* і *Остаток*.

SS – сума квадратів відхилень. Для рядка *Регрессия* – це сума квадратів відхилень теоретичних даних від середнього $\sum_{i=1}^n Y_i - Y^2$. Для рядка *Остаток* – це сума квадратів відхилень емпіричних даних від теоретичних $\sum_{i=1}^n Y_i - Y_i^2$

Стовпчик MS – дисперсії, які розраховуються за формулою $MS=SS/df$

F - розрахункове значення F -критерію Фішера, формула (4.8) або $MS(Регрессия)/MS(Остатки)$.

Значимость F - показує ймовірність того, що відповідне значення критерію для генеральної сукупності може виявитися більше, ніж розрахункове значення по розглянутій вибірці. Якщо F не перевищує заданий рівень значущості (зазвичай береться 0,05), то рівняння регресії є значимим і приймається альтернативна гіпотеза. Згідно рисунку 4.2, $9,866E-11 < 0,05$, що підтверджує значущість отриманої моделі. Інший спосіб перевірки: Знайти $F_{емп}$ і $F_{кр}$ по формулам (4.8 – 4.9), і якщо $F_{емп} > F_{кр}$, то це є підтвердження значущості отриманої моделі.

4.2 Приклад виконання завдання

Завдання

Дана таблиця із економічними показниками підприємства. Провести регресійний аналіз даних для *Продуктивності праці*. В якості незалежної змінної X взяти *Фондомісткість*. Оцінити значущість рівняння регресії і виконати прогнозування на 21-24 місяці або зробити висновок про неможливість прогнозування

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втрат робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	57	32	14	15	8
2-й	58	37	13,5	14,3	8,5
3-й	55	35	13	12	7
4-й	56	36	12	12,8	9
5-й	59	38	11	13	10
6-й	60	40	10	12,5	11
7-й	62	42	9,5	11	9,5
8-й	57	43	9,2	11,5	12
9-й	65	47	9	10	10
10-й	66	47	6,5	9	14
11-й	67	48	6	8	12,5
12-й	69	50	5,7	7,5	12
13-й	70	49	5,6	6,5	10
14-й	75	52	5	6	11
15-й	72	51	5,1	6,2	12
16-й	77	53	5,2	3,8	15
17-й	78	52	5,5	5,5	15,5
18-й	80	55	5	5	14,5
19-й	78	57	5	4,5	14
20-й	82	58	4	4,7	15
21-й		58	5	5	15
22-й		60	6	5,1	16,5
23-й		61	6	4,8	15,7
24-й		62	7	5,2	15,8

Хід роботи

1. Створюємо в Excel таблицю і заносимо в неї фактичні показники із завдання (рис. 4.3).

2. Створюємо точкову (X,Y) діаграму (рис.4.4), з якої видно, що між змінними X і Y існує лінійний зв'язок.

3. Виконуємо розрахунки значень XY , X^2 , а також розраховуємо суму і середнє для X, Y, XY , X^2 . Ці значення потрібні для розрахунку коефіцієнтів b_0 , b_1 .

4. За формулами (4.4 – 4.5) виконуємо розрахунок b_0 , b_1 : в комірку B27 внесемо формулу для розрахунку b_1 : $=(20*I22-I22*H22)/(20*K22-I22^2)$. В комірку B28 внесемо формулу для розрахунку b_0 : $=H22/20-B27*I22/20$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
	Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втрат робочого часу, %	Середній стаж, років		Y	X	XY	X ²	\hat{Y}	$(\hat{Y}_i - \bar{Y}_i)^2$	$(Y_i - \bar{Y}_i)^2$
1														
2	1-й	57	32	14	15	8								
3	2-й	58	37	13,5	14,3	8,5								
4	3-й	55	35	13	12	7								
5	4-й	56	36	12	12,8	9								
6	5-й	59	38	11	13	10								
7	6-й	60	40	10	12,5	11								
8	7-й	62	42	9,5	11	9,5								
9	8-й	57	43	9,2	11,5	12								
10	9-й	65	47	9	10	10								
11	10-й	66	47	6,5	9	14								
12	11-й	67	48	6	8	12,5								
13	12-й	69	50	5,7	7,5	12								
14	13-й	70	49	5,6	6,5	10								
15	14-й	75	52	5	6	11								
16	15-й	72	51	5,1	6,2	12								
17	16-й	77	53	5,2	3,8	15								
18	17-й	78	52	5,5	5,5	15,5								
19	18-й	80	55	5	5	14,5								
20	19-й	78	57	5	4,5	14								
21	20-й	82	58	4	4,7	15								
22	21-й		58	5	5	15	Сума							
23	22-й		60	6	5,1	16,5	Середнє							
24	23-й		61	6	4,8	15,7								
25	24-й		62	7	5,2	15,8								
26														
27	b1													
28	b0													
29	R2													
30	Fемп													
31	Fкр													

Рисунок 4.3 – Таблиця для виконання завдання

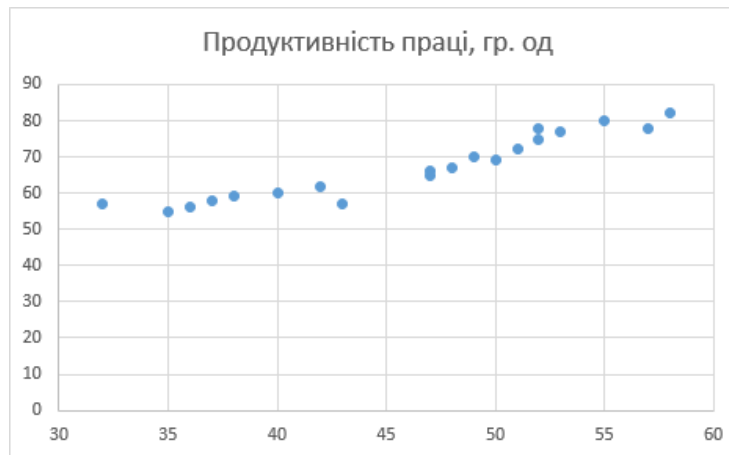


Рисунок 4.4 – Точкова діаграма (X,Y)

5. За результатами розрахунків складаємо рівняння регресії: $\hat{Y} = 16,467 + 1,099X$. Відповідно цього рівняння розраховуємо дані у стовпчику \hat{Y} .

6. Розраховані дані регресії досить близькі до фактичних значень. Це також покажемо на діаграмі: в точкову діаграму додаємо ще один ряд даних \hat{Y} (рис 4.5)

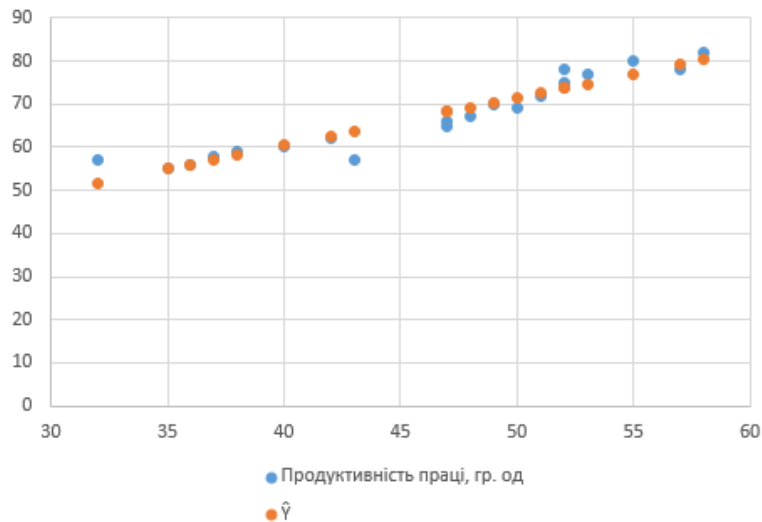


Рисунок 4.5 – Фактичні дані і дані регресії на точковій діаграмі

7. Виконаємо оцінку значущості рівняння регресії. Нам потрібні розрахунки R^2 і F-критерію Фішера. Для цього спочатку виконаємо розрахунки стовпчиків $(Y_i - \hat{Y}_i)^2$ і $(Y_i - \bar{Y})^2$. Далі в комірку B29 внесемо формулу для розрахунку R^2 відповідно до формули (4.7): $=M22/N22$. Результатом є значення 0,907. Це означає, що приблизно 90% варіації параметра Y зумовлені фактором X, і 10% - якимись іншими неврахованими факторами.

8. В комірку B30 внесемо формулу для розрахунку F-критерію Фішера ($F_{емп}$) відповідно до формули (4.8): $=(B29/(1-B29))*((20-1-1)/1)$. В комірку B31 внесемо значення, яке знайдемо по таблицям розподілу Фішера для рівня значущості 0,05: $F_{кр}=(0,05, 1, 20-1-1)$. Це значення 4,41 (таблиця А.2). У результаті отримуємо, що $F_{емп} > F_{кр}$, що означає підтвердження значущості отриманої моделі.

9. Оскільки модель значима, у комірках B22:B25 виконуємо прогноз на 21-24 місяці відповідно до отриманого рівняння регресії. Результати усіх розрахунків наведені на рисунку 4.6.

10. Перевірку правильності виконаних розрахунків виконаємо шляхом порівняння з результатами, які отримаємо за допомогою інструмента "Регрессия" із пакета надстроювань Microsoft Excel "Пакет аналіза". Вибираємо на вкладці "Данные" – кнопку "Пакет аналіза" – інструмент "Регрессия". Параметри задаємо як на рисунку 4.7.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втрат робочого часу, %	Середній стаж, років		Y	X	XY	X ²	Ŷ	(Ŷ _i - Ȳ) ²	(Y _i - Ȳ) ²
2	1-й	57	32	14	15	8				1824	1024	51,6484	240,301	103,023
3	2-й	58	37	13,5	14,3	8,5				2146	1369	57,1454	100,092	83,7225
4	3-й	55	35	13	12	7				1925	1225	54,9466	148,923	147,623
5	4-й	56	36	12	12,8	9				2016	1296	56,046	123,299	124,323
6	5-й	59	38	11	13	10				2242	1444	58,2448	79,3025	66,4225
7	6-й	60	40	10	12,5	11				2400	1600	60,4436	44,9755	51,1225
8	7-й	62	42	9,5	11	9,5				2604	1764	62,6424	20,3182	26,5225
9	8-й	57	43	9,2	11,5	12				2451	1849	63,7418	11,6156	103,023
10	9-й	65	47	9	10	10				3055	2209	68,1395	0,97904	4,6225
11	10-й	66	47	6,5	9	14				3102	2209	68,1395	0,97904	1,3225
12	11-й	67	48	6	8	12,5				3216	2304	69,2389	4,36339	0,0225
13	12-й	69	50	5,7	7,5	12				3450	2500	71,4377	18,3842	3,4225
14	13-й	70	49	5,6	6,5	10				3430	2401	70,3383	10,1651	8,1225
15	14-й	75	52	5	6	11				3900	2704	73,6365	42,0747	61,6225
16	15-й	72	51	5,1	6,2	12				3672	2601	72,5371	29,0208	23,5225
17	16-й	77	53	5,2	3,8	15				4081	2809	74,7359	57,546	97,0225
18	17-й	78	52	5,5	5,5	15,5				4056	2704	73,6365	42,0747	117,723
19	18-й	80	55	5	5	14,5				4400	3025	76,9347	95,7407	165,123
20	19-й	78	57	5	4,5	14				4446	3249	79,1335	143,605	117,723
21	20-й	82	58	4	4,7	15				4756	3364	80,2329	171,163	220,523
22	21-й	80,23293769	58	5	5	15	Сума	1343	922	63172	43650	1343	1384,92	1526,55
23	22-й	82,43175074	60	6	5,1	16,5	Середнє	67,2	46,1					
24	23-й	83,33115727	61	6	4,8	15,7								
25	24-й	84,6305638	62	7	5,2	15,8								
26														
27	b1	1,0994065												
28	b0	16,467359												
29	R2	0,9072237												
30	Fемп	176,01515												
31	Fкр	4,41												

Рисунок 4.6 – Таблица із результатами розрахунків

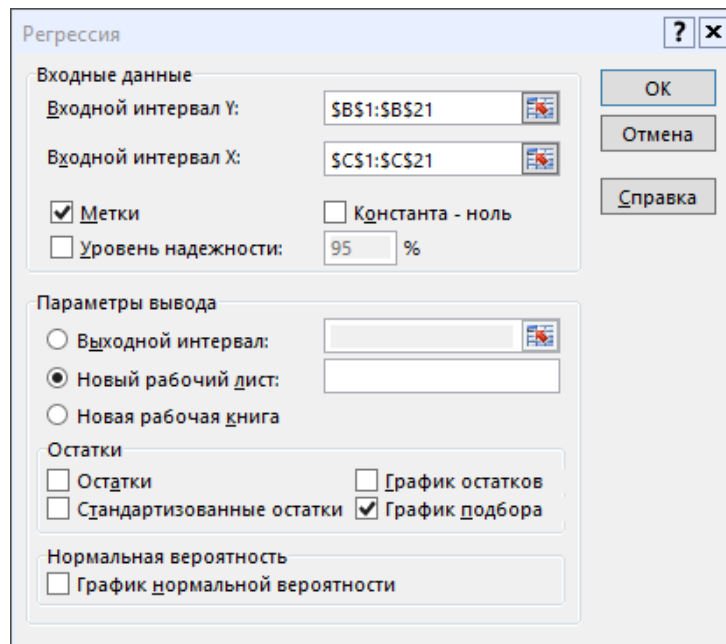


Рисунок 4.7 – Значення параметрів для виконання регресійного аналізу у Excel

11. Результати розрахунків наведені на рисунку 4.2. Результати співпадають із зробленими нами раніше. Аналіз отриманих даних показує таке:

Значущість коефіцієнтів регресії b_0 , b_1 . Порівнюючи попарно значення стовпчиків *Коэффициенты* і *Стандартная ошибка* в таблиці, бачимо, що абсолютні значення коефіцієнтів більше, ніж їх стандартні похибки (у протилежному випадку нам потрібно було б вилучати коефіцієнти із рівняння регресії). Також ці коефіцієнти є значимими, оскільки їх показники *P-значение* менше заданого рівня значущості $\alpha=0,05$.

Значущість рівняння регресії. Показник *Значимость $F < 0,05$* , тобто рівняння регресії є значимим і придатне для виконання прогнозів.

4.3 Завдання для самостійної роботи

- 1) Розглянути призначення і приклади використання у Excel функцій *ЛИНЕЙН()*, *КОРРЕЛ()*, *СТЮДЕНТ.ОБР.2X()*, *СТЮДЕНТ.ТЕСТ()*, *ДОВЕРИТ.СТЮДЕНТ()*.
- 2) За допомогою пакета надстроювань *Анализ данных* в Excel провести регресійний аналіз даних по *Продуктивність праці*. В якості незалежної змінної *X* взяти *Рівень втрат робочого часу*.

4.4 Варіанти лабораторних завдань

На захист лабораторної роботи надається файл Excel з розрахунками та роздрукований звіт. Для успішного захисту необхідно вміти робити висновки по отриманим результатам розрахунків.

Звіт з лабораторної роботи **обов'язково** повинен містити:

- ✓ номер, тему і мету роботи;
- ✓ номер варіанта і текст завдання;
- ✓ надруковані результати розрахунків із файла Excel;
- ✓ висновки.

Завдання

Варіант 1

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плинності, %	Рівень втрат робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	57	32	14,0	15,0	8,0
2-й	58	37	13,5	14,3	8,5
3-й	55	35	13,0	12,0	7,0
4-й	57	37	11,5	12,5	8,5
5-й	59	38	11,0	13,0	10,0
6-й	60	40	10,0	12,5	11,0
7-й	62	42	9,5	11,0	9,5
8-й	58	44	9,5	12	12,5
9-й	64	46	8,5	9,5	9,5
10-й	66	47	6,5	9,0	14,0
11-й	67	48	6,0	8,0	12,5
12-й	69	50	5,7	7,5	12,0
13-й	70	49	5,6	6,5	10,0
14-й	74	51	4,9	5,5	10,5
15-й	72	51	5,1	6,2	12,0
16-й	76	53	5,2	3,9	14,5
17-й	78	52	5,5	5,5	15,5
18-й	80	55	5,0	5,0	14,5
19-й	79	56	4,7	4,6	14,0
20-й	82	58	4,0	4,7	15,0
21-й	—	58	5,0	5,0	15,0
22-й	—	60	6,0	5,1	16,5
23-й	—	61	6,0	4,8	15,7
24-й	—	62	7,0	5,2	15,8

Варіант 2

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плинності, %	Рівень втрат робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	60	30	13,0	15,0	8,0
2-й	61	35	12,5	14,5	8,5
3-й	58	33	12,0	12,0	7,0
4-й	59	34	11,0	12,8	9,0
5-й	62	36	10,0	13,0	10,0
6-й	63	38	9,0	12,5	11,0
7-й	65	40	8,5	11,0	9,5
8-й	60	41	8,2	11,5	12,0
9-й	68	45	8,0	10,0	10,0
10-й	69	45	5,5	9,0	14,0
11-й	70	46	5,0	8,0	12,5
12-й	72	48	4,7	7,5	12,0
13-й	73	47	4,6	6,5	10,0
14-й	78	50	4,0	6,0	11,0
15-й	75	49	4,1	6,2	12,0
16-й	80	51	4,2	5,8	15,0
17-й	81	50	4,5	5,5	15,5
18-й	83	53	4,0	5,0	14,5
19-й	81	55	4,0	4,5	14,0
20-й	85	56	3,0	4,7	15,0
21-й	—	58	4,0	5,0	15,0
22-й	—	58	5,0	5,1	16,5
23-й	—	59	5,0	4,8	15,7
24-й	—	60	6,0	5,2	15,8

Варіант 3

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	65	30	13,0	15,0	8,0
2-й	66	35	12,5	14,3	8,5
3-й	63	33	12,0	12,0	7,0
4-й	64	34	11,0	12,8	9,0
5-й	67	36	10,0	13,0	10,0
6-й	68	38	9,0	12,5	11,0
7-й	70	40	8,5	11,0	9,5
8-й	65	41	8,2	11,5	12,0
9-й	73	45	8,0	10,0	10,0
10-й	74	45	5,5	9,0	14,0
11-й	75	46	5,0	8,0	12,5
12-й	77	48	4,7	7,5	12,0
13-й	78	47	4,6	6,5	10,0
14-й	83	50	4,0	6,0	11,0
15-й	80	49	4,1	6,2	12,0
16-й	85	51	4,2	5,8	15,0
17-й	86	50	4,5	5,5	15,5
18-й	88	53	4,0	5,0	14,5
19-й	86	55	4,0	4,5	14,0
20-й	90	56	3,0	4,7	15,0
21-й	—	56	4,0	5,0	15,0
22-й	—	57	5,0	5,1	16,5
23-й	—	58	5,0	4,8	15,7
24-й	—	60	6,0	5,2	15,8

Варіант 4

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	63	31	13,0	15,0	8,0
2-й	64	36	12,5	14,3	8,5
3-й	61	34	12,0	12,0	7,0
4-й	62	35	11,0	12,8	9,0
5-й	65	37	10,0	13,0	10,0
6-й	66	39	9,0	12,5	11,0
7-й	68	41	8,5	11,0	9,5
8-й	63	42	8,2	11,5	12,0
9-й	71	46	8,0	10,0	10,0
10-й	72	46	5,5	9,0	14,0
11-й	73	47	5,0	8,0	12,5
12-й	75	49	4,7	7,5	12,0
13-й	76	48	4,6	6,5	10,0
14-й	81	51	4,0	6,0	11,0
15-й	78	50	4,1	6,2	12,0
16-й	82	52	4,2	5,8	15,5
17-й	84	51	4,5	5,5	15,7
18-й	86	54	4,0	5,0	4,5
19-й	84	56	4,0	4,5	14,0
20-й	88	57	3,0	4,7	15,0
21-й	—	56	4,0	5,0	15,0
22-й	—	58	5,0	5,1	16,5
23-й	—	59	5,0	4,8	15,7
24-й	—	56	6,0	5,2	15,8

Варіант 5

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плинності, %	Рівень втрат робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	57	32	14,0	15,0	8,0
2-й	58	37	13,5	14,3	8,5
3-й	55	35	13,0	12,0	7,0
4-й	56	36	12,0	12,8	9,0
5-й	59	38	11,0	13,0	10,0
6-й	60	40	10,0	12,5	11,0
7-й	62	42	9,5	11,0	9,5
8-й	57	43	9,2	11,5	12,0
9-й	65	47	9,0	10,0	10,0
10-й	66	47	6,5	9,0	14,0
11-й	67	48	6,0	8,0	12,5
12-й	69	50	5,7	7,5	12,0
13-й	70	49	5,6	6,5	10,0
14-й	75	52	5,0	6,0	11,0
15-й	72	51	5,1	6,2	12,0
16-й	77	53	5,2	3,8	15,0
17-й	78	52	5,5	5,5	15,5
18-й	80	55	5,0	5,0	14,5
19-й	78	57	5,0	4,5	14,0
20-й	82	58	4,0	4,7	15,0
21-й	—	58	5,0	5,0	15,0
22-й	—	60	6,0	5,1	16,5
23-й	—	61	6,0	4,8	15,7
24-й	—	62	7,0	5,2	15,8

Варіант 6

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плинності, %	Рівень втрат робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	55	33	13,0	14,0	8,0
2-й	56	38	12,5	13,3	8,5
3-й	53	36	12,0	11,0	7,0
4-й	54	37	11,0	11,8	9,0
5-й	57	39	10,0	12,0	10,0
6-й	58	41	9,0	11,5	11,0
7-й	60	43	8,5	10,0	9,5
8-й	55	44	8,2	10,5	12,0
9-й	63	48	8,0	9,0	10,0
10-й	64	48	5,5	8,0	14,0
11-й	65	49	5,0	7,0	12,5
12-й	67	51	4,7	6,5	12,0
13-й	68	50	4,6	5,5	10,0
14-й	73	53	4,0	5,0	11,0
15-й	70	52	4,4	5,2	12,0
16-й	75	54	4,2	4,8	15,0
17-й	76	53	4,5	4,5	15,5
18-й	78	56	4,0	4,0	14,5
19-й	76	58	4,0	3,5	14,0
20-й	80	59	3,0	3,7	15,0
21-й	—	60	4,0	4,0	15,0
22-й	—	61	5,0	4,1	16,5
23-й	—	62	5,0	3,8	15,7
24-й	—	61	6,0	4,2	15,8

Варіант 7

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	70	32	12,0	15	8,0
2-й	71	37	11,5	14,3	8,5
3-й	68	35	11,0	12,0	7,0
4-й	69	36	10,0	12,8	9,0
5-й	72	38	9,0	13,0	10,0
6-й	73	40	8,0	12,5	11,0
7-й	75	42	7,5	11,0	9,5
8-й	70	43	7,2	11,5	12,0
9-й	78	47	7,0	10,0	10,0
10-й	79	47	4,5	9,0	14,0
11-й	80	48	4,0	8,0	12,5
12-й	82	50	3,7	7,5	12,0
13-й	83	49	3,6	6,5	10,0
14-й	88	52	3,0	6,0	11,0
15-й	85	51	3,1	6,2	12,0
16-й	90	53	3,2	5,8	15,0
17-й	91	52	3,5	5,5	15,5
18-й	93	55	3,0	5,0	14,5
19-й	91	57	3,0	4,5	14,0
20-й	95	58	2,0	4,7	15,0
21-й	—	60	3,0	5,0	15,0
22-й	—	62	4,0	5,1	16,5
23-й	—	61	4,0	4,8	15,7
24-й	—	62	5,0	5,2	15,8

Варіант 8

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	52	25	13,0	15,0	8,0
2-й	53	30	12,5	14,3	8,5
3-й	50	28	12,0	12,0	7,0
4-й	51	29	11,0	12,8	9,0
5-й	54	31	10,0	13,0	10,0
6-й	55	33	9,0	12,5	11,0
7-й	57	35	8,5	11,0	9,5
8-й	52	36	8,2	11,5	12,0
9-й	60	40	8,0	10,0	10,0
10-й	61	40	5,5	9,0	14,0
11-й	62	41	5,0	8,0	12,5
12-й	64	43	4,7	7,5	12,0
13-й	65	42	4,6	6,5	10,0
14-й	70	45	4,0	6,0	11,0
15-й	67	44	4,1	6,2	12,0
16-й	72	46	4,2	5,8	15,0
17-й	73	45	4,5	5,3	15,5
18-й	75	48	4,0	5,0	14,5
19-й	73	50	4,0	4,5	14,0
20-й	77	51	3,0	4,7	15,0
21-й	—	55	4,0	5,0	15,0
22-й	—	52	5,0	5,1	16,5
23-й	—	54	5,0	4,8	15,7
24-й	—	56	6,0	5,2	15,8

Варіант 9

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плинності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	61	30	13,0	16,0	7,0
2-й	62	35	12,5	15,3	7,5
3-й	59	33	12,0	13,0	6,0
4-й	60	34	11,0	13,8	8,0
5-й	63	36	10,0	14,0	9,0
6-й	64	38	9,0	13,5	10,0
7-й	66	40	8,5	12,0	8,5
8-й	61	41	8,2	12,5	11,0
9-й	69	45	8,0	11,0	9,0
10-й	70	45	5,5	10,0	13,0
11-й	71	46	5,0	9,0	11,5
12-й	73	48	4,7	8,5	11,0
13-й	74	47	4,6	7,5	9,0
14-й	79	50	4,0	7,0	10,0
15-й	76	49	4,1	7,2	11,0
16-й	81	51	4,2	6,8	14,0
17-й	82	50	4,5	6,5	Г4,5
18-й	84	53	4,0	6,0	13,5
19-й	82	55	4,0	5,5	13,0
20-й	86	56	3,0	5,7	14,0
21-й	—	56	4,0	6,0	14,0
22-й	—	55	5,0	6,1	15,5
23-й	—	56	5,0	5,8	14,7
24-й	—	57	6,0	6,2	14,8

Варіант 10

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плинності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	64	30	12,0	15,0	8,0
2-й	65	35	11,5	14,3	8,5
3-й	62	33	11,0	12,0	7,0
4-й	63	34	10,0	12,8	9,0
5-й	66	36	9,0	13,0	10,0
6-й	67	38	8,0	12,5	11,0
7-й	69	40	7,5	11,0	9,5
8-й	84	41	7,2	11,5	12,0
9-й	72	45	7,0	10,0	10,0
10-й	73	45	4,5	9,0	14,0
11-й	74	46	4,0	8,0	12,5
12-й	76	48	3,7	7,5	12,0
13-й	77	47	3,6	6,5	10,0
14-й	82	50	3,0	6,0	11,0
15-й	79	49	3,1	6,2	12,0
16'-й	84	51	3,2	5,8	15,0
17-й	85	50	3,5	5,3	15,5
18-й	87	56	3,0	5,0	14,5
19-й	85	55	3,0	4,5	14,0
20-й	89	56	2,0	4,7	15,0
21-й	—	57	3,0	5,0	15,0
22-й	—	58	4,0	5,1	16,5
23-й	—	58	4,0	4,8	15,7
24-й	—	60	5,0	5,2	15,8

Варіант 11

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	61	30	13,0	16,0	7,0
2-й	62	35	12,5	15,3	7,5
3-й	59	33	12,0	13,0	6,0
4-й	60	34	11,0	13,8	8,0
5-й	63	36	10,0	14,0	9,0
6-й	64	38	9,0	13,5	10,0
7-й	65	39	8,3	11,0	8,0
8-й	61	41	8,2	12,5	11,0
9-й	67	43	7,8	10,5	8,5
10-й	70	45	5,5	10,0	13,0
11-й	71	46	5,0	9,0	11,5
12-й	73	48	4,7	8,5	11,0
13-й	75	49	4,9	7,9	10,0
14-й	79	50	4,0	7,0	10,0
15-й	76	49	4,1	7,2	11,0
16-й	81	51	4,2	6,8	14,0
17-й	82	50	4,5	6,5	14,5
18-й	84	53	4,0	6,0	13,5
19-й	82	55	4,0	5,5	13,0
20-й	85	54	4,4	5,8	14,0
21-й	—	56	4,0	6,0	14,0
22-й	—	55	5,0	6,1	15,5
23-й	—	58	5,5	6,0	15,0
24-й	—	57	6,0	6,2	14,8

Варіант 12

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	63	31	12,5	14,0	8,5
2-й	65	35	11,5	14,3	8,5
3-й	62	33	11,0	12,0	7,0
4-й	64	35	10,5	12,9	9,5
5-й	66	36	9,0	13,0	10,0
6-й	67	38	8,0	12,5	11,0
7-й	69	40	7,5	11,0	9,5
8-й	71	43	7,3	11,7	12,0
9-й	72	45	7,0	10,0	10,0
10-й	73	45	4,5	9,0	14,0
11-й	74	46	4,0	8,0	12,5
12-й	76	48	3,7	7,5	12,0
13-й	78	49	3,8	6,6	11,0
14-й	82	50	3,0	6,0	11,0
15-й	79	49	3,1	6,2	12,0
16-й	82	50	3,2	5,7	14,5
17-й	85	50	3,5	5,3	15,5
18-й	87	56	3,0	5,0	14,5
19-й	85	55	3,0	4,5	14,0
20-й	88	56	2,0	4,7	15,0
21-й	—	57	3,0	4,8	15,0
22-й	—	58	4,0	5,1	16,5
23-й	—	59	4,5	4,9	15,9
24-й	—	60	5,0	5,2	15,8

Варіант 13

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плинності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	70	33	12,0	15	8,0
2-й	71	37	11,5	14,3	8,5
3-й	68	35	11,0	12,0	7,0
4-й	70	37	11,5	12,9	9,5
5-й	72	38	9,0	13,0	10,0
6-й	73	40	8,0	12,5	11,0
7-й	75	42	7,5	11,0	9,5
8-й	72	44	7,3	11,5	11,0
9-й	78	47	7,0	10,0	10,0
10-й	79	47	4,5	9,0	14,0
11-й	80	48	4,0	8,0	12,5
12-й	82	50	3,7	7,5	12,0
13-й	85	49	3,9	6,8	10,5
14-й	88	52	3,0	6,0	11,0
15-й	86	51	3,1	6,2	12,0
16-й	90	53	3,2	5,8	15,0
17-й	91	52	3,5	5,5	15,5
18-й	93	55	3,0	5,0	14,5
19-й	92	57	3,0	4,5	14,0
20-й	95	58	2,0	4,7	15,0
21-й	—	61	3,5	4,5	15,5
22-й	—	62	4,0	5,1	16,5
23-й	—	61	4,0	4,7	15,5
24-й	—	62	5,0	5,2	15,8

Варіант 14

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плинності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	52	29	13,1	15,0	8,0
2-й	53	30	12,5	14,3	8,5
3-й	50	28	12,0	12,0	7,0
4-й	52	30	11,5	12,8	9,0
5-й	54	31	10,0	13,0	10,0
6-й	55	33	9,0	12,5	11,0
7-й	57	35	8,5	11,0	9,5
8-й	53	37	8,3	11,5	11,0
9-й	60	40	8,0	10,0	10,0
10-й	61	40	5,5	9,0	14,0
11-й	63	42	5,0	8,5	11,5
12-й	64	43	4,7	7,5	12,0
13-й	65	42	4,6	6,5	10,0
14-й	69	45	4,0	6,0	11,0
15-й	67	44	4,1	6,2	12,0
16-й	71	47	4,3	5,8	15,0
17-й	73	45	4,5	5,3	14,5
18-й	75	48	4,0	5,0	14,5
19-й	73	50	4,0	4,5	14,0
20-й	77	51	3,0	4,7	15,0
21-й	—	53	3,5	5,0	14,5
22-й	—	52	5,0	5,1	16,5
23-й	—	55	4,5	4,7	15,7
24-й	—	56	6,0	5,2	15,8

Варіант 15

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	57	32	14,0	15,0	8,0
2-й	58	36	13,5	14,3	8,5
3-й	55	35	13,0	12,0	7,0
4-й	56	36	12,0	12,8	9,0
5-й	59	38	11,0	13,0	10,0
6-й	61	40	10,5	12,5	11,0
7-й	62	42	9,5	11,0	9,5
8-й	59	43	9,2	11,5	12,0
9-й	65	47	9,0	10,0	10,0
10-й	66	47	6,5	9,0	14,0
11-й	67	48	6,0	8,0	12,5
12-й	69	50	5,7	7,5	12,0
13-й	71	49	5,6	6,5	10,0
14-й	75	52	5,0	6,0	11,0
15-й	73	51	5,2	6,2	13,0
16-й	77	53	5,2	3,8	15,0
17-й	78	52	5,5	5,5	15,5
18-й	80	55	5,0	5,0	14,5
19-й	79	57	5,0	4,5	14,0
20-й	82	58	4,0	4,7	15,0
21-й	—	59	5,0	5,0	15,0
22-й	—	60	6,0	5,1	16,5
23-й	—	61	6,1	4,8	15,7
24-й	—	62	7,0	5,2	15,9

Варіант 16

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	55	35	13,0	14,0	8,0
2-й	56	38	12,5	13,3	8,5
3-й	53	36	2,0	11,0	7,0
4-й	54	37	11,0	11,8	9,0
5-й	57	39	10,0	12,0	10,0
6-й	58	41	9,0	11,5	11,0
7-й	60	43	8,5	10,0	9,5
8-й	57	45	8,3	10,5	11,0
9-й	63	48	8,0	9,0	10,0
10-й	64	48	5,5	8,0	14,0
11-й	65	49	5,0	7,0	12,5
12-й	67	51	4,7	6,5	12,0
13-й	68	50	4,6	5,5	10,0
14-й	72	51	4,1	5,3	11,5
15-й	70	52	4,4	5,2	12,0
16-й	75	54	4,2	4,8	15,0
17-й	76	53	4,5	4,5	15,5
18-й	78	56	4,0	4,0	14,5
19-й	77	58	4,0	3,5	14,0
20-й	80	59	3,0	3,7	15,0
21-й	—	60	4,0	4,0	15,0
22-й	—	61	4,5	4,1	16,5
23-й	—	62	5,0	3,9	15,7
24-й	—	61	5,5	4,2	15,8

Варіант 17

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	57	32	14,0	15,0	8,0
2-й	59	38	13,5	14,8	8,5
3-й	55	35	13,0	12,0	7,0
4-й	56	36	12,0	12,8	9,0
5-й	59	38	11,0	13,0	10,0
6-й	61	41	10,5	12,5	11,5
7-й	62	42	9,5	11,0	9,5
8-й	57	43	9,2	11,5	12,0
9-й	64	46	9,0	10,0	10,5
10-й	66	47	6,5	9,0	14,0
11-й	67	48	6,0	8,0	12,5
12-й	69	50	5,7	7,5	12,0
13-й	71	49	5,7	7	10,5
14-й	75	52	5,0	6,0	11,0
15-й	72	51	5,1	6,2	12,0
16-й	76	53	5,3	3,8	15,0
17-й	78	52	5,5	5,4	15,5
18-й	80	55	5,0	5,0	14,5
19-й	78	56	5,5	4,4	14,0
20-й	82	58	4,0	4,7	15,0
21-й	—	58	5,0	5,0	15,0
22-й	—	59	6,2	5,1	16,5
23-й	—	61	6,0	4,8	15,7
24-й	—	63	7,0	5,3	15,8

Варіант 18

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	54	33	13,2	14,0	8,0
2-й	56	38	12,5	13,2	8,5
3-й	52	35	8,0	11,0	7,0
4-й	54	37	11,0	11,8	9,0
5-й	57	39	10,0	12,0	10,0
6-й	58	41	9,0	11,5	11,0
7-й	60	43	8,5	10,0	9,5
8-й	57	43	8,2	10,5	12,0
9-й	63	47	8,0	9,0	10,0
10-й	64	48	6,5	8,0	14,0
11-й	65	49	5,0	7,0	12,5
12-й	67	51	4,7	6,5	12,0
13-й	69	50	4,8	5,5	10,5
14-й	73	53	4,0	5,0	11,0
15-й	70	52	4,4	5,2	12,0
16-й	74	52	4,2	4,8	14,0
17-й	76	53	4,3	4,5	15,5
18-й	78	56	4,1	4,0	14,5
19-й	76	58	4,0	3,5	14,0
20-й	79	57	3,0	3,7	15,0
21-й	—	59	4,0	4,0	15,0
22-й	—	61	5,0	3,6	16,5
23-й	—	62	5,5	3,8	15,6
24-й	—	61	6,0	4,2	15,8

Варіант 19

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	61	30	13,0	16,0	7,0
2-й	62	35	12,5	15,3	7,5
3-й	59	31	12,0	13,0	6,0
4-й	60	34	11,0	13,8	8,0
5-й	62	36	10,0	14,0	9,0
6-й	64	39	10,0	13,5	10,5
7-й	66	40	11,5	12,0	8,5
8-й	63	41	8,2	12,5	11,0
9-й	69	45	8,0	11,0	9,0
10-й	70	45	5,5	9,0	12,0
11-й	71	46	5,0	10,0	11,5
12-й	73	48	4,7	8,5	9,0
13-й	75	47	4,6	7,5	11,0
14-й	79	50	4,0	7,0	10,0
15-й	76	49	4,1	7,2	11,0
16-й	81	51	4,3	6,8	13,0
17-й	82	50	4,5	6,5	14,5
18-й	84	53	4,0	6,0	13,5
19-й	83	55	4,0	5,3	13,0
20-й	86	57	3,5	5,7	14,0
21-й	—	56	4,0	6,0	14,0
22-й	—	55	5,0	6,1	15,5
23-й	—	57	5,0	6,2	14,5
24-й	—	58	6,0	6,4	14,8

Варіант 20

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втраг робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	64	31	12,0	14,0	8,0
2-й	66	35	11,5	14,3	8,5
3-й	62	33	11,0	12,0	7,0
4-й	63	34	10,0	12,8	9,0
5-й	65	36	9,5	13,0	10,0
6-й	67	38	8,0	12,5	11,0
7-й	69	40	7,5	11,0	9,5
8-й	81	42	7,2	12,5	12,0
9-й	77	45	7,0	10,0	9,0
10-й	73	42	4,5	9,0	14,0
11-й	74	46	4,7	8,0	12,5
12-й	76	48	3,7	7,5	12,0
13-й	77	47	3,6	6,5	10,0
14-й	82	50	3,0	6,0	11,0
15-й	79	49	3,1	6,2	12,0
16-й	82	51	3,2	5,8	13,0
17-й	84	52	3,5	5,3	15,5
18-й	87	56	3,0	5,0	14,5
19-й	85	55	3,0	4,5	14,0
20-й	89	56	2,5	4,7	15,0
21-й	—	57	3,0	5,0	15,5
22-й	—	58	4,0	5,1	16,5
23-й	—	59	4,2	4,8	15,7
24-й	—	60	5,0	5,2	15,8

4.5 Питання для самоконтролю

- 1) Що є основною метою регресійного аналізу?
- 2) Які є типи рівняння регресії?
- 3) Що таке *парна* і *множинна* регресія?
- 4) Які формули лінійної моделі парної і множинної регресії?
- 5) На чому ґрунтується оцінювання параметрів лінійної моделі регресії?
- 6) Які є кроки перевірки адекватності регресійної моделі?
- 7) Як перевіряється значущість коефіцієнтів регресії?
- 8) Як перевіряється значущість рівняння регресії?
- 9) Що означає величина коефіцієнта детермінації?
- 10) Який інструмент Microsoft Excel призначений для виконання регресійного аналізу?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

Тема: Дослідження множинної лінійної регресії в задачах прогнозування

Мета: отримати практичні навички множинного регресійного аналізу для визначення невідомих закономірностей даних і побудови обґрунтованого прогнозу.

5.1 Теоретичні відомості і рекомендації до виконання

Регресія називається *множинною*, якщо досліджується зв'язок між трьома та більше ознаками, серед яких Y – результативна ознака (залежна змінна); $X_1, X_2 \dots X_k$ – фактори (незалежні змінні, регресори).

Множинна лінійна регресія визначається формулою (4.2). Важливим завданням прогнозування з використанням множинної регресії є визначення оптимальної кількості пояснюючих змінних X , що адекватно описують зміни залежної змінної Y .

Для обґрунтування відбору змінних X використовують комплекс методів:

1. Попередній відбір факторів X виконується завдяки чіткого розуміння характеру економічного процесу і характеристик економічних показників.

2. Виконується перевірка значущості оцінок коефіцієнтів регресійної моделі за допомогою t-критерію Стьюдента і незначимі фактори X можуть бути виключені із моделі регресії. Також кандидатами на виключення є ті фактори, довірчі інтервали яких містять нулі.

3. Обґрунтування доцільності додавання або видалення змінних X в регресійній моделі здійснюється за допомогою скоригованого коефіцієнта детермінації, критеріїв Шварца та Акайка.

Скоригований коефіцієнт детермінації визначається за формулою:

$$R_k^2 = 1 - \frac{(n-1)(1-R_k^2)}{n-k} \quad (5.1)$$

В результатах розрахунку регресії за допомогою інструмента *Регресія* із *Пакету аналізу Microsoft Excel* скоригований коефіцієнт детермінації називається "*Нормированный R-квадрат*" (рис. 4.2). Нові фактори (регресори) додають за умови, що скоригований коефіцієнт детермінації збільшився.

Критерії Шварца та Акайка використовуються в прогнозуванні при порівнянні моделей з різним числом факторів (регресорів).

Критерій Шварца розраховується за формулою:

$$SC = \ln \frac{e_i^2}{n} + \frac{k \ln(n)}{n} \quad (5.2)$$

Критерій Акайка розраховується за формулою:

$$AIC = \ln \frac{e_i^2}{n} + 2 \frac{k}{n} \quad (5.3)$$

де

e – залишок, який визначається, як $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$;

n – кількість спостережень;

k – кількість параметрів моделі (у тому числі Y).

Обидва цих коефіцієнта призначені для того, щоб «карати» за включення в модель регресорів, що не призводять до значного підвищення здатності моделі описувати процес. Вважається, що найкращою буде модель з меншим SC або AIC.

Рекомендується такий алгоритм виконання прогнозу за допомогою множинної регресії:

1. Побудувати рівняння множинної регресії з усіма вибраними факторами.

2. Провести попередній відбір регресорів для моделі, для чого зробити аналіз значущості оцінок коефіцієнтів регресійної моделі за допомогою t-критерію Стьюдента та їх 95% довірчого інтервалу.

3. Побудувати моделі множинної регресії для різної кількості факторів і порівняти їх за допомогою величин скоригованого коефіцієнта детермінації, критеріїв Шварца та Акайка. Обґрунтувати вибір відповідних факторів (регресорів).

4. Вибрати оптимальну модель множинної регресії. Зробити прогноз. Зробити висновки.

5.2 Приклад виконання завдання

Завдання

Дана таблиця із економічними показниками підприємства. Побудувати оптимальну модель множинної регресії для *Продуктивності праці*, яка імовірно залежить від *Фондомісткості*, *Коефіцієнта плинності*, *Рівня втрат робочого часу* і *Середнього стажу*. Виконати прогнозування на 21-24 місяці.

Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плинності, %	Рівень втрат робочого часу, %	Середній стаж, років
1-й	57	32	14	15	8
2-й	58	37	13,5	14,3	8,5
3-й	55	35	13	12	7
4-й	56	36	12	12,8	9
5-й	59	38	11	13	10
6-й	60	40	10	12,5	11

7-й	62	42	9,5	11	9,5
8-й	57	43	9,2	11,5	12
9-й	65	47	9	10	10
10-й	66	47	6,5	9	14
11-й	67	48	6	8	12,5
12-й	69	50	5,7	7,5	12
13-й	70	49	5,6	6,5	10
14-й	75	52	5	6	11
15-й	72	51	5,1	6,2	12
16-й	77	53	5,2	3,8	15
17-й	78	52	5,5	5,5	15,5
18-й	80	55	5	5	14,5
19-й	78	57	5	4,5	14
20-й	82	58	4	4,7	15
21-й		58	5	5	15
22-й		60	6	5,1	16,5
23-й		61	6	4,8	15,7
24-й		62	7	5,2	15,8

Хід роботи

1. Створюємо в Excel таблицю і заносимо в неї фактичні показники із завдання (рис. 5.1).

2. За допомогою інструмента "Регрессия" із пакета надстроювань Microsoft Excel "Пакет аналізу" виконуємо розрахунок регресії, де задаємо такі параметри: Y – це діапазон B2:B22 (рис. 5.1); X – діапазон C2:F22; включаємо мітки, результат розташовуємо на новому аркуші. Потім цей аркуш із результатами перейменовуємо на "4 фактора" (рис. 5.1).

3. Аналізуючи результати на аркуші "4 фактора" (рис. 5.2), можемо зробити такі висновки:

Фактор *Рівень втрат робочого часу* має від'ємний знак коефіцієнта регресії, що означає негативний зв'язок: при зростанні цього фактора результативна ознака *Продуктивність* падає.

Тільки два фактори: *Фондомісткість* і *Рівень втрат робочого часу* мають параметр *P-значення* $< 0,05$ та не містять 0 в довірчому інтервалі. Тому можна з впевненістю 95% сказати, що ці фактори є значущими для прогнозування. Інші фактори з моделі можна виключити, якщо вони не несуть якогось дійсного впливу на *Продуктивність*. Але щоб бути повністю впевненими у цьому, виконаємо розрахунки скоригованого коефіцієнта детермінації, критеріїв Шварца та Акайка для моделей з різною кількістю факторів і порівняємо їх.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1								Ŷ для кількості факторів:					(Y-Ŷ) ² для кількості факторів:			
2	Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плінності, %	Рівень втрат робочого часу, %	Середній стаж, років										
3	1-й	57	32	14	15	8										
4	2-й	58	37	13,5	14,3	8,5										
5	3-й	55	35	13	12	7										
6	4-й	56	36	12	12,8	9										
7	5-й	59	38	11	13	10										
8	6-й	60	40	10	12,5	11										
9	7-й	62	42	9,5	11	9,5										
10	8-й	57	43	9,2	11,5	12										
11	9-й	65	47	9	10	10										
12	10-й	66	47	6,5	9	14										
13	11-й	67	48	6	8	12,5										
14	12-й	69	50	5,7	7,5	12										
15	13-й	70	49	5,6	6,5	10										
16	14-й	75	52	5	6	11										
17	15-й	72	51	5,1	6,2	12										
18	16-й	77	53	5,2	3,8	15										
19	17-й	78	52	5,5	5,5	15,5										
20	18-й	80	55	5	5	14,5										
21	19-й	78	57	5	4,5	14										
22	20-й	82	58	4	4,7	15										
23	21-й		58	5	5	15										
24	22-й		60	6	5,1	16,5										
25	23-й		61	6	4,8	15,7										
26	24-й		62	7	5,2	15,8										
27																
28	Фактори	R ² _{кор}	SC	AIC												
29	4															
30	3															
31	2															
32	1															

Рисунок 5.1 – Таблица для виконання завдання

	A	B	C	D	E	F	G
1	ВЫВОД ИТОГОВ						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,967718					
5	R-квадрат	0,936477					
6	Нормированный R-квадрат	0,919538					
7	Стандартная ошибка	2,542577					
8	Наблюдения	20					
9							
10	<i>Дисперсионный анализ</i>						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	4	1429,579525	357,3948811	55,28407683	8,43979E-09	
13	Остаток	15	96,97047548	6,464698365			
14	Итого	19	1526,55				
15							
16		<i>Коэффициент</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	30,32183	21,70684323	1,396879014	0,182774873	-15,94520738	76,58887492
18	Фондомісткість, гр. од	0,786637	0,349969901	2,247728591	0,040062403	0,040694166	1,532580537
19	Коефіцієнт плінності, %	1,188985	0,712895219	1,667825561	0,116085745	-0,330515322	2,708485059
20	Рівень втрат робочого часу, %	-1,53447	0,635623183	-2,414113861	0,029012842	-2,889265482	-0,179667992
21	Середній стаж, років	0,414953	0,435406176	0,953023975	0,355684114	-0,513093772	1,342998822

Рисунок 5.2 – Модель регресії з 4 факторами

4. Прийємо такі позначення (відповідно рис. 5.2):

X_1 – Фондомісткість;

- X_2 – Коефіцієнт плинності;
- X_3 – Рівень втрат робочого часу;
- X_4 – Середній стаж;

Розрахунки виконаємо для таких моделей (умовно за зростанням величини параметру *P-значення*):

4 фактори: X_1, X_2, X_3, X_4 .

1 фактор: X_1 .

2 фактори: X_1, X_3 .

3 фактори: X_1, X_3, X_2 .

Розрахунок моделі для 4 факторів вже виконано (рис. 5.2). Для розрахунку моделі з 1, 2 і 3 факторами рекомендується спочатку створити копію аркуша із таблицею вхідних даних і там поміняти стовпчики місцями, що вони були у такій послідовності: X_1, X_3, X_2, X_4 . Це необхідно для зручності, тому що інструмент *Регрессія* із пакету *Аналіз даних* потребує, щоб дані складали безперервний діапазон. Результати розрахунків розташовуємо на нових аркушах, яки назвемо "*1 фактор*", "*2 фактора*", "*3 фактора*". На рисунках 5.3-5.5 наведені результати розрахунків.

Відповідно, рівняння моделей будуть такі:

1 фактор: $\hat{Y} = 16,47 + 1,099 X_1$

2 фактора: $\hat{Y} = 49,79 + 0,59 X_1 - 1,128 X_3$

3 фактора: $\hat{Y} = 30,77 + 0,89 X_1 + 1,08 X_2 - 1,47 X_3$

4 фактора: $\hat{Y} = 30,32 + 0,79 X_1 + 1,19 X_2 - 1,53 X_3 + 0,41 X_4$

	A	B	C	D	E	F	G
1	Вывод Итогов						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,952482935					
5	R-квадрат	0,907223742					
6	Нормированный R-квадрат	0,902069506					
7	Стандартная ошибка	2,805031159					
8	Наблюдения	20					
9							
10	<i>Дисперсионный анализ</i>						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	1	1384,922404	1384,922404	176,0151545	9,86628E-11	
13	Остаток	18	141,6275964	7,868199802			
14	Итого	19	1526,55				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	16,46735905	3,871331908	4,253667586	0,000477758	8,33399252	24,60072558
18	Фондомісткість, гр. од	1,099406528	0,082867318	13,2670703	9,86628E-11	0,925308754	1,273504302

Рисунок 5.3 – Модель регресії з 1 фактором

	A	B	C	D	E	F	G
1	Вывод итогов						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,96053185					
5	R-квадрат	0,922621434					
6	Нормированный R-квадрат	0,913518074					
7	Стандартная ошибка	2,635975647					
8	Наблюдения	20					
9							
10	<i>Дисперсионный анализ</i>						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	2	1408,427751	704,2138753	101,349542	3,575E-10	
13	Остаток	17	118,1222494	6,948367611			
14	Итого	19	1526,55				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	49,7953025	18,48194266	2,694267774	0,015357668	10,80181197	88,78879303
18	Фондомісткість, гр. од	0,595229221	0,284967014	2,088765335	0,052079072	-0,005998625	1,196457066
19	Рівень втрат робочого часу, %	-1,128117402	0,613355633	-1,839254979	0,083409756	-2,422184671	0,165949867

Рисунок 5.4 – Модель регресії з 2 факторами

	A	B	C	D	E	F	G
1	Вывод итогов						
2							
3	<i>Регрессионная статистика</i>						
4	Множественный R	0,965728249					
5	R-квадрат	0,932631052					
6	Нормированный R-квадрат	0,919999374					
7	Стандартная ошибка	2,535276959					
8	Наблюдения	20					
9							
10	<i>Дисперсионный анализ</i>						
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	
12	Регрессия	3	1423,707932	474,5693106	73,83271367	1,37345E-09	
13	Остаток	16	102,8420681	6,427629259			
14	Итого	19	1526,55				
15							
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	30,76848265	21,63947391	1,421868331	0,174264968	-15,10515276	76,64211806
18	Фондомісткість, гр. од	0,886611886	0,332919221	2,663144182	0,017006769	0,180854666	1,592369106
19	Рівень втрат робочого часу, %	-1,469812061	0,630177811	-2,332376729	0,033067591	-2,805729342	-0,13389478
20	Коефіцієнт плинності, %	1,082456728	0,702055912	1,541838349	0,142657296	-0,40583532	2,570748777

Рисунок 5.5 – Модель регресії з 3 факторами

5. Виконаємо розрахунок \hat{Y} і $(Y - \hat{Y})^2$ (рис. 5.6) для моделей із різною кількістю факторів, які знадобляться для подальших розрахунків коефіцієнтів. При написанні формул можна скористатися посиланнями на комірки, що знаходяться на інших аркушах, використовувати абсолютні посилання на комірки і автозаповнення комірок. Це прискорить виконання розрахунків. Наприклад, у комірці H3 формула буде виглядати так:

$$= '4 \text{ фактора}'!B\$17 + '4 \text{ фактора}'!B\$18 * \text{вхідні дані}'!C3 + '4 \text{ фактора}'!B\$19 * \text{вхідні дані}'!D3 + '4 \text{ фактора}'!B\$20 * \text{вхідні дані}'!E3 + '4 \text{ фактора}'!B\$21 * \text{вхідні дані}'!F3$$

У комірці M3 формула виглядатиме так:
 $=СТЕПЕНЬ(В3-Н3;2)$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1								Ŷ для кількості факторів:					(Y-Ŷ) ² для кількості факторів:			
2	Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плинності, %	Рівень втрат робочого часу, %	Середній стаж, років		4	3	2	1		4	3	2	1
3	1-й	57	32	14	15	8		52,4426	52,2473	51,9209	51,6484		20,7696	22,5884	25,7975	28,64
4	2-й	58	37	13,5	14,3	8,5		57,0629	57,168	55,6867	57,1454		0,87809	0,69226	5,35133	0,73034
5	3-й	55	35	13	12	7		57,802	58,2341	57,0909	54,9466		7,85127	10,4593	4,37193	0,00285
6	4-й	56	36	12	12,8	9		57,002	56,8624	56,7837	56,046		1,00399	0,74373	0,61411	0,00212
7	5-й	59	38	11	13	10		57,4943	57,2592	57,7485	58,2448		2,267	3,03038	1,56629	0,57032
8	6-й	60	40	10	12,5	11		59,0608	58,6849	59,503	60,4436		0,88206	1,72955	0,24701	0,1968
9	7-й	62	42	9,5	11	9,5		61,7189	62,1216	62,3856	62,6424		0,07903	0,01478	0,14872	0,41272
10	8-й	57	43	9,2	11,5	12		62,419	61,9486	62,4168	63,7418		29,3652	24,4882	29,3418	45,4524
11	9-й	65	47	9	10	10		66,7995	67,4832	66,4899	68,1395		3,23824	6,16644	2,21981	9,85625
12	10-й	66	47	6,5	9	14		67,0213	66,2469	67,618	68,1395		1,04311	0,06096	2,61799	4,57731
13	11-й	67	48	6	8	12,5		68,1255	68,0621	69,3414	69,2389		1,26677	1,12805	5,48199	5,01255
14	12-й	69	50	5,7	7,5	12		69,9018	70,2455	71,0959	71,4377		0,81332	1,55124	4,39273	5,94231
15	13-й	70	49	5,6	6,5	10		69,7009	70,7204	71,6288	70,3383		0,08948	0,51904	2,6529	0,11443
16	14-й	75	52	5	6	11		72,5296	73,4657	73,9785	73,6365		6,10299	2,35404	1,04343	1,85914
17	15-й	72	51	5,1	6,2	12		71,9699	72,3934	73,1577	72,5371		0,00091	0,15475	1,34019	0,28847
18	16-й	77	53	5,2	3,8	15		78,5896	77,8024	77,0556	74,7359		2,52698	0,64385	0,00309	5,12613
19	17-й	78	52	5,5	5,5	15,5		75,7586	74,7418	74,5426	73,6365		5,02392	10,6156	11,9538	19,0401
20	18-й	80	55	5	5	14,5		77,8763	77,5954	76,8923	76,9347		4,51014	5,7823	9,65766	9,39595
21	19-й	78	57	5	4,5	14		80,0093	80,1035	78,6468	79,1335		4,03738	4,42467	0,4184	1,28489
22	20-й	82	58	4	4,7	15		79,715	79,6137	79,0164	80,2329		5,22107	5,69451	8,9016	3,12251
23	21-й		58	5	5	15						Сума	96,9705	102,842	118,122	141,628
24	22-й		60	6	5,1	16,5										
25	23-й		61	6	4,8	15,7										
26	24-й		62	7	5,2	15,8										

Рисунок 5.6 – Розрахунок $\hat{Y}_i (Y - \hat{Y})^2$

6. За формулами (5.1 – 5.3) виконаємо розрахунок критеріїв Шварца (SC) та Акайка (AIC). Скоригований коефіцієнт детермінації ($R^2_{кор}$) візьмемо із аркушів з розрахунками моделей для різної кількості факторів: параметр *Нормированный R-квадрат*. Формули наведені на рисунку 5.7.

	A	B	C	D
28	Фактори	$R^2_{кор}$	SC	AIC
29	4	=4 фактора!B6	=LN(M23/20)+5*LN(20)/20	=LN(M23/20)+2*5/20
30	3	=3 фактора!B6	=LN(N23/20)+4*LN(20)/20	=LN(N23/20)+2*4/20
31	2	=2 фактора!B6	=LN(O23/20)+3*LN(20)/20	=LN(O23/20)+2*3/20
32	1	=1 фактор!B6	=LN(P23/20)+2*LN(20)/20	=LN(P23/20)+2*2/20

Рисунок 5.7 – Розрахунок критеріїв Шварца (SC) та Акайка (AIC)

7. Результати розрахунків наведені на рисунку 5.8.

	A	B	C	D
28	Фактори	$R^2_{кор}$	SC	AIC
29	4	0,91954	2,327607351	2,0786743
30	3	0,92	2,236608674	2,0374622
31	2	0,91352	2,225347667	2,0759878
32	1	0,90207	2,257042006	2,1574688

Рисунок 5.8 – Результати розрахунку критеріїв Шварца (SC) та Акайка (AIC)

Проаналізувавши результати робимо висновки:

Коефіцієнт $R^2_{\text{кор}}$ збільшується з введенням нових факторів, крім моделі з 4 факторами. Це говорить про доцільності введення регресорів X_1, X_2, X_3 , але недоцільність X_4 . Те ж саме свідчить і АІС, який повинен зменшуватися: на 4 факторах АІС зростає.

Натомісь SC , який повинен зменшуватися, починає зростати вже на 3 факторах. Тому оптимальною моделлю множинної лінійної регресії буде модель із 2 факторами: X_1 і X_3 . Відповідно оптимальне рівняння регресії:

$$\hat{Y}=49,79+0,59 X_1 -1,128 X_3 \quad (5.4)$$

8. На основі знайденого рівняння регресії виконуємо прогноз на 21-24 місяці.

5.3 Завдання для самостійної роботи

- 1) Дослідити, чи варто вводити в рівняння множинної регресії фактор часу: номер місяця.

5.4 Варіанти лабораторних завдань

На захист лабораторної роботи надається файл Excel з розрахунками та роздрукований звіт. Для успішного захисту необхідно вміти робити висновки по отриманим результатам розрахунків.

Звіт з лабораторної роботи **обов'язково** повинен містити:

- ✓ номер, тему і мету роботи;
- ✓ номер варіанта і текст завдання;
- ✓ надруковані результати розрахунків із файла Excel;
- ✓ висновки.

Таблиці із варіантами лабораторних завдань взяти із Лабораторної роботи № 4.

5.5 Питання для самоконтролю

- 1) Що таке множинна регресія?
- 2) Який вид має рівняння множинної регресії?
- 3) Які критерії використовують для встановлення кількості факторів (регресорів)?
- 4) Яка динаміка цих критеріїв при збільшенні кількості факторів (регресорів)?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

Тема: Дослідження проблеми автокореляції

Мета: ознайомитися з методикою усунення автокореляції з часового ряду.

6.1 Теоретичні відомості і рекомендації до виконання

6.1.1 Загальні відомості з автокореляції

Автокореляція — це кореляційний зв'язок між значеннями того самого випадкового процесу $Y(t)$ у моменти часу t_1 і t_2 . Функція, що характеризує цей зв'язок, називається *автокореляційною*. Кореляційний зв'язок у цьому випадку вимірюється за допомогою *коефіцієнта автокореляції*.

При аналізі тимчасових рядів автокореляційна функція характеризує внутрішню залежність між значеннями тимчасового ряду й значеннями того ж самого ряду, але зрушеними на деякий проміжок (*лаг*) часу. Інакше кажучи, це кореляція членів ряду й пересунених на L одиниць часу членів того ж ряду: x_1, x_2, x_3, \dots і $x_{1+L}, x_{2+L}, x_{3+L}, \dots$. Запізнювання L називається *лагом* і являє собою позитивне ціле число. Оскільки саме широке поширення одержали моделі з лагом, який дорівнює одному року, то іноді автокореляція визначається як кореляційна залежність між значеннями для однойменних місяців.

Звичайний тип автокореляції, який можна ще назвати *серійною* кореляцією в сучасний момент часу прямо зв'язаний з доданком помилки в попередній момент часу. У цьому випадку, використовуючи для позначення часу індекс t , модель простої лінійної регресії можна записати у вигляді:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t \quad (6.1)$$

з умовою

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + v_t \quad (6.2)$$

де

ε_t — величина помилки в момент t ;

ρ — коефіцієнт автокореляції між послідовними помилками;

v_t — нормально розподілені незалежні помилки з математичним очікуванням 0 і дисперсією σ_v^2 .

Рівняння (6.2) показує, що величина одного доданка помилки ε_{t-1} безпосередньо впливає на величину наступні ε_t . Значення коефіцієнта автокореляції ρ , де $-1 < \rho < 1$, вказує на степінь серійної кореляції. Якщо $\rho=0$, то серійної кореляції немає й значення помилок незалежні ($\varepsilon_t = v_t$).

Коефіцієнт автокореляції r_1 із запізнюванням на один період або кореляція між Y_t і Y_{t-1} (кореляція першого порядку), обчислюється за формулою:

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^n Y_t - Y_1 \cdot \sum_{t=2}^n Y_{t-1} - Y_2}{\sqrt{\sum_{t=2}^n Y_t - Y_1^2 \cdot \sum_{t=2}^n Y_{t-1} - Y_2^2}} \quad (6.3)$$

$$Y_1 = \frac{\sum_{t=2}^n Y_t}{n-1}; Y_2 = \frac{\sum_{t=2}^n Y_{t-1}}{n-1}$$

де

r_1 – коефіцієнт автокореляції для запізнювання на 1 період;

Y_1, Y_2 – середні значення ряду;

Y_t – спостереження в момент часу t ;

Y_{t-1} – спостереження в момент часу $t-1$.

Коефіцієнт автокореляції може використовуватися для того, щоб визначити, чи є тренд або сезонні коливання. Якщо найбільшим є коефіцієнт автокореляції першого порядку ($L=1$), значить є тренд, якщо найбільшим є коефіцієнт автокореляції порядку n , то є циклічні коливання з періодичністю n в моментах часу.

Для того щоб графічно показати автокореляційну функцію, використовують *корелограму*, що представляє собою графік значень коефіцієнтів автокореляції для послідовності лагів з певного діапазону.

При вивченні корелограм варто пам'ятати, що автокореляції послідовних лагів формально залежні між собою. Розглянемо наступний приклад. Якщо перший член ряду тісно зв'язаний із другим, а другий із третім, то перший елемент повинен також якимсь образом залежати від третього й т.д. Це приводить до того, що періодична залежність може істотно змінитися після видалення автокореляцій першого порядку, тобто після узяття різниці з лагом 1. Узяття різниці також видаляє тренд, що звичайно придушує інші автокореляції. Наприклад, якщо є стійкий лінійний тренд, то кожне спостереження в значній мірі є лінійною функцією попереднього спостереження.

В прогнозуванні більше використовується *коефіцієнт автокореляції залишків* ρ . Це пов'язано наприклад, із похибками у вимірюваннях змінних, або існуванням факторів, що не включені в модель, але можуть впливати на результати і відображатися в залишках. Залишки для відповідних періодів часу t обчислюються за формулою: $e_t = Y_t - \hat{Y}_t$. Формули розрахунків ρ_k і r_k ідентичні.

Коефіцієнт автокореляції залишків першого порядку:

$$\rho_1 = \frac{\sum_{t=2}^n e_t - e_1 \cdot \sum_{t=2}^n e_{t-1} - e_2}{\sqrt{\sum_{t=2}^n e_t - e_1^2 \cdot \sum_{t=2}^n e_{t-1} - e_2^2}} \quad (6.4)$$

$$e_1 = \frac{\sum_{t=2}^n e_t}{n-1}; e_2 = \frac{\sum_{t=2}^n e_{t-1}}{n-1}$$

Коефіцієнт автокореляції залишків другого порядку:

$$\rho_2 = \frac{\sum_{t=3}^n e_t - e_3 \cdot \sum_{t=3}^n e_{t-2} - e_4}{\sum_{t=3}^n e_t - e_3^2 \cdot \sum_{t=3}^n e_{t-2} - e_4^2} \quad (6.5)$$

$$e_3 = \frac{\sum_{t=3}^n e_t}{n-2}; e_4 = \frac{\sum_{t=3}^n e_{t-2}}{n-2}$$

Для обчислення коефіцієнта автокореляції у Microsoft Excel зручно використовувати функцію *KORPEL()*.

6.1.2 Тест Дарбіна-Уотсона

Статистика Дарбіна-Уотсона призначена для виявлення автокореляції першого порядку. Вона заснована на вивченні залишків рівняння регресії й визначає, чи можна вважати рівним нулю параметр ρ , наявний у рівнянні (6.2). Для цього вибирається одна із двох гіпотез:

$$H_0: \rho=0$$

$$H_1: \rho>0$$

Як альтернативна гіпотеза вибирається $\rho > 0$, оскільки тимчасові ряди, які звичайно розглядаються в бізнесі й економіці, найчастіше мають позитивну автокореляцію.

У тому випадку, якщо регресійна модель не вільна, залишки будуть автокорелюючими. Тому в критерії Дарбіна-Уотсона висновки будуються на підставі величин залишків, отриманих при регресійному аналізі. Статистика Дарбіна-Уотсона визначається наступним рівнянням:

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n e_t - e_{t-1}^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2} \quad (6.6)$$

де

$e_t = Y_t - \hat{Y}_t$ – залишок для періоду часу t ;

$e_{t-1} = Y_{t-1} - \hat{Y}_{t-1}$ – залишок для періоду часу $t - 1$.

Між критерієм Дарбіна-Уотсона і коефіцієнтом автокореляції залишків першого порядку існує таке співвідношення:

$$DW = 2(1 - \rho_1) \quad (6.7)$$

Критерій Дарбіна-Уотсона змінюється в діапазоні $0 < DW < 4$. Висновки можна прийняти при наближенні DW до таких значень (рис.6.1):

- $DW = 2$, автокореляція відсутня ($\rho=0$).
- $DW = 0$, присутня позитивна автокореляція ($\rho=+1$).
- $DW = 4$, присутня негативна автокореляція ($\rho=-1$).

Висновки про наявність автокореляції можна зробити при порівнянні значення критерія Дарбіна-Уотсона з нижньою (L) і верхньою (U) границями. Ці граничні значення приводяться в спеціальних таблицях, які називаються "Граничні значення для статистик Дарбіна-Уотсона" (таблиця А.3).

- Якщо $DW > U$, то кореляція відсутня (приймаємо гіпотезу $H_0: \rho=0$).
- Якщо $DW < L$, то присутня позитивна автокореляція (приймаємо гіпотезу $H_1: \rho > 0$)
- Якщо $L \leq DW \leq U$, то критерій не дає відповіді, потрібні додаткові дослідження

Також можна перевіряти позитивну і негативну автокореляцію, порівнюючи DW із значеннями $4-L$ і $4-U$:

- $0 < DW < L$, у ряді є позитивна автокореляція;
- $(4 - L) < DW < 4$, у ряді є негативна автокореляція;
- $U < DW < (4 - U)$, автокореляція в ряді відсутня;
- $L < DW < U$ або $(4-U) < DW < (4 - L)$, критерій не дає відповіді, потрібні додаткові дослідження.



Рисунок 6.1 – Діапазон визначень критерія Дарбіна-Уотсона

Джерело: Эконометрика. Учебник / Под ред. И.И.Елисейевой. – М: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.

6.1.3 Методи рішення проблеми автокореляції

Автокореляція ускладнює застосування ряду класичних методів аналізу тимчасових рядів. У моделях регресії, що описують залежності між випадковими значеннями взаємозалежних величин, вона знижує ефективність застосування методу найменших квадратів. Тому були вироблені й широко застосовуються спеціальні статистичні прийоми для її виявлення (наприклад, *критерій Дарбіна-Уотсона*) і виключення (наприклад, перетворення тимчасового ряду в ряд значень різниць між його сусідніми членами), а також для модифікації самого методу найменших квадратів.

Якщо в тимчасовому ряді виявлена автокореляція даних, її необхідно усунути або яким-небудь чином урахувати, перш ніж отримане рівняння регресії можна буде використовувати для прогнозу.

Є кілька методів усунення автокореляції. Один з них передбачає додавання в рівняння регресії додаткової змінної, котра впливає на значення залежної змінної в різні періоди часу.

Для того щоб усунути серійну кореляцію можна також використовувати в розрахунках не самі значення ряду, а їхні *різниці*. Інакше кажучи, замість визначення рівняння регресії щодо вхідних змінних $Y, X_1, X_2 \dots X_k$, це рівняння відшукується для різниць:

$$\begin{aligned}
 Y'_t &= \beta_1 X'_t + v_t & (6.8) \\
 Y'_t &= Y_t - Y_{t-1} \\
 X'_t &= X_t - X_{t-1}
 \end{aligned}$$

Різниці варто використовувати, коли значення статистики DW (*критерій Дарбіна-Уотсона*), обчислене для вхідних змінних, близьке до 0.

Усунути серійну кореляцію також дозволяє використання регресійних моделей, побудованих для *узагальнених різниць* у вигляді:

$$\begin{aligned}
 Y'_t &= \beta'_0 + \beta_1 X'_t + v_t & (6.9) \\
 Y'_t &= Y_t - \rho Y_{t-1}, \quad X'_t = X_t - \rho X_{t-1}, \\
 \beta'_0 &= (1-\rho)\beta_0
 \end{aligned}$$

Однак якщо серійна кореляція дуже велика, краще використовувати звичайні різниці. Тобто якщо $\rho=1$, то рівняння (6.9) приводяться до рівнянь (6.8), де вільний член β_0 пропадає.

Для усунення впливу автокореляції також може використовуватися *модель авторегресії*. Модель авторегресії першого порядку записується у вигляді рівняння

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

де передбачається, що помилки ε_t , задовольняють звичайним припущенням регресійної моделі. Обчислюючи параметри цієї моделі методом найменших квадратів, одержуємо рівняння для прогнозування:

$$\hat{Y}_t = b_0 + b_1 Y_{t-1}$$

У моделі авторегресії прогнозовані значення обчислюються як функція попередніх значень тимчасового ряду.

При іншому методі усунення цього впливу використовується *логарифмування й знаходження різниць*. Вхідні значення змінних логарифмуються, і використовуються різниці прологарифмованих значень. У цьому випадку для прогнозування використовується наступне рівняння:

$$\text{Ln} \hat{Y}_t = \text{Ln} Y_{t-1} + 1,01(\text{Ln} X_t - \text{Ln} X_{t-1}) \quad (6.10)$$

6.2 Приклад виконання завдання

Завдання

Перевірити своє завдання із лабораторної роботи № 5 на наявність автокореляції у залежній змінній *Продуктивність*. У разі виявлення автокореляції спробувати її усунути.

Хід роботи

1. Під час виконання лабораторної роботи № 5 перевірка на наявність автокореляції не виконувалася. Між тим автокореляція може спотворити результати прогнозу. Перевірку виконаємо за допомогою теста Дарбіна-Уотсона. Величини залишків розрахуємо відповідно до знайденого оптимального рівняння регресії (5.4) із факторами X_1 і X_3 .

Створюємо копію таблиці розрахунків, виконаної в лабораторній роботі № 5, залишаємо тільки розрахунки для 2 факторів, все інше видаляємо. Додаємо таблички для майбутніх розрахунків (рис. 6.2).

№	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	
1								Ў для кількості факторів:												
2	Місяць	Продуктивність праці, гр. од	Фондомісткість, гр. од	Коефіцієнт плинності, %	Рівень втраченого часу, %	Середній стаж, років		e_t	$(e_t - e_{t-1})^2$	e_t^2		Y_t^*	$X_{t,1}^*$	$X_{t,2}^*$	\hat{Y}_t	e_t	$(e_t - e_{t-1})^2$	e_t^2		
3	1-й	57	32	14	15	8		51,92088												
4	2-й	58	37	13,5	14,3	8,5		55,6867												
5	3-й	55	35	13	12	7		57,09092												
6	4-й	56	36	12	12,8	9		56,78365												
7	5-й	59	38	11	13	10		57,74849												
8	6-й	60	40	10	12,5	11		59,503												
9	7-й	62	42	9,5	11	9,5		62,38564												
10	8-й	57	43	9,2	11,5	12		62,41681												
11	9-й	65	47	9	10	10		66,4899												
12	10-й	66	47	6,5	9	14		67,61802												
13	11-й	67	48	6	8	12,5		69,34137												
14	12-й	69	50	5,7	7,5	12		71,09588												
15	13-й	70	49	5,6	6,5	10		71,62877												
16	14-й	75	52	5	6	11		73,97852												
17	15-й	72	51	5,1	6,2	12		73,15766												
18	16-й	77	53	5,2	3,8	15		77,05561												
19	17-й	78	52	5,5	5,5	15,5		74,54258												
20	18-й	80	55	5	5	14,5		76,89232												
21	19-й	78	57	5	4,5	14		78,64684												
22	20-й	82	58	4	4,7	15		79,01645												
23	21-й		58	5	5	15														
24	22-й		60	6	5,1	16,5														
25	23-й		61	6	4,8	15,7														
26	24-й		62	7	5,2	15,8														
27								Сума												
28								DW (Y)	L=			U=								
29								DW (Y')	L=			U=								
								p												
								β												

Рисунок 6.2 – Таблиця для виконання завдання

2. DW розрахуємо відповідно формули (6.6). Тому спочатку потрібні розрахунки із залишками, які виконуємо у стовпчиках I, J, K (рис. 6.3).

№	I	J	K
1			
2	e_t	$(e_t - e_{t-1})^2$	e_t^2
3	=B3-H3		=I3^2
4	=B4-H4	=СТЕПЕНЬ(I4-I3;2)	=I4^2
5	=B5-H5	=СТЕПЕНЬ(I5-I4;2)	=I5^2
6	=B6-H6	=СТЕПЕНЬ(I6-I5;2)	=I6^2
7	=B7-H7	=СТЕПЕНЬ(I7-I6;2)	=I7^2
8	=B8-H8	=СТЕПЕНЬ(I8-I7;2)	=I8^2
9	=B9-H9	=СТЕПЕНЬ(I9-I8;2)	=I9^2
10	=B10-H10	=СТЕПЕНЬ(I10-I9;2)	=I10^2
11	=B11-H11	=СТЕПЕНЬ(I11-I10;2)	=I11^2
12	=B12-H12	=СТЕПЕНЬ(I12-I11;2)	=I12^2
13	=B13-H13	=СТЕПЕНЬ(I13-I12;2)	=I13^2
14	=B14-H14	=СТЕПЕНЬ(I14-I13;2)	=I14^2
15	=B15-H15	=СТЕПЕНЬ(I15-I14;2)	=I15^2
16	=B16-H16	=СТЕПЕНЬ(I16-I15;2)	=I16^2
17	=B17-H17	=СТЕПЕНЬ(I17-I16;2)	=I17^2
18	=B18-H18	=СТЕПЕНЬ(I18-I17;2)	=I18^2
19	=B19-H19	=СТЕПЕНЬ(I19-I18;2)	=I19^2
20	=B20-H20	=СТЕПЕНЬ(I20-I19;2)	=I20^2
21	=B21-H21	=СТЕПЕНЬ(I21-I20;2)	=I21^2
22	=B22-H22	=СТЕПЕНЬ(I22-I21;2)	=I22^2
23	Сума	=СУММ(J4:J22)	=СУММ(K3:K22)

Рисунок 6.3 – Розрахунки із залишками для DW

3. У комірку J26 вносимо формулу для розрахунку DW (на рис. 6.2 позначено $DW(Y)$): $=J23/K23$. Результат: $DW=1,08806$

4. У стандартних таблицях із граничними значеннями для статистик Дарбіна-Уотсона (таблиця А.3) шукаємо границі L і U для кількості спостережень $n=20$, кількості незалежних змінних $k=2$ і рівня значущості $\alpha=0,05$. Знаходимо: $L=1,10$; $U=1,54$. Робимо висновок: $DW < L$, що означає наявність позитивної автокореляції.

Усунути автокореляцію можна було б за рахунок введення нового фактора, але в попередній роботі ми відкинули незначимі фактори. Тому спробуємо усунути автокореляцію шляхом використання регресійної моделі, побудованої для узагальнених різниць за формулами (6.9) і потім скоригуємо рівняння (5.4): поміняємо коефіцієнти b_0, b_1 на ті, які отримаємо для моделі узагальнених різниць.

5. Спочатку в комірці J28 виконаємо розрахунок коефіцієнта автокореляції залишків першого порядку ρ_1 . Замість формул (6.4) скористаємося функцією *KORPEL* для залишків e_t у стовпчику I (рис. 6.3): $=KORPEL(I3:I21;I4:I22)$

6. За формулами (6.9) виконуємо розрахунки у стовпчиках М:Р для $Y'_t, X'_{t,1}, X'_{t,3}$ (рис. 6.4). За допомогою інструмента *Регресия* виконаємо розрахунок регресії і збережемо результати на аркуші з іменем "Різниці" (рис. 6.5). Знаходимо рівняння регресії і розрахуємо \hat{Y}'_t (рис. 6.4):

$$\hat{Y}'_t = 20,257 + 0,907X'_{t,1} - 0,766X'_{t,3} \quad (6.11)$$

	М	Н	О	Р
1				
2	Y'_t	$X'_{t,1}$	$X'_{t,3}$	\hat{Y}'_t
3				
4	=B4-\$J\$28*B3	=C4-\$J\$28*C3	=E4-\$J\$28*E3	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N4+Різниці!\$B\$19*O4
5	=B5-\$J\$28*B4	=C5-\$J\$28*C4	=E5-\$J\$28*E4	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N5+Різниці!\$B\$19*O5
6	=B6-\$J\$28*B5	=C6-\$J\$28*C5	=E6-\$J\$28*E5	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N6+Різниці!\$B\$19*O6
7	=B7-\$J\$28*B6	=C7-\$J\$28*C6	=E7-\$J\$28*E6	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N7+Різниці!\$B\$19*O7
8	=B8-\$J\$28*B7	=C8-\$J\$28*C7	=E8-\$J\$28*E7	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N8+Різниці!\$B\$19*O8
9	=B9-\$J\$28*B8	=C9-\$J\$28*C8	=E9-\$J\$28*E8	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N9+Різниці!\$B\$19*O9
10	=B10-\$J\$28*B9	=C10-\$J\$28*C9	=E10-\$J\$28*E9	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N10+Різниці!\$B\$19*O10
11	=B11-\$J\$28*B10	=C11-\$J\$28*C10	=E11-\$J\$28*E10	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N11+Різниці!\$B\$19*O11
12	=B12-\$J\$28*B11	=C12-\$J\$28*C11	=E12-\$J\$28*E11	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N12+Різниці!\$B\$19*O12
13	=B13-\$J\$28*B12	=C13-\$J\$28*C12	=E13-\$J\$28*E12	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N13+Різниці!\$B\$19*O13
14	=B14-\$J\$28*B13	=C14-\$J\$28*C13	=E14-\$J\$28*E13	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N14+Різниці!\$B\$19*O14
15	=B15-\$J\$28*B14	=C15-\$J\$28*C14	=E15-\$J\$28*E14	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N15+Різниці!\$B\$19*O15
16	=B16-\$J\$28*B15	=C16-\$J\$28*C15	=E16-\$J\$28*E15	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N16+Різниці!\$B\$19*O16
17	=B17-\$J\$28*B16	=C17-\$J\$28*C16	=E17-\$J\$28*E16	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N17+Різниці!\$B\$19*O17
18	=B18-\$J\$28*B17	=C18-\$J\$28*C17	=E18-\$J\$28*E17	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N18+Різниці!\$B\$19*O18
19	=B19-\$J\$28*B18	=C19-\$J\$28*C18	=E19-\$J\$28*E18	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N19+Різниці!\$B\$19*O19
20	=B20-\$J\$28*B19	=C20-\$J\$28*C19	=E20-\$J\$28*E19	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N20+Різниці!\$B\$19*O20
21	=B21-\$J\$28*B20	=C21-\$J\$28*C20	=E21-\$J\$28*E20	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N21+Різниці!\$B\$19*O21
22	=B22-\$J\$28*B21	=C22-\$J\$28*C21	=E22-\$J\$28*E21	=Різниці!\$B\$17+Різниці!\$B\$18*N22+Різниці!\$B\$19*O22

$L=1,08$; $U=1,53$. Робимо висновок: $DW>U$, що означає відсутність автокореляції.

10. Оскільки автокореляції у залишках узагальнених різниць немає, можемо робити поправки до рівняння (6.11). Відповідно до рівнянь (6.9) розраховуємо коефіцієнт $b_0 = b'_0 / (1 - \rho)$. У комірку J29 заносимо формулу: $=\text{Різниця!B17}/(1-J28)$. Результат $b_0=31,6051$. Рівняння (6.11) записуємо у скоригованому виді:

$$\hat{Y}_t = 31,6051 + 0,907X_1 - 0,766X_3 \quad (6.12)$$

11. На основі знайденого рівняння регресії (6.12) виконуємо прогноз на 21-24 місяці.

6.3 Завдання для самостійної роботи

- 1) Виконайте розрахунок коефіцієнту автокореляції другого, третього, четвертого порядків для *Продуктивності*. Зробіть висновки про наявність тренду і циклічних коливань.

6.4 Варіанти лабораторних завдань

На захист лабораторної роботи надається файл Excel з розрахунками та роздрукований звіт. Для успішного захисту необхідно вміти робити висновки по отриманим результатам розрахунків.

Звіт з лабораторної роботи **обов'язково** повинен містити:

- ✓ номер, тему і мету роботи;
- ✓ номер варіанта і текст завдання;
- ✓ надруковані результати розрахунків із файла Excel;
- ✓ висновки.

В якості варіанта завдання взяти свій варіант і результати виконання із лабораторної роботи № 5.

6.5 Питання для самоконтролю

- 1) Що таке автокореляція?
- 2) Що таке лаг?
- 3) Що показує корелограма?
- 4) Для чого призначений тест Дарбіна-Уотсона?
- 5) Які є методи усунення автокореляції?
- 6) Як по коефіцієнту автокореляції можна визначити наявність тренду і циклічних (сезонних) коливань?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7

Тема: Прогнозування з урахуванням сезонної компоненти

Мета: освоїти методику прогнозування з урахуванням сезонної компоненти за допомогою адитивної і мультипликативної моделей, а також використання регресії для прогнозу сезонних даних.

7.1 Теоретичні відомості і рекомендації до виконання

7.1.1 Адитивна і мультипликативна моделі

В соціально-економічних процесах існує досить багато наборів даних, що являють собою значення величини, яка спостерігається протягом якогось проміжку часу. Наприклад, квартальний прибуток або щомісячні об'єми продажу. Ці набори даних являють собою *часові ряди*. Значення часового ряду часто розглядають як сукупності кількох компонент і для аналізу часового ряду намагаються отримати ці компоненти окремо. Ця процедура розкладання значень часового ряду на компоненти називається *декомпозицією*. В часових рядах визначають такі компоненти:

- *Тренд*, позначається літерою T ;
- *Циклічність*, позначається літерою C ;
- *Сезонність*, позначається літерою S ;
- *Нерегулярність (вплив випадкових подій)*, позначається літерою E .

Для розгляду залежності значення Y часового ряду від компонент T , C , S , E використовують дві моделі: адитивну і мультипликативну.

Адитивна модель розглядає суму компонент:

$$Y_t = T_t + C_t + S_t + E_t \quad (7.1)$$

Мультипликативна модель розглядає множення компонент:

$$Y_t = T_t * C_t * S_t * E_t \quad (7.2)$$

Адитивна модель використовується більше тих випадках, коли коливання значень часового ряду мають приблизно однакову амплітуду. Мультипликативна – коли амплітуда коливань з часом збільшується.

Для короткострокових прогнозів циклічну компоненту C можна вважати частиною тренду T , не розглядати її і вилучити з рівняння моделі.

Сезонна компонента, яка ще називається *сезонним індексом* або *коефіцієнтом сезонності*, в адитивній моделі вимірюється в тих же одиницях, що і значення часового ряду. В мультипликативній моделі сезонна компонента, часто приводиться до відсотків і показує сезонний приріст по відношенню до відповідної частки від цілого. Наприклад, значення місячного індексу 1,25 означає, що дані у цьому сезоні будуть на 25% більше, ніж 1/12 від цілого річного значення.

Для практичного виконання даної лабораторної роботи важливою буде така характеристика сезонної компоненти (сезонного індекса): в адитивній моделі сума всіх сезонних компонент для значень часового ряду повинна дорівнювати 0. В мультипликативній моделі – сума всіх сезонних компонент повинна дорівнювати кількості значень часового ряду, які були взяті для розрахунку періода коливань. Наприклад, якщо беруться дані за всі місяці року, то сума повинна дорівнювати 12.

Загальний алгоритм прогнозування за допомогою адитивної і мультипликативної моделей такий:

1. За даними таблиці і графіка визначити період сезонних коливань.
2. Знайти згладжені рівні динамічного ряду методом центрованих ковзних середніх.
3. Знайти оцінки сезонної компоненти і далі знайти сезонні компоненти (сезонні індекси), вилучивши з оцінок сезонної компоненти величину похибки.
4. Виконати десезоналізацію даних, тобто вилучити сезонну компоненту із даних часового ряду.
5. Побудувати тренд по рівням часового ряду без сезонності.
6. Розрахувати помилки - різницю між десезоналізованими і трендовими значеннями.
7. Розрахувати середнє абсолютне відхилення і середньоквадратичну помилку для перевірки відповідності моделі або вибору найкращої.
8. Відповідно кращої моделі виконати прогноз за трендовими значеннями з урахуванням сезонності.

Детальна реалізація цього алгоритму буде розглянута на прикладі виконання завдання лабораторної роботи.

7.1.2 Прогноз сезонних даних на основі регресії

Прогнозування даних з сезонною компонентою також можна виконати за допомогою регресійної моделі яка пов'язана з адитивною моделлю. Для цього в рівняння регресії вводяться фіктивні змінні, кількість яких відповідає сезонним коливанням. Наприклад, рівняння лінійної регресії з квартальними даними буде виглядати таким чином:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 S_2 + \beta_3 S_3 + \beta_4 S_4 + \varepsilon_t \quad (7.3)$$

де

Y_t – прогнозована змінна;

t – номер періода часу;

S_2 – фіктивна змінна, яка дорівнює 1 для 2-го кварталу; у іншому випадку дорівнює 0;

S_3 – фіктивна змінна, яка дорівнює 1 для 3-го кварталу; у іншому випадку дорівнює 0;

S_4 – фіктивна змінна, яка дорівнює 1 для 4-го кварталу; у іншому випадку

дорівнює 0;

ε_t – величина помилки в момент t ;

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ - коефіцієнти регресії.

У рівнянні 7.3 відсутня змінна S_t , яка повинна відповідати 1-му кварталу. Ця змінна враховується біля вільного коефіцієнта β_0 , тому у формулі не показується.

7.2 Приклад виконання завдання

Завдання

Дана таблиця із економічними показниками підприємства за 5 років. Знайти найкращу модель і виконати прогнозування на перше півріччя 2017 року.

Роки	Місяці											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2014	34,29	30,60	40,59	43,52	48,42	56,16	51,44	52,56	50,40	48,47	42,03	42,98
2015	38,25	36,50	44,69	48,15	50,58	53,91	55,71	57,29	53,28	54,86	49,37	47,84
2016	42,30	40,50	51,48	52,79	58,73	58,91	61,83	61,83	55,85	57,11	48,06	47,03

Хід роботи

Розрахунок за адитивною моделлю

1. Створюємо в Excel таблицю і заносимо в неї фактичні показники із завдання. Частина таблиці наведена на рисунку 7.1. Наступні дії виконуємо відповідно до вищевказаного алгоритму.

2. Визначимо, чи є сезонні коливання. Для цього проаналізуємо дані таблиці, а також створимо графік для *Прибутку* (рис. 7.2). Із таблиці та графіку видно, що період сезонних коливань становить 12 місяців.

3. Знайдемо згладжені рівні динамічного ряду методом центрованих ковзних середніх. Для цього спочатку знайдемо ковзне середнє за перші 12 місяців, тобто один період сезонних змін. Для центрування ковзного середнього потрібно результат розмістити посередині взятого інтервалу, тобто у точці $(t+1)/2$. Таким чином, якщо інтервал містить непарну кількість точок, центральна точка розраховується просто. Наприклад, якби у нас був інтервал із 5 точок, то результат мали б розташувати у $(5+1)/2=3$ точці.

Дещо складніше, якщо інтервал має парну кількість точок. Наприклад, для 12 місяців: $(12+1)/2=6,5$. Це означає, що результат потрібно розташувати між 6 і 7 точками, що в Excel ми не можемо зробити. Тому тут центрування виконується у два етапи:

Лабораторна робота № 7

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Рік	Місяць	№ періоду часу, t	Прибуток, тис.грн, Y_t	Ковзне середнє	Центрована змінна середня, T_t	Оцінка сезонної компоненти, $Y_t - T_t = S_t + E_t$	Скоригована медіана, S	Десезоналізовані дані, $Y - S = T + E$	Тренд, T	Нерегулярність (залишок) $ E = Y - S - T$	E^2	Прогноз, $\hat{Y} = T + S$
2	2014	1	1	34,29									
3		2	2	30,6									
4		3	3	40,59									
5		4	4	43,52									
6		5	5	48,42									
7		6	6	56,16									
8		7	7	51,44									
9		8	8	52,56									
10		9	9	50,4									
11		10	10	48,47									
12		11	11	42,03									
13		12	12	42,98									
14	2015	1	13	38,25									
15		2	14	36,5									
16		3	15	44,69									
17		4	16	48,15									
18		5	17	50,58									
19		6	18	53,91									
20		7	19	55,71									
21		8	20	57,29									
22		9	21	53,28									
23		10	22	54,86									
24		11	23	49,37									
25		12	24	47,84									
26	2016	1	25	42,3									
27		2	26	40,5									

Рисунок 7.1 – Таблиця для розрахунку за адитивною моделлю

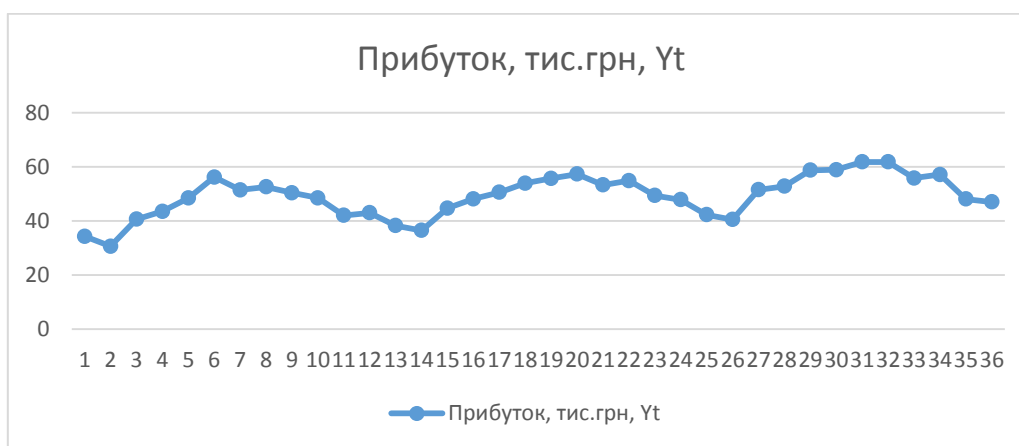


Рисунок 7.2 – Графік даних Прибутку

- Розраховується ковзне середнє за перші 12 місяців і результат розташовується у 6 точці. Далі розраховується ковзне середнє із здвигом на 1 точку (тобто по інтервалу від 2 по 13 місяць) і результат

розташовується у 7 точці.

- Центрованим значенням буде середнє першого (6 точка) і другого (7 точка) значень ковзного середнього.

Тому згідно рисунку 7.1, у комірці E7 розраховуємо перше ковзне середнє: $=CPЗНАЧ(D2:D13)$ і далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки E31.

Потім у комірці F7 centruємо значення по першим двом значенням ковзного середнього: $=CPЗНАЧ(E7:E8)$ і далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки E30 (рис. 7.3).

	A	B	C	D	E	F
	Рік	Місяць	№ періоду часу, t	Прибуток, тис.грн, Y_t	Ковзне середнє	Центрована змінна середня, T_t
1						
2	2014	1	1	34,29		
3		2	2	30,6		
4		3	3	40,59		
5		4	4	43,52		
6		5	5	48,42		
7		6	6	56,16	$=CPЗНАЧ(D2:D13)$	$=CPЗНАЧ(E7:E8)$
8		7	7	51,44	$=CPЗНАЧ(D3:D14)$	$=CPЗНАЧ(E8:E9)$
9		8	8	52,56	$=CPЗНАЧ(D4:D15)$	$=CPЗНАЧ(E9:E10)$
10		9	9	50,4	$=CPЗНАЧ(D5:D16)$	$=CPЗНАЧ(E10:E11)$
11		10	10	48,47	$=CPЗНАЧ(D6:D17)$	$=CPЗНАЧ(E11:E12)$
12		11	11	42,03	$=CPЗНАЧ(D7:D18)$	$=CPЗНАЧ(E12:E13)$
13		12	12	42,98	$=CPЗНАЧ(D8:D19)$	$=CPЗНАЧ(E13:E14)$
14	2015	1	13	38,25	$=CPЗНАЧ(D9:D20)$	$=CPЗНАЧ(E14:E15)$
15		2	14	36,5	$=CPЗНАЧ(D10:D21)$	$=CPЗНАЧ(E15:E16)$
16		3	15	44,69	$=CPЗНАЧ(D11:D22)$	$=CPЗНАЧ(E16:E17)$
17		4	16	48,15	$=CPЗНАЧ(D12:D23)$	$=CPЗНАЧ(E17:E18)$
18		5	17	50,58	$=CPЗНАЧ(D13:D24)$	$=CPЗНАЧ(E18:E19)$
19		6	18	53,91	$=CPЗНАЧ(D14:D25)$	$=CPЗНАЧ(E19:E20)$
20		7	19	55,71	$=CPЗНАЧ(D15:D26)$	$=CPЗНАЧ(E20:E21)$
21		8	20	57,29	$=CPЗНАЧ(D16:D27)$	$=CPЗНАЧ(E21:E22)$
22		9	21	53,28	$=CPЗНАЧ(D17:D28)$	$=CPЗНАЧ(E22:E23)$
23		10	22	54,86	$=CPЗНАЧ(D18:D29)$	$=CPЗНАЧ(E23:E24)$
24		11	23	49,37	$=CPЗНАЧ(D19:D30)$	$=CPЗНАЧ(E24:E25)$
25		12	24	47,84	$=CPЗНАЧ(D20:D31)$	$=CPЗНАЧ(E25:E26)$
26	2016	1	25	42,3	$=CPЗНАЧ(D21:D32)$	$=CPЗНАЧ(E26:E27)$
27		2	26	40,5	$=CPЗНАЧ(D22:D33)$	$=CPЗНАЧ(E27:E28)$
28		3	27	51,48	$=CPЗНАЧ(D23:D34)$	$=CPЗНАЧ(E28:E29)$
29		4	28	52,79	$=CPЗНАЧ(D24:D35)$	$=CPЗНАЧ(E29:E30)$
30		5	29	58,73	$=CPЗНАЧ(D25:D36)$	$=CPЗНАЧ(E30:E31)$
31		6	30	58,91	$=CPЗНАЧ(D26:D37)$	
32		7	31	61,83		

Рисунок 7.3 – Розрахунок центрованих ковзних середніх

4. Знайдемо первинну оцінку сезонної компоненти. Для адитивної моделі скористаємося формулою $Y-T=S+E$. У даному випадку T являє собою тренд, обчислений методом центрованих ковзних середніх. Тому у комірку G7 вводимо формулу: $=D7-F7$. Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки G30.

Дані у стовпчику G являють собою сезонну компоненту S разом із нерегулярною компонентою E. Їх необхідно відокремити одну від одної. Щоб знайти S спочатку створимо окремо табличку, де згрупуємо дані первинної оцінки по місяцям і рокам (стовпчики O-Q на рисунку 7.4).

	O	P	Q	R	S
	2014	2015	2016	Медіана, S+E	Скоригована медіана, S
1					
2	0	-8,9663	-10,321	-8,96625	-8,50625
3	0	-11,033	-12,417	-11,0333	-10,573333
4	0	-3,2296	-1,6379	-1,63792	-1,1779167
5	0	-0,3417	-0,3671	-0,34167	0,1183333
6	0	1,58	5,66125	1,58	2,04
7	10,8733	4,53875	0	4,53875	4,99875
8	5,7425	6,00333	0	5,7425	6,2025
9	6,44583	7,13375	0	6,445833	6,9058333
10	3,92208	2,6475	0	2,6475	3,1075
11	1,70917	3,69458	0	1,709167	2,1691667
12	-4,7271	-2,3433	0	-2,34333	-1,8833333
13	-3,8613	-4,3367	0	-3,86125	-3,40125
14			Сума	-5,52	0

Рисунок 7.4 – Розрахунок сезонного індекса S (скоригованої медіани)

Далі для кожного місяця необхідно знайти або середнє по рокам або медіану. Медіану використовувати краще, тому що у цьому випадку виключається вплив дуже великих чи дуже маленьких місячних даних. Медіану в Ексел розрахуємо у стовпчику R за допомогою функції МЕДИАНА(), як це показано на рисунку 7.5.

	O	P	Q	R	S
				Медіана, S+E	Скоригована медіана, S
1	=A2	=A14	=A26		
2	=G2	=G14	=G26	=МЕДИАНА(O2:Q2)	=R2+ABS(SR514)/12
3	=G3	=G15	=G27	=МЕДИАНА(O3:Q3)	=R3+ABS(SR514)/12
4	=G4	=G16	=G28	=МЕДИАНА(O4:Q4)	=R4+ABS(SR514)/12
5	=G5	=G17	=G29	=МЕДИАНА(O5:Q5)	=R5+ABS(SR514)/12
6	=G6	=G18	=G30	=МЕДИАНА(O6:Q6)	=R6+ABS(SR514)/12
7	=G7	=G19	=G31	=МЕДИАНА(O7:Q7)	=R7+ABS(SR514)/12
8	=G8	=G20	=G32	=МЕДИАНА(O8:Q8)	=R8+ABS(SR514)/12
9	=G9	=G21	=G33	=МЕДИАНА(O9:Q9)	=R9+ABS(SR514)/12
10	=G10	=G22	=G34	=МЕДИАНА(O10:Q10)	=R10+ABS(SR514)/12
11	=G11	=G23	=G35	=МЕДИАНА(O11:Q11)	=R11+ABS(SR514)/12
12	=G12	=G24	=G36	=МЕДИАНА(O12:Q12)	=R12+ABS(SR514)/12
13	=G13	=G25	=G37	=МЕДИАНА(O13:Q13)	=R13+ABS(SR514)/12
14			Сума	=СУММ(R2:R13)	=СУММ(S2:S13)

Рисунок 7.5 – Формули розрахунку сезонного індекса S (скоригованої медіани)

Ці розрахунки ще містять невизначену компоненту E , для її вилучення згадаємо характеристику сезонної компоненти для адитивної моделі: сума сезонних індексів повинна дорівнювати 0. На рисунку 7.4 ця сума дорівнює $-5,52$, тому щоб привести її до 0 логічно до щомісячних значень медіани додати $1/12$ від суми. Тож у стовпчику S пишемо формули розрахунку скоригованої медіани, які наведені на рисунку 7.5. Таким чином, у стовпчику S отримуємо сезонні індекси для кожного місяця.

5. Виконаємо десезоналізацію даних. Для цього спочатку у стовпчику H розташуємо місячні сезонні індекси, повторивши їх для кожного року (рис. 7.6). Тут краще скористатися не копіюванням значень, а внесенням посилань на комірки, наприклад, у комірку $H2$ внести: $=S2/12$ і так далі. Далі у стовпчику I обчислимо десезоналізовані дані, скориставшись формулою адитивної моделі $Y-S=T+E$: у комірку $I2$ вводимо формулу $=D2-H2$ і виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки $I37$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
	Рік	Місяць	№ періоду часу	Прибуток, тис.грн, Y_t	Ковзне середнє	Центрована змінна середня, T_t	Оцінка сезонної компоненти, $Y_t - T_t = S_t + E_t$	Скоригована медіана, S	Десезоналізовані дані, $Y - S = T + E$	Тренд, T	Нерегулярність (залишок) $ E = Y - S - T$	E^2	Прогноз, $\hat{Y} = T + S$
1													
2	2014	1	1	34,29				-8,50625	42,7963	43,4074	0,61115	0,3735	34,9012
3		2	2	30,6				-10,5733	41,1733	43,7338	2,560467	6,55599	33,1605
4		3	3	40,59				-1,17792	41,7679	44,0602	2,292283	5,25456	42,8823
5		4	4	43,52				0,11833	43,4017	44,3866	0,984933	0,97009	44,5049
6		5	5	48,42				2,04	46,38	44,713	1,667	2,77889	46,753
7		6	6	56,16	45,12167	45,2867	10,8733	4,99875	51,1613	45,0394	6,12185	37,477	50,0382
8		7	7	51,44	45,45167	45,6975	5,7425	6,2025	45,2375	45,3658	0,1283	0,01646	51,5683
9		8	8	52,56	45,94333	46,1142	6,44583	6,90583	45,6542	45,6922	0,038033	0,00145	52,598
10		9	9	50,4	46,285	46,4779	3,92208	3,1075	47,2925	46,0186	1,2739	1,62282	49,1261
11		10	10	48,47	46,67083	46,7608	1,70917	2,16917	46,3008	46,345	0,044167	0,00195	48,5142
12		11	11	42,03	46,85083	46,7571	-4,7271	-1,88333	43,9133	46,6714	2,758067	7,60693	44,7881
13		12	12	42,98	46,66333	46,8413	-3,8613	-3,40125	46,3813	46,9978	0,61655	0,38013	43,5966
14	2015	1	13	38,25	47,01917	47,2163	-8,9663	-8,50625	46,7563	47,3242	0,56795	0,32257	38,818
15		2	14	36,5	47,41333	47,5333	-11,033	-10,5733	47,0733	47,6506	0,577267	0,33324	37,0773
16		3	15	44,69	47,65333	47,9196	-3,2296	-1,17792	45,8679	47,977	2,109083	4,44823	46,7991
17		4	16	48,15	48,18583	48,4917	-0,3417	0,11833	48,0317	48,3034	0,271733	0,07384	48,4217
18		5	17	50,58	48,7975	49	1,58	2,04	48,54	48,6298	0,0898	0,00806	50,6698
19		6	18	53,91	49,2025	49,3713	4,53875	4,99875	48,9113	48,9562	0,04495	0,00202	53,955
20		7	19	55,71	49,54	49,7067	6,00333	6,2025	49,5075	49,2826	0,2249	0,05058	55,4851
21		8	20	57,29	49,87333	50,1563	7,13375	6,90583	50,3842	49,609	0,775167	0,60088	56,5148
22		9	21	53,28	50,43917	50,6325	2,6475	3,1075	50,1725	49,9354	0,2371	0,05622	53,0429
23		10	22	54,86	50,82583	51,1654	3,69458	2,16917	52,6908	50,2618	2,429033	5,9002	52,431
24		11	23	49,37	51,505	51,7133	-2,3433	-1,88333	51,2533	50,5882	0,665133	0,4424	48,7049
25		12	24	47,84	51,92167	52,1767	-4,3367	-3,40125	51,2413	50,9146	0,32665	0,1067	47,5134

Рисунок 7.6 – Фрагмент таблиці із розрахунками адитивної моделі

6. На основі десезоналізованих даних у стовпчику I знаходимо тренд: будуємо графік і додаємо у нього лінію тренда. Також на графіку включаємо показ рівняння тренда (рис. 7.7). Далі на основі отриманої формули тренда розраховуємо тренд у стовпчику J . Формули розрахунків наведені на рисунку 7.8.

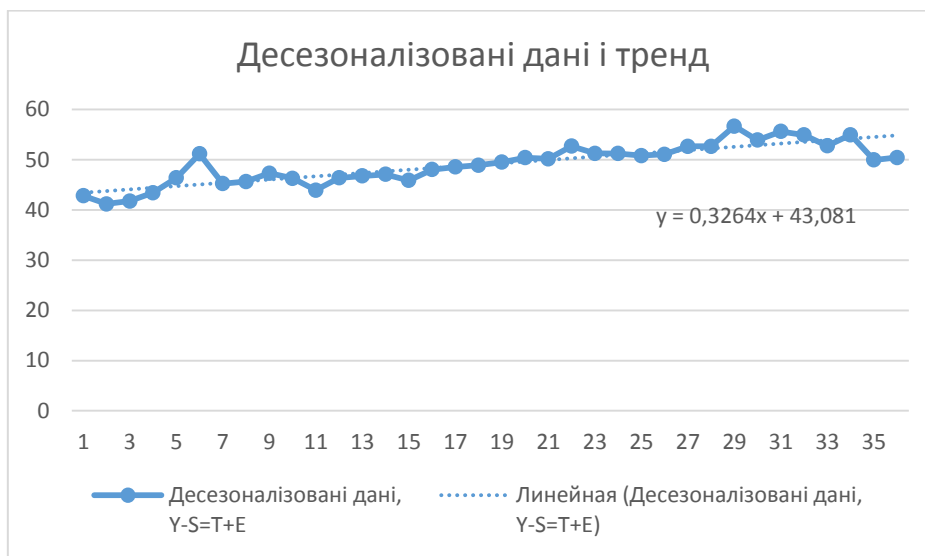


Рисунок 7.7 – Графік десезоналізованих даних з трендом

	H	I	J	K	L	M
	Скоригована медіана, S	Десезоналізовані дані, Y-S=T+E	Тренд, T	Нерегулярність (залишок) E =Y-S-T	E ²	Прогноз, Ŷ=T+S
1						
2	=S\$2	=D2-H2	=0,3264*C2+43,081	=ABS(D2-H2-J2)	=K2^2	=J2+H2
3	=S\$3	=D3-H3	=0,3264*C3+43,081	=ABS(D3-H3-J3)	=K3^2	=J3+H3
4	=S\$4	=D4-H4	=0,3264*C4+43,081	=ABS(D4-H4-J4)	=K4^2	=J4+H4
5	=S\$5	=D5-H5	=0,3264*C5+43,081	=ABS(D5-H5-J5)	=K5^2	=J5+H5
6	=S\$6	=D6-H6	=0,3264*C6+43,081	=ABS(D6-H6-J6)	=K6^2	=J6+H6
7	=S\$7	=D7-H7	=0,3264*C7+43,081	=ABS(D7-H7-J7)	=K7^2	=J7+H7
8	=S\$8	=D8-H8	=0,3264*C8+43,081	=ABS(D8-H8-J8)	=K8^2	=J8+H8
9	=S\$9	=D9-H9	=0,3264*C9+43,081	=ABS(D9-H9-J9)	=K9^2	=J9+H9
10	=S\$10	=D10-H10	=0,3264*C10+43,08	=ABS(D10-H10-J10)	=K10^2	=J10+H10
11	=S\$11	=D11-H11	=0,3264*C11+43,08	=ABS(D11-H11-J11)	=K11^2	=J11+H11
12	=S\$12	=D12-H12	=0,3264*C12+43,08	=ABS(D12-H12-J12)	=K12^2	=J12+H12
13	=S\$13	=D13-H13	=0,3264*C13+43,08	=ABS(D13-H13-J13)	=K13^2	=J13+H13
14	=S\$2	=D14-H14	=0,3264*C14+43,08	=ABS(D14-H14-J14)	=K14^2	=J14+H14
15	=S\$3	=D15-H15	=0,3264*C15+43,08	=ABS(D15-H15-J15)	=K15^2	=J15+H15
16	=S\$4	=D16-H16	=0,3264*C16+43,08	=ABS(D16-H16-J16)	=K16^2	=J16+H16
17	=S\$5	=D17-H17	=0,3264*C17+43,08	=ABS(D17-H17-J17)	=K17^2	=J17+H17
18	=S\$6	=D18-H18	=0,3264*C18+43,08	=ABS(D18-H18-J18)	=K18^2	=J18+H18
19	=S\$7	=D19-H19	=0,3264*C19+43,08	=ABS(D19-H19-J19)	=K19^2	=J19+H19
20	=S\$8	=D20-H20	=0,3264*C20+43,08	=ABS(D20-H20-J20)	=K20^2	=J20+H20
21	=S\$9	=D21-H21	=0,3264*C21+43,08	=ABS(D21-H21-J21)	=K21^2	=J21+H21
22	=S\$10	=D22-H22	=0,3264*C22+43,08	=ABS(D22-H22-J22)	=K22^2	=J22+H22
23	=S\$11	=D23-H23	=0,3264*C23+43,08	=ABS(D23-H23-J23)	=K23^2	=J23+H23
24	=S\$12	=D24-H24	=0,3264*C24+43,08	=ABS(D24-H24-J24)	=K24^2	=J24+H24
25	=S\$13	=D25-H25	=0,3264*C25+43,08	=ABS(D25-H25-J25)	=K25^2	=J25+H25

Рисунок 7.8 – Формули для розрахунку параметрів адитивної моделі

7. У стовпчику K розраховуємо помилки (нерегулярну компоненту E) - різницю між десезоналізованими і трендовими значеннями. Щоб далі перейти до розрахунку середнього абсолютного відхилення (MAD) і середньоквадратичної помилки (MSE), у стовпчику K беремо модуль від

розрахунку E (рис.7.8). Також у стовпчику L розраховуємо E^2 .

8. Щоб надалі порівнювати адитивну модель з іншими, у комірках розраховуємо середнє абсолютне відхилення (MAD) і середньоквадратичну помилку (MSE), як це показано на рисунку 7.9.

9. Нарешті, у стовпчику M розраховуємо прогноз за адитивною моделлю відповідно формули $\hat{Y}=T+S$.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
25		12	24	47,84	51,92167	52,1767	-4,3367	-3,40125	51,2413	50,9146	0,32665	0,1067	47,5134
26	2016	1	25	42,3	52,43167	52,6208	-10,321	-8,50625	50,8063	51,241	0,43475	0,18901	42,7348
27		2	26	40,5	52,81	52,9171	-12,417	-10,5733	51,0733	51,5674	0,494067	0,2441	40,9941
28		3	27	51,48	53,02417	53,1179	-1,6379	-1,17792	52,6579	51,8938	0,764117	0,58387	50,7159
29		4	28	52,79	53,21167	53,1571	-0,3671	0,11833	52,6717	52,2202	0,451467	0,20382	52,3385
30		5	29	58,73	53,1025	53,0688	5,66125	2,04	56,69	52,5466	4,1434	17,1678	54,5866
31		6	30	58,91	53,035			4,99875	53,9113	52,873	1,03825	1,07796	57,8718
32		7	31	61,83				6,2025	55,6275	53,1994	2,4281	5,89567	59,4019
33		8	32	61,83				6,90583	54,9242	53,5258	1,398367	1,95543	60,4316
34		9	33	55,85				3,1075	52,7425	53,8522	1,1097	1,23143	56,9597
35		10	34	57,11				2,16917	54,9408	54,1786	0,762233	0,581	56,3478
36		11	35	48,06				-1,88333	49,9433	54,505	4,561667	20,8088	52,6217
37		12	36	47,03				-3,40125	50,4313	54,8314	4,40015	19,3613	51,4302
38											MAD	MSE	
39											1,37227	4,01903	

Рисунок 7.9 – Кінцевий фрагмент таблиці із розрахунками адитивної моделі

Розрахунок за мультипликативною моделлю

1. Розрахунки мультипликативної моделі дуже схожі. Якщо в адитивній моделі скрізь писали формули з відносними аргументами, то щоб перейти до мультипликативної моделі досить внести тільки деякі корективи. Тому у першу чергу створюємо копію аркуша з адитивною моделлю і назвемо цю копію, наприклад, "мультипликативна".

2. У стовпчику G рнайдемо первинну оцінку сезонної компоненти. Для мультипликативної моделі скористаємося формулою $Y/T=S \cdot E$, тому у комірку G7 вводимо формулу: $=D7/F7$. Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки G30.

3. Внесемо поправки в розрахунок щомісячного сезонного індекса (скоригованої медіани). Згадаємо, що в мультипликативній моделі сума всіх сезонних індексів повинна дорівнювати кількості значень часового ряду, які були взяті для розрахунку періода коливань. У нашому випадку це повинно бути 12, у той час як сума простих медіан складає 11,7841 (рис 7.10). Щоб привести суму до 12, необхідно знайти потрібний множник. Множник повинен бути >1 , якщо сума медіан <12 , і <1 якщо сума медіан >12 . У нашому випадку множник знаходимо за формулою: $12/\text{сума медіан}$. Формули для розрахунку скоригованої медіани наведені на рисунку 7.11.

	O	P	Q	R	S
	2014	2015	2016	Медіана, S*E	Скоригована медіана, S
1					
2	0	0,8101	0,80386	0,80386	0,81859
3	0	0,76788	0,76535	0,76535	0,77937
4	0	0,9326	0,96916	0,9326	0,94969
5	0	0,99295	0,99309	0,99295	1,01114
6	0	1,03224	1,10668	1,03224	1,05115
7	1,2401	1,09193	0	1,09193	1,11193
8	1,12566	1,12078	0	1,12078	1,14131
9	1,13978	1,14223	0	1,13978	1,16066
10	1,08439	1,05229	0	1,05229	1,07157
11	1,03655	1,07221	0	1,03655	1,05554
12	0,8989	0,95469	0	0,8989	0,91537
13	0,91757	0,91688	0	0,91688	0,93368
14			Сума	11,7841	12

Рисунок 7.10 – Розрахунок сезонного індекса S (скоригованої медіани) мультипликативної моделі

	O	P	Q	R	S
				Медіана, S*E	Скоригована медіана, S
1	=A2	=A14	=A26		
2	=G2	=G14	=G26	=МЕДИАНА(O2:Q2)	=R2*(12/SR\$14)
3	=G3	=G15	=G27	=МЕДИАНА(O3:Q3)	=R3*(12/SR\$14)
4	=G4	=G16	=G28	=МЕДИАНА(O4:Q4)	=R4*(12/SR\$14)
5	=G5	=G17	=G29	=МЕДИАНА(O5:Q5)	=R5*(12/SR\$14)
6	=G6	=G18	=G30	=МЕДИАНА(O6:Q6)	=R6*(12/SR\$14)
7	=G7	=G19	=G31	=МЕДИАНА(O7:Q7)	=R7*(12/SR\$14)
8	=G8	=G20	=G32	=МЕДИАНА(O8:Q8)	=R8*(12/SR\$14)
9	=G9	=G21	=G33	=МЕДИАНА(O9:Q9)	=R9*(12/SR\$14)
10	=G10	=G22	=G34	=МЕДИАНА(O10:Q10)	=R10*(12/SR\$14)
11	=G11	=G23	=G35	=МЕДИАНА(O11:Q11)	=R11*(12/SR\$14)
12	=G12	=G24	=G36	=МЕДИАНА(O12:Q12)	=R12*(12/SR\$14)
13	=G13	=G25	=G37	=МЕДИАНА(O13:Q13)	=R13*(12/SR\$14)
14			Сума	=СУММ(R2:R13)	=СУММ(S2:S13)

Рисунок 7.11 – Формули для розрахунку сезонного індекса S (скоригованої медіани) мультипликативної моделі

4. Далі у стовпчику I обчислимо десеоналізовані дані, скориставшись формулою мультипликативної моделі $Y/S=T*E$: у комірку I2 вводимо формулу $=D2/H2$ і виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки I37 (рис. 7.12).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
	Рік	Місяць	№ період у часу	Прибуток, тис. грн, Y_t	Ковзне середнє	Центрована змінна середня, T_t	Оцінка сезонної компоненти, $Y_t T_t = S_t * E_t$	Скоригована медіана, S	Десезоналізовані дані, $Y/S = T * E$	Тренд, T	Нерегулярність (залишок) $E = Y / (S * T)$	E^2	Прогноз, $\hat{Y} = T * S$
1													
2	2014	1	1	34,29				=SSS2	=D2/H2	=0,3354*C2+42,798	=D2/(H2*J2)	=K2^2	=J2*H2
3		2	2	30,6				=SSS3	=D3/H3	=0,3354*C3+42,798	=D3/(H3*J3)	=K3^2	=J3*H3
4		3	3	40,59				=SSS4	=D4/H4	=0,3354*C4+42,798	=D4/(H4*J4)	=K4^2	=J4*H4
5		4	4	43,52				=SSS5	=D5/H5	=0,3354*C5+42,798	=D5/(H5*J5)	=K5^2	=J5*H5
6		5	5	48,42				=SSS6	=D6/H6	=0,3354*C6+42,798	=D6/(H6*J6)	=K6^2	=J6*H6
7		6	6	56,16	=CPЗНАЧ(D2:D13)	=CPЗНАЧ(E7:E8)	=D7/F7	=SSS7	=D7/H7	=0,3354*C7+42,798	=D7/(H7*J7)	=K7^2	=J7*H7
8		7	7	51,44	=CPЗНАЧ(D3:D14)	=CPЗНАЧ(E8:E9)	=D8/F8	=SSS8	=D8/H8	=0,3354*C8+42,798	=D8/(H8*J8)	=K8^2	=J8*H8
9		8	8	52,56	=CPЗНАЧ(D4:D15)	=CPЗНАЧ(E9:E10)	=D9/F9	=SSS9	=D9/H9	=0,3354*C9+42,798	=D9/(H9*J9)	=K9^2	=J9*H9
10		9	9	50,4	=CPЗНАЧ(D5:D16)	=CPЗНАЧ(E10:E11)	=D10/F10	=SSS10	=D10/H10	=0,3354*C10+42,798	=D10/(H10*J10)	=K10^2	=J10*H10
11		10	10	48,47	=CPЗНАЧ(D6:D17)	=CPЗНАЧ(E11:E12)	=D11/F11	=SSS11	=D11/H11	=0,3354*C11+42,798	=D11/(H11*J11)	=K11^2	=J11*H11
12		11	11	42,03	=CPЗНАЧ(D7:D18)	=CPЗНАЧ(E12:E13)	=D12/F12	=SSS12	=D12/H12	=0,3354*C12+42,798	=D12/(H12*J12)	=K12^2	=J12*H12
13		12	12	42,98	=CPЗНАЧ(D8:D19)	=CPЗНАЧ(E13:E14)	=D13/F13	=SSS13	=D13/H13	=0,3354*C13+42,798	=D13/(H13*J13)	=K13^2	=J13*H13
14	2015	1	13	38,25	=CPЗНАЧ(D9:D20)	=CPЗНАЧ(E14:E15)	=D14/F14	=SSS2	=D14/H14	=0,3354*C14+42,798	=D14/(H14*J14)	=K14^2	=J14*H14
15		2	14	36,5	=CPЗНАЧ(D10:D21)	=CPЗНАЧ(E15:E16)	=D15/F15	=SSS3	=D15/H15	=0,3354*C15+42,798	=D15/(H15*J15)	=K15^2	=J15*H15
16		3	15	44,69	=CPЗНАЧ(D11:D22)	=CPЗНАЧ(E16:E17)	=D16/F16	=SSS4	=D16/H16	=0,3354*C16+42,798	=D16/(H16*J16)	=K16^2	=J16*H16
17		4	16	48,15	=CPЗНАЧ(D12:D23)	=CPЗНАЧ(E17:E18)	=D17/F17	=SSS5	=D17/H17	=0,3354*C17+42,798	=D17/(H17*J17)	=K17^2	=J17*H17
18		5	17	50,58	=CPЗНАЧ(D13:D24)	=CPЗНАЧ(E18:E19)	=D18/F18	=SSS6	=D18/H18	=0,3354*C18+42,798	=D18/(H18*J18)	=K18^2	=J18*H18
19		6	18	53,91	=CPЗНАЧ(D14:D25)	=CPЗНАЧ(E19:E20)	=D19/F19	=SSS7	=D19/H19	=0,3354*C19+42,798	=D19/(H19*J19)	=K19^2	=J19*H19
20		7	19	55,71	=CPЗНАЧ(D15:D26)	=CPЗНАЧ(E20:E21)	=D20/F20	=SSS8	=D20/H20	=0,3354*C20+42,798	=D20/(H20*J20)	=K20^2	=J20*H20
21		8	20	57,29	=CPЗНАЧ(D16:D27)	=CPЗНАЧ(E21:E22)	=D21/F21	=SSS9	=D21/H21	=0,3354*C21+42,798	=D21/(H21*J21)	=K21^2	=J21*H21
22		9	21	53,28	=CPЗНАЧ(D17:D28)	=CPЗНАЧ(E22:E23)	=D22/F22	=SSS10	=D22/H22	=0,3354*C22+42,798	=D22/(H22*J22)	=K22^2	=J22*H22
23		10	22	54,86	=CPЗНАЧ(D18:D29)	=CPЗНАЧ(E23:E24)	=D23/F23	=SSS11	=D23/H23	=0,3354*C23+42,798	=D23/(H23*J23)	=K23^2	=J23*H23
24		11	23	49,37	=CPЗНАЧ(D19:D30)	=CPЗНАЧ(E24:E25)	=D24/F24	=SSS12	=D24/H24	=0,3354*C24+42,798	=D24/(H24*J24)	=K24^2	=J24*H24
25		12	24	47,84	=CPЗНАЧ(D20:D31)	=CPЗНАЧ(E25:E26)	=D25/F25	=SSS13	=D25/H25	=0,3354*C25+42,798	=D25/(H25*J25)	=K25^2	=J25*H25

Рисунок 7.12 – Формули для розрахунку параметрів мультипликативної моделі

6. На основі десезоналізованих даних у стовпчику I знаходимо тренд: будуємо графік і додаємо у нього лінію тренда. Також на графіку включуємо показ рівняння тренда (рис. 7.13). Далі на основі отриманої формули тренда розраховуємо тренд у стовпчику J.



Рисунок 7.13 – Графік десезоналізованих даних з трендом для мультипликативної моделі

7. У стовпчику K розраховуємо помилки (нерегулярну компоненту E), скориставшись формулою мультипликативної моделі $E = Y / (S * T)$: у комірку K2 вводимо формулу $=D2/(H2*J2)$ і виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки K37 (рис. 7.12).

8. Нарешті, у стовпчику М розраховуємо прогноз за мультипликативною моделлю відповідно формули $\hat{Y}=T*S$.

Прогноз сезонних даних на основі регресії

1. Для прогнозування сезонних даних на основі регресії спочатку слід ввести 11 фіктивних змінних $S_2 \dots S_{12}$ для відповідних місяців. Змінну S_1 , яка повинна відповідати 1-му місяцю можна проігнорувати. Створюємо новий аркуш в книзі Excel, назвемо його "регресіяСезон" і створимо на ньому таблицю, фрагмент якої показаний на рисунку 7.14. Значення змінних S заповнюємо одиницею у відповідних місяцях.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	
	Рік	Місяць	№ періоду часу	Прибуток, тис.грн, Y_t	t	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	Прогноз, \hat{Y}	$E= Y-\hat{Y} $	E^2	
1																				
2	2014	1	1	34,29	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
3		2	2	30,6	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
4		3	3	40,59	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
5		4	4	43,52	4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
6		5	5	48,42	5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0				
7		6	6	56,16	6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0				
8		7	7	51,44	7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0				
9		8	8	52,56	8	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0				
10		9	9	50,4	9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0				
11		10	10	48,47	10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0				
12		11	11	42,03	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0				
13		12	12	42,98	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
14	2015	1	13	38,25	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
15		2	14	36,5	14	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
16		3	15	44,69	15	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0				
17		4	16	48,15	16	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0				
18		5	17	50,58	17	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0				
19		6	18	53,91	18	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0				
20		7	19	55,71	19	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0				
21		8	20	57,29	20	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0				
22		9	21	53,28	21	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0				
23		10	22	54,86	22	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0				
24		11	23	49,37	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0				
25		12	24	47,84	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1				
26	2016	1	25	42,3	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0				

Рисунок 7.14 – Фрагмент таблиці для розрахунків із фіктивними змінними

2. За допомогою інструмента "Регрессия" із пакета надстроювань Microsoft Excel "Пакет аналіза" виконуємо розрахунок регресії, де задаємо такі параметри: Y – це діапазон D1:D37 (рис. 7.14); X – діапазон E1:P37; включаємо мітки, результат розташовуємо на новому аркуші. Потім цей аркуш із результатами перейменовуємо на "регресія" (рис. 7.15).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Вывод итогов								
2									
3	Регрессионная статистика								
4	Множественный	0,981057194							
5	R-квадрат	0,962473217							
6	Нормированный	0,942894026							
7	Стандартная ошибка	1,840122082							
8	Наблюдения	36							
9									
10	Дисперсионный анализ								
11		df	SS	MS	F	Значимость F			
12	Регрессия	12	1997,415564	166,451297	49,157967	1,76162E-13			
13	Остаток	23	77,87913333	3,386049275					
14	Итого	35	2075,294697						
15									
16		Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95,0%	Верхние 95,0%
17	Y-пересечение	33,99361111	1,137656569	29,88038046	6,613E-20	31,64018919	36,347033	31,64018919	36,34703303
18	t	0,329722222	0,031301112	10,53388198	2,84E-10	0,264970938	0,39447351	0,264970938	0,394473506
19	S2	-2,743055556	1,502779406	-1,825321497	0,0809671	-5,851791611	0,3656805	-5,851791611	0,3656805
20	S3	6,647222222	1,503757036	4,420409724	0,0001974	3,536463786	9,75798066	3,536463786	9,757980658
21	S4	8,884166667	1,505385007	5,901591037	5,138E-06	5,770040515	11,9982928	5,770040515	11,99829282
22	S5	12,97777778	1,507661214	8,607887271	1,194E-08	9,858942933	16,0966126	9,858942933	16,09661262
23	S6	16,39805556	1,510582727	10,8554502	1,589E-10	13,2731771	19,522934	13,2731771	19,52293401
24	S7	16,06833333	1,514145809	10,61214398	2,463E-10	12,93608408	19,2005826	12,93608408	19,20058258
25	S8	16,63861111	1,518345944	10,95837953	1,323E-10	13,49767322	19,779549	13,49767322	19,779549
26	S9	12,25888889	1,523177862	8,048232051	3,868E-08	9,107955412	15,4098224	9,107955412	15,40982237
27	S10	12,2325	1,528635572	8,002234293	4,269E-08	9,070276389	15,3947236	9,070276389	15,39472361
28	S11	4,909444444	1,534712399	3,198934503	0,0039888	1,734649961	8,08423893	1,734649961	8,084238928
29	S12	4,043055556	1,541401018	2,622974494	0,015206	0,854424609	7,2316865	0,854424609	7,231686502

Рисунок 7.15 – Таблица для розрахунків із фіктивними змінними

2. Из результатов расчета регрессии (рис. 7.15) можно составить уравнение регрессии для прогноза. Формула 7.4 подана из округленными коэффициентами:

$$\hat{Y} = 33,99 + 0,33t - 2,72S_2 + 6,65S_3 + 8,88S_4 + 12,98S_5 + 16,4S_6 + 16,07S_7 + 16,64S_8 + 12,26S_9 + 12,23S_{10} + 4,91S_{11} + 4,04S_{12} \quad (7.4)$$

Відповідно формули 7.4 виконаємо розрахунок прогнозу \hat{Y} у стовпчику Q (рис. 7.14). Формули у комірках можна ввести з числовими коефіцієнтами (рис. 7.15) або скористатися посиланнями. Наприклад, у комірці Q2 формула з посиланнями буде виглядати так:

=регресія!\$B\$17+регресія!\$B\$18*регресіяСезон!E2+регресія!\$B\$19*регресіяСезон!F2+регресія!\$B\$20*регресіяСезон!G2+регресія!\$B\$21*регресіяСезон!H2+регресія!\$B\$22*регресіяСезон!I2+регресія!\$B\$23*регресіяСезон!J2+регресія!\$B\$24*регресіяСезон!K2+регресія!\$B\$25*регресіяСезон!L2+регресія!\$B\$26*регресіяСезон!M2+регресія!\$B\$27*регресіяСезон!N2+регресія!\$B\$28*регресіяСезон!O2+регресія!\$B\$29*регресіяСезон!P2

Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки Q37 (рис. 7.16).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	Рік	Місяць	№ періоду часу	Прибуток, тис.грн, Y_t	t	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}	S_{12}	Прогноз, \hat{Y}	$E= Y-\hat{Y} $	E^2
2	2014	1	1	34,29	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	34,3233	0,03333	0,00111
3		2	2	30,6	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	31,91	1,31	1,7161
4		3	3	40,59	3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	41,63	1,04	1,0816
5		4	4	43,52	4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	44,1967	0,67667	0,45788
6		5	5	48,42	5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	48,62	0,2	0,04
7		6	6	56,16	6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	52,37	3,79	14,3641
8		7	7	51,44	7	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	52,37	0,93	0,8649
9		8	8	52,56	8	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	53,27	0,71	0,5041
10		9	9	50,4	9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	49,22	1,18	1,3924
11		10	10	48,47	10	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	49,5233	1,05333	1,10951
12		11	11	42,03	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	42,53	0,5	0,25
13		12	12	42,98	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	41,9933	0,98667	0,97351
14	2015	1	13	38,25	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	38,28	0,03	0,0009
15		2	14	36,5	14	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	35,8667	0,63333	0,40111
16		3	15	44,69	15	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	45,5867	0,89667	0,80401
17		4	16	48,15	16	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	48,1533	0,00333	1,1E-05
18		5	17	50,58	17	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	52,5767	1,99667	3,98668

Рисунок 7.16 – Початковий фрагмент таблиці із розрахунками

3. У стовпчиках R і S вносимо відповідно формули модуля відхилення $E=|Y-\hat{Y}|$ та квадрата відхилення E^2 . Ці дані потрібні для розрахунку MAD і MSE (рис. 7.17).

25		12	24	47,84	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	45,95	1,89	3,5721
26	2016	1	25	42,3	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	42,2367	0,06333	0,00401
27		2	26	40,5	26	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	39,8233	0,67667	0,45788
28		3	27	51,48	27	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	49,5433	1,93667	3,75068
29		4	28	52,79	28	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	52,11	0,68	0,4624
30		5	29	58,73	29	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	56,5333	2,19667	4,82534
31		6	30	58,91	30	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	60,2833	1,37333	1,88604
32		7	31	61,83	31	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	60,2833	1,54667	2,39218
33		8	32	61,83	32	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	61,1833	0,64667	0,41818
34		9	33	55,85	33	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	57,1333	1,28333	1,64694
35		10	34	57,11	34	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	57,4367	0,32667	0,10671
36		11	35	48,06	35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	50,4433	2,38333	5,68028
37		12	36	47,03	36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	49,9067	2,87667	8,27521
38																		MAD	MSE
39																		1,14759	2,16331

Рисунок 7.17 – Кінцевий фрагмент таблиці із розрахунками

Висновки із розрахунків за різними моделями

Зведемо результати оцінок MAD і MSE в одну таблицю (таблиця 7.1), побудуємо графіки для різних моделей (рис. 7.18) і проаналізуємо результати. Як видно по оцінкам, прогноз, побудований на основі моделі мультипликативної сезонності, є більше достовірним.

Таблиця 7.1 – Оцінки MAD і MSE

Модель	MAD	MSE
Адитивна	1,37227	4,01903
Мультипликативна	0,999305	1,001323
Регресія	1,14759	2,16331

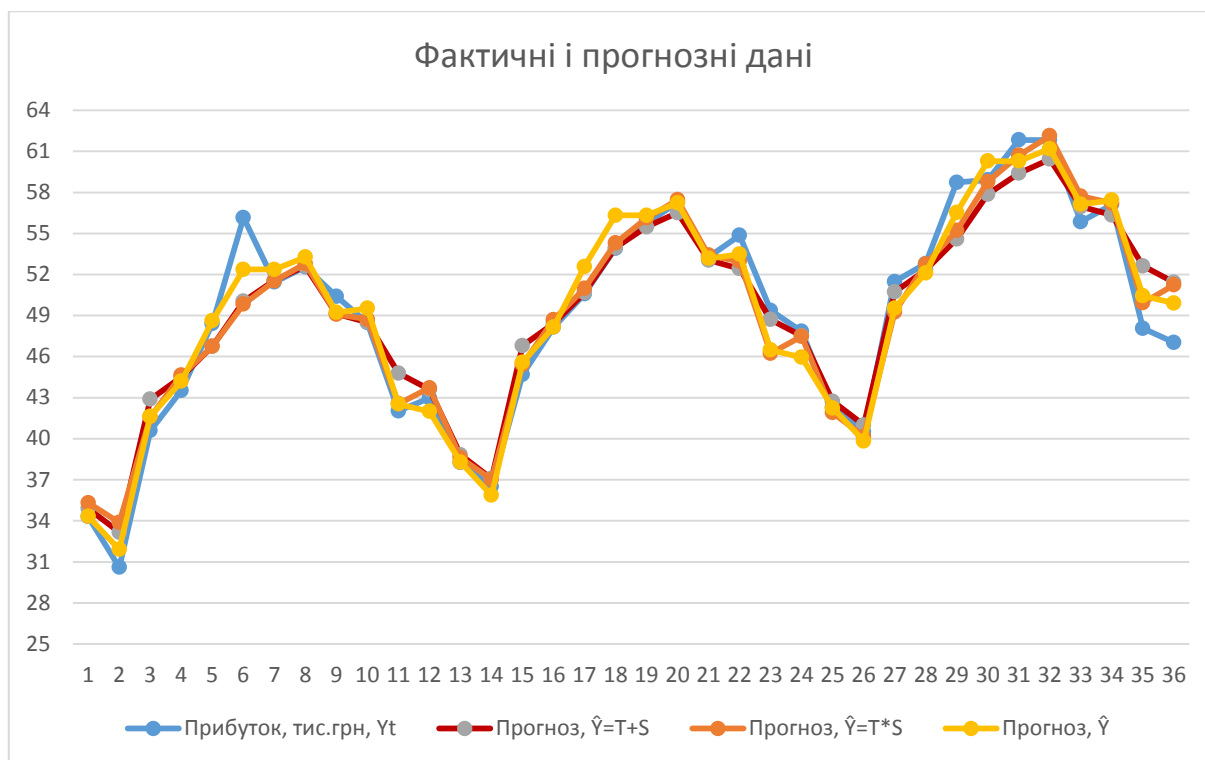


Рисунок 7.18 – Графіки для різних моделей

7.3 Завдання для самостійної роботи

1) Розглянути призначення і приклади використання у Excel функцій *ПРЕДСКАЗ()*, *СТАНДОТКЛОН.В()*.

7.4 Варіанти лабораторних завдань

На захист лабораторної роботи надається файл Excel з розрахунками та роздрукований звіт. Для успішного захисту необхідно вміти робити висновки по отриманим результатам розрахунків.

Звіт з лабораторної роботи **обов'язково** повинен містити:

- ✓ номер, тему і мету роботи;
- ✓ номер варіанта і текст завдання;
- ✓ надруковані результати розрахунків із файла Excel;
- ✓ висновки.

Завдання

Варіант № 1			
Продаж, грн			
Місяць	2014	2015	2016
1	1 160 716	1 693 408	2 727 949
2	1 083 892	1 686 886	2 246 424
3	1 307 516	1 603 751	2 879 082
4	1 101 605	1 651 327	1 934 699
5	998 808	1 763 577	1 866 373
6	1 176 649	2 421 555	1 951 990
7	1 361 669	3 192 833	2 905 977
8	1 533 370	2 512 998	2 276 855
9	1 786 288	3 073 104	2 647 881
10	1 772 433	2 660 181	3 117 254
11	1 747 858	2 641 072	3 230 509
12	3 146 339	5 283 670	6 233 751

Варіант № 2		
Продаж, грн		
2014	2015	2016
1 392 859	2 032 090	3 273 539
1 300 670	2 024 263	2 695 709
1 569 019	1 924 501	3 454 898
1 321 926	1 981 592	2 321 639
1 198 570	2 116 292	2 239 648
1 411 979	2 905 866	2 342 388
1 634 003	3 831 400	3 487 172
1 840 044	3 015 598	2 732 226
2 143 546	3 687 725	3 177 457
2 126 920	3 192 217	3 740 705
2 097 430	3 169 286	3 876 611
3 775 607	6 340 404	7 480 501

Варіант № 3			
Продаж, грн			
Місяць	2014	2015	2016
1	1 810 717	2 641 716	4 255 600
2	1 690 872	2 631 542	3 504 421
3	2 039 725	2 501 852	4 491 368
4	1 718 504	2 576 070	3 018 130
5	1 558 140	2 751 180	2 911 542
6	1 835 572	3 777 626	3 045 104
7	2 124 204	4 980 819	4 533 324
8	2 392 057	3 920 277	3 551 894
9	2 786 609	4 794 042	4 130 694
10	2 764 995	4 149 882	4 862 916
11	2 726 658	4 120 072	5 039 594
12	4 908 289	8 242 525	9 724 652

Варіант № 4		
Продаж, грн		
2014	2015	2016
1 267 502	1 849 202	2 978 920
1 183 610	1 842 080	2 453 095
1 427 807	1 751 296	3 143 958
1 202 953	1 803 249	2 112 691
1 090 698	1 925 826	2 038 079
1 284 901	2 644 338	2 131 573
1 486 943	3 486 574	3 173 327
1 674 440	2 744 194	2 486 326
1 950 626	3 355 830	2 891 486
1 935 497	2 904 918	3 404 041
1 908 661	2 884 051	3 527 716
3 435 802	5 769 768	6 807 256

Варіант № 5			
Продаж, грн			
Місяць	2014	2015	2016
1	1 394 252	2 034 122	3 276 812
2	1 301 971	2 026 287	2 698 405
3	1 570 588	1 926 426	3 458 353
4	1 323 248	1 983 574	2 323 960
5	1 199 768	2 118 409	2 241 887
6	1 413 391	2 908 772	2 344 730
7	1 635 637	3 835 231	3 490 660
8	1 841 884	3 018 613	2 734 958
9	2 145 689	3 691 413	3 180 635
10	2 129 047	3 195 409	3 744 446
11	2 099 527	3 172 456	3 880 487
12	3 779 382	6 346 744	7 487 982

Варіант № 6		
Продаж, грн		
2014	2015	2016
1 254 827	1 830 710	2 949 131
1 171 774	1 823 659	2 428 564
1 413 529	1 733 783	3 112 518
1 190 923	1 785 217	2 091 564
1 079 791	1 906 568	2 017 699
1 272 052	2 617 895	2 110 257
1 472 073	3 451 708	3 141 594
1 657 696	2 716 752	2 461 462
1 931 120	3 322 271	2 862 571
1 916 142	2 875 868	3 370 001
1 889 574	2 855 210	3 492 439
3 401 444	5 712 070	6 739 184

Варіант № 7			
Продаж, грн			
Місяць	2014	2015	2016
1	2 509 654	3 661 419	5 898 262
2	2 343 548	3 647 317	4 857 128
3	2 827 059	3 467 566	6 225 036
4	2 381 846	3 570 433	4 183 129
5	2 159 583	3 813 136	4 035 397
6	2 544 103	5 235 789	4 220 515
7	2 944 146	6 903 416	6 283 187
8	3 315 391	5 433 504	4 922 925
9	3 862 240	6 644 543	5 725 142
10	3 832 284	5 751 737	6 740 002
11	3 779 149	5 710 420	6 984 877
12	6 802 888	11424140	13478367

Варіант № 8		
Продаж, грн		
2014	2015	2016
1 756 758	2 562 993	4 128 784
1 640 484	2 553 122	3 399 990
1 978 941	2 427 296	4 357 525
1 667 292	2 499 303	2 928 190
1 511 708	2 669 195	2 824 778
1 780 872	3 665 053	2 954 360
2 060 902	4 832 391	4 398 231
2 320 774	3 803 453	3 446 047
2 703 568	4 651 180	4 007 600
2 682 599	4 026 216	4 718 001
2 645 404	3 997 294	4 889 414
4 762 022	7 996 898	9 434 857

Варіант № 9			
Продаж, грн			
Місяць	2014	2015	2016
1	1 054 055	1 537 796	2 477 270
2	984 290	1 531 873	2 039 994
3	1 187 365	1 456 378	2 614 515
4	1 000 375	1 499 582	1 756 914
5	907 024	1 601 517	1 694 867
6	1 068 523	2 199 032	1 772 616
7	1 236 541	2 899 435	2 638 939
8	1 392 464	2 282 072	2 067 628
9	1 622 141	2 790 708	2 404 560
10	1 609 559	2 415 730	2 830 801
11	1 587 242	2 398 376	2 933 648
12	2 857 213	4 798 139	5 660 914

Варіант № 10		
Продаж, грн		
2014	2015	2016
1 264 865	1 845 355	2 972 724
1 181 148	1 838 248	2 447 993
1 424 838	1 747 653	3 137 418
1 200 451	1 799 498	2 108 297
1 088 430	1 921 820	2 033 840
1 282 228	2 638 838	2 127 139
1 483 850	3 479 322	3 166 726
1 670 957	2 738 486	2 481 154
1 946 569	3 348 849	2 885 472
1 931 471	2 898 875	3 396 961
1 904 691	2 878 052	3 520 378
3 428 656	5 757 767	6 793 097

Варіант № 11			
Продаж, грн			
Місяць	2014	2015	2016
1	1 693 408	2 727 949	3 180 824
2	1 686 886	2 246 424	2 992 534
3	1 603 751	2 879 082	3 250 249
4	1 651 327	1 934 699	2 882 677
5	1 763 577	1 866 373	2 863 052
6	2 421 555	1 951 990	3 170 198
7	3 192 833	2 905 977	3 806 959
8	2 512 998	2 276 855	3 427 874
9	3 073 104	2 647 881	3 822 557
10	2 660 181	3 117 254	3 836 756
11	2 641 072	3 230 509	3 859 946
12	5 283 670	6 233 751	6 208 053

Варіант № 12		
Продаж, грн		
2014	2015	2016
2 032 090	3 273 539	3 816 989
2 024 263	2 695 709	3 591 040
1 924 501	3 454 898	3 900 299
1 981 592	2 321 639	3 459 212
2 116 292	2 239 648	3 435 663
2 905 866	2 342 388	3 804 237
3 831 400	3 487 172	4 568 351
3 015 598	2 732 226	4 113 449
3 687 725	3 177 457	4 587 069
3 192 217	3 740 705	4 604 107
3 169 286	3 876 611	4 631 935
6 340 404	7 480 501	7 449 664

Варіант № 13			
Продаж, грн			
Місяць	2014	2015	2016
1	2 641 716	4 255 600	4 962 085
2	2 631 542	3 504 421	4 668 353
3	2 501 852	4 491 368	5 070 389
4	2 576 070	3 018 130	4 496 976
5	2 751 180	2 911 542	4 466 362
6	3 777 626	3 045 104	4 945 508
7	4 980 819	4 533 324	5 938 857
8	3 920 277	3 551 894	5 347 484
9	4 794 042	4 130 694	5 963 189
10	4 149 882	4 862 916	5 985 339
11	4 120 072	5 039 594	6 021 516
12	8 242 525	9 724 652	9 684 563

Варіант № 14		
Продаж, грн		
2014	2015	2016
1 849 202	2 978 920	3 473 460
1 842 080	2 453 095	3 267 847
1 751 296	3 143 958	3 549 272
1 803 249	2 112 691	3 147 883
1 925 826	2 038 079	3 126 453
2 644 338	2 131 573	3 461 856
3 486 574	3 173 327	4 157 200
2 744 194	2 486 326	3 743 239
3 355 830	2 891 486	4 174 233
2 904 918	3 404 041	4 189 737
2 884 051	3 527 716	4 215 061
5 769 768	6 807 256	6 779 194

Варіант № 15			
Продаж, грн			
Місяць	2014	2015	2016
1	2 034 122	3 276 812	3 820 806
2	2 026 287	2 698 405	3 594 631
3	1 926 426	3 458 353	3 904 199
4	1 983 574	2 323 960	3 462 671
5	2 118 409	2 241 887	3 439 098
6	2 908 772	2 344 730	3 808 041
7	3 835 231	3 490 660	4 572 920
8	3 018 613	2 734 958	4 117 562
9	3 691 413	3 180 635	4 591 656
10	3 195 409	3 744 446	4 608 711
11	3 172 456	3 880 487	4 636 567
12	6 346 744	7 487 982	7 457 113

Варіант № 16		
Продаж, грн		
2014	2015	2016
1 830 710	2 949 131	3 438 725
1 823 659	2 428 564	3 235 168
1 733 783	3 112 518	3 513 779
1 785 217	2 091 564	3 116 404
1 906 568	2 017 699	3 095 189
2 617 895	2 110 257	3 427 237
3 451 708	3 141 594	4 115 628
2 716 752	2 461 462	3 705 806
3 322 271	2 862 571	4 132 490
2 875 868	3 370 001	4 147 840
2 855 210	3 492 439	4 172 910
5 712 070	6 739 184	6 711 402

Варіант № 17			
Продаж, грн			
Місяць	2014	2015	2016
1	3 661 419	5 898 262	6 877 451
2	3 647 317	4 857 128	6 470 337
3	3 467 566	6 225 036	7 027 560
4	3 570 433	4 183 129	6 232 809
5	3 813 136	4 035 397	6 190 378
6	5 235 789	4 220 515	6 854 475
7	6 903 416	6 283 187	8 231 256
8	5 433 504	4 922 925	7 411 613
9	6 644 543	5 725 142	8 264 981
10	5 751 737	6 740 002	8 295 680
11	5 710 420	6 984 877	8 345 821
12	11424140	13478367	13422804

Варіант № 18		
Продаж, грн		
2014	2015	2016
2 562 993	4 128 784	4 814 216
2 553 122	3 399 990	4 529 236
2 427 296	4 357 525	4 919 291
2 499 303	2 928 190	4 362 966
2 669 195	2 824 778	4 333 264
3 665 053	2 954 360	4 798 132
4 832 391	4 398 231	5 761 879
3 803 453	3 446 047	5 188 129
4 651 180	4 007 600	5 785 487
4 026 216	4 718 001	5 806 976
3 997 294	4 889 414	5 842 075
7 996 898	9 434 857	9 395 963

Варіант № 19			
Продаж, грн			
Місяць	2014	2015	2016
1	1 537 796	2 477 270	2 888 529
2	1 531 873	2 039 994	2 717 541
3	1 456 378	2 614 515	2 951 575
4	1 499 582	1 756 914	2 617 779
5	1 601 517	1 694 867	2 599 958
6	2 199 032	1 772 616	2 878 879
7	2 899 435	2 638 939	3 457 127
8	2 282 072	2 067 628	3 112 877
9	2 790 708	2 404 560	3 471 292
10	2 415 730	2 830 801	3 484 186
11	2 398 376	2 933 648	3 505 244
12	4 798 139	5 660 914	5 637 578

Варіант № 20		
Продаж, грн		
2014	2015	2016
1 845 355	2 972 724	3 466 235
1 838 248	2 447 993	3 261 050
1 747 653	3 137 418	3 541 890
1 799 498	2 108 297	3 141 335
1 921 820	2 033 840	3 119 950
2 638 838	2 127 139	3 454 655
3 479 322	3 166 726	4 148 553
2 738 486	2 481 154	3 735 452
3 348 849	2 885 472	4 165 550
2 898 875	3 396 961	4 181 022
2 878 052	3 520 378	4 206 294
5 757 767	6 793 097	6 765 093

7.5 Питання для самоконтролю

- 1) З яких компонент складається часовий ряд?
- 2) Яка формула адитивної моделі?
- 3) Яка формула мультипликативної моделі?
- 4) В яких одиницях вимірюється сезонний індекс в адитивній і в мультипликативній моделях?
- 5) Якою повинна бути сума сезонних індексів в адитивній і в мультипликативній моделях?
- 6) З яких кроків складається алгоритм прогнозування в адитивній і в мультипликативній моделях?
- 7) Як в регресійній моделі врахувати сезонність?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 8

Тема: Експертні методи прогнозування

Мета: отримати практичні навички із виконання аналізу експертного прогнозування.

8.1 Теоретичні відомості і рекомендації до виконання

8.1.1 Характеристика методів колективної експертної оцінки

Основні функції методу експертної оцінки в соціологічному дослідженні:

а) прогноз тенденцій розвитку різних явищ і процесів соціальної дійсності;

б) оцінка рівня достовірності даних, одержаних з допомогою масових опитувань;

в) атестація колективу (його членів) за рівнем професіоналізму, трудової активності тощо.

Прогностична експертна оцінка може бути застосована щодо будь-яких соціальних явищ, процесів, глобальних і локальних проблем.

Основний інструментарій експертних опитувань – анкета чи бланк-інтерв'ю – розроблені за спеціальною програмою. На відміну від масового опитування, програма прогнозного опитування експертів не так деталізована і має переважно концептуальний характер.

Якщо дослідник не наважується сформулювати прогностичні судження, то в анкету експерта вміщують відкриті запитання, які передбачають повну свободу вибору форми відповіді. В іншому разі формують перелік прогностичних гіпотез.

Процедура опитування експертів може бути очною чи заочною (поштове опитування, телефонне інтерв'ю). Одна з найпростіших форм експертного прогнозу – обмін думками. Він передбачає одночасну присутність всіх експертів за «круглим столом», де і відбувається з'ясування домінуючої позиції зі сформульованого дослідником дискусійного питання. Обговорення проблеми може відбуватися в декілька турів, поки не буде вироблена узгоджена оцінка.

Під час вироблення управлінських рішень за допомогою соціологічних досліджень іноді постає питання щодо достовірності результатів масового опитування, правомірності сформульованих на їх основі висновків. Йдеться про оцінку компетентності висловлених респондентами міркувань. Для цього складають анкету експерта, яка містить в основному закриті запитання, які за структурою ідентичні запитанням, сформульованим в анкеті респондента. Завдання експерта полягає в тому, щоб з урахуванням об'єктивної ситуації і чинників, які цікавлять дослідника, висловити щодо поставлених запитань неупереджені, всебічно виважені міркування.

Також широко використовують і такий *різновид методу експертної оцінки, як атестація*, коли експертами є керівники закладу, колективу чи спеціальна атестаційна комісія. Структура атестаційного листа, що заповнюється експертами колективно, обумовлена системою показників, за якими оцінюють члена колективу чи весь колектив.

Метод експертної оцінки широко використовують у розвідувальних і проблемних дослідженнях для одержання попередніх відомостей про об'єкт, предмет аналізу, для уточнення гіпотез і завдань основного дослідження, для визначення умов експерименту, а також при оцінюванні його ефективності.

а) *метод колективної експертної оцінки* – виявлення об'єктивно узагальненої оцінки експертної групи шляхом обробки індивідуальних, незалежних оцінок, зроблених експертами, що входять до її складу. Обробка проводить не безпосередньо експертами, а виконавцями проекту.

б) *метод експертних комісій* – спільна робота декількох експертів, які формулюють спільну думку в якості кінцевої оцінки. Кінцева думка формулюється експертами самостійно. При цьому немає регламентуючих правил проведення процедури (на відміну від методу колективної генерації ідей).

в) *метод колективної генерації ідей («мозковий штурм»)* – стимуляція творчої діяльності експертів шляхом спільного обговорення конкретної проблеми, регламентованої особливими правилами. Правила:

- 1) не оголошувати хибною та не припиняти обговорення жодної ідеї, що була озвучена по ходу дискусії;
- 2) підхоплювати незвичайну ідею будь-якого роду, навіть, якщо її доречність здається спочатку сумнівною.

г) *метод керованої генерації ідей* – використання цілеспрямованого інтелектуального впливу на групу експертів з боку керівника дискусії, який посилює процес колективної генерації ідей.

д) *метод «Дельфі» (DELPHI)* - виявлення узгодженої оцінки експертів шляхом їх анонімного та автономного опитування. Експерти не збираються разом, а дають відповіді письмово (по пошті або через Інтернет). Це дозволяє усунути ряд недоліків колективних методів:

- 1) дає можливість залучити до обговорення велику кількість експертів, що неможливо за умов очної дискусії;
- 2) залучити експертів, для яких групова дискусія є психологічною проблемою.

Основна робота покладається на координаторів проекту, оскільки вони контролюють експертний процес. Опитування проводиться в декілька турів. Експертам повідомляються результати попереднього туру (відповіді колег) з проханням прокоментувати їх або уточнити.

8.1.2 Державні органи України, що займаються прогнозуванням та плануванням на макроекономічному рівні

Державні органи України, що займаються прогнозуванням та плануванням на макроекономічному рівні є:

- Кабінет міністрів України;
- Верховна Рада України;
- Міністерство економічного розвитку і торгівлі України;
- інші органи державної влади, які уповноважені Кабінетом міністрів України, Верховною Радою України та Міністерством економічного розвитку і торгівлі України.

В Україні макроекономічне планування здійснюється у формі розроблення та реалізації Державної програми економічного і соціального розвитку України (ДПЕСР). Правовою основою державного прогнозування та розроблення програм економічного і соціального розвитку є Конституція України, Закон України «Про державне прогнозування та розроблення програм економічного і соціального розвитку України», інші нормативно-правові акти.

Макроекономічне планування спирається на певні закономірності – принципи. Вони визначають логіку, завдання і характер складання, реалізації та контролю за виконанням програм. Основними принципами, визначеними Законом України «Про державне прогнозування та розроблення програм економічного і соціального розвитку України», є: цілісність, об'єктивність, науковість, гласність, самостійність, рівність, дотримання загальнодержавних інтересів.

Принцип цілісності забезпечується розробленням взаємоузгоджених прогнозних і програмних документів економічного і соціального розвитку, окремих галузей економіки та окремих адміністративно-територіальних одиниць на коротко- та середньостроковий періоди.

Сутність принципу об'єктивності полягає в тому, що прогнозні та програмні документи розробляються на основі даних органів державної статистики, уповноваженого центрального органу виконавчої влади з питань економічної політики, інших центральних і місцевих органів виконавчої влади, органів місцевого самоврядування, а також звітних даних з офіційних видань Національного банку.

Принцип науковості забезпечується розробленням прогнозних і програмних документів на науковій основі, постійним удосконаленням методології та використанням світового досвіду в галузі прогнозування та розроблення програм економічного і соціального розвитку.

Сутність принципу гласності полягає в тому, що прогнозні та програмні документи є доступними для громадськості. Інформування про цілі, пріоритети та показники цих документів забезпечує суб'єктів економічної діяльності необхідними орієнтирами для планування власної діяльності.

Сутністю принципу самостійності є те, що місцеві органи виконавчої

влади та органи місцевого самоврядування в межах своїх повноважень відповідають за розроблення, затвердження та виконання прогнозних і програмних документів економічного і соціального розвитку відповідних адміністративно-територіальних одиниць. Прогнозування та розроблення програм забезпечує координацію діяльності органів виконавчої влади та органів місцевого самоврядування.

Принцип рівності полягає у дотриманні прав і врахуванні інтересів місцевого самоврядування та суб'єктів господарювання всіх форм власності.

Сутністю принципу дотримання загальнодержавних інтересів є те, що органи виконавчої влади та місцевого самоврядування повинні здійснювати розроблення прогнозних і програмних документів виходячи з необхідності забезпечення реалізації загальнодержавної соціально-економічної політики та економічної безпеки держави.

ДПЕСР України розробляється щороку на короткостроковий період взаємоузгоджений з проектом державного бюджету України на відповідний рік. У програмі конкретизуються заходи, передбачені в програмі діяльності Кабінету Міністрів, та завдання, визначені у щорічному посланні Президента України до Верховної Ради про внутрішнє та зовнішнє становище України. Проект державної програми на наступний рік подається до Верховної Ради одночасно з проектом державного бюджету. Після затвердження парламентом Програма публікується в офіційних виданнях Верховної Ради та газеті «Урядовий кур'єр». У ДПЕСР України мають бути відображені:

- аналіз соціально-економічного розвитку країни за минулий та поточний роки і характеристика головних проблем розвитку економіки та соціальної сфери;
- вплив очікуваних змін зовнішньополітичної та зовнішньоекономічної ситуації на економіку країни;
- цілі та пріоритети економічного і соціального розвитку в наступному році;
- система заходів щодо реалізації державної політики з визначенням термінів виконання та виконавців;
- основні макроекономічні показники, обсяги капітальних вкладень, показники державного замовлення та інші необхідні показники й баланси економічного та соціального розвитку;
- перелік державних цільових програм, що фінансуються в наступному році за рахунок коштів державного бюджету;
- показники розвитку державного сектору економіки, зокрема отримання та використання доходів від розпорядження державним майном, ефективності використання об'єктів права державної власності, розвитку підприємств.

Розроблення макроекономічних планів неможливе без використання системи показників. Останні дають кількісно-якісну характеристику соціально-економічним явищам і процесам. У макроекономічному плануванні показник –

це міра планового завдання, яка забезпечує його кількісну або якісну визначеність. Показники макроекономічних планів класифікуються за такими групами: натуральні та вартісні; кількісні та якісні; об'ємні та сітьові; абсолютні та відносні; обов'язкові, розрахункові та інформаційні.

8.1.3 Статистичні показники в експертному прогнозуванні

Ранжування оцінок. Оцінки експертів, проставлені у балах для різних показників, приводяться до рангів, які являють собою порядковий номер, що визначає місце кожного показника в загальній сукупності. Ранги є зручними для обчислення та аналізу статистичних показників. Ранг, рівний одиниці, присвоюється найбільш важливому фактору (параметру, напрямку дослідження); ранг з максимальним числом n — найменш важливому фактору. Якщо експерт присвоює однакову кількість балів декільком факторам, то їм присвоюються стандартизовані ранги. Стандартизований ранг — це частка від ділення суми місць, зайнятих факторами з однаковими рангами, на загальну кількість таких альтернатив. Наприклад, експерт поставив різним факторам такі бали: 100, 90, 90, 90, 80, 60, 50, 50, 40. Тоді порядкові номери кожного фактора згідно з кількістю балів складають: 1; 2-4; 5; 6; 7-8; 9. Використовуючи правила визначення стандартизованих рангів, отримаємо такі їх значення: 1; 3; 3; 3; 5; 6; 7,5; 7,5; 9, де $3=(2+3+4):3$; $7,5=(7+8):2$.

Для оцінки важливості факторів використовуються такі показники:

Сума рангів, призначених j -му фактору:

$$S_j = \sum_{i=1}^m R_{ij} \quad (8.1)$$

де

S_j - сума рангів, призначених j -му фактору;

m – кількість експертів, які прийняли участь в дослідженні;

n – кількість факторів дослідження;

R_{ij} – ранг оцінки i -им експертом j -ого фактору.

Середній ранг для кожного фактору:

$$S_j = \frac{\sum_{i=1}^m R_{ij}}{m} = \frac{S_j}{m} \quad (8.2)$$

Середня величина в балах:

$$M_j = \frac{\sum_{i=1}^m c_{ij}}{m_j} \quad (8.3)$$

де

c_{ij} – оцінка відносної ваги (в балах), даних i -им експертом j -ому фактору;

m_j – при визначенні середнього значення в балах враховується тільки та кількість експертів, які дали оцінку j -му фактору.

Показник частоти максимально можливих оцінок:

$$K_{100j} = \frac{m_{100j}}{m_j} \quad (8.4)$$

де m_{100j} – кількість експертів, які дали оцінку в 100 балів j -ому фактору.

Середня вага кожного фактору (нормована оцінка):

$$W_j = \frac{\sum_{i=1}^m w_{ij}}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m w_{ij}} \quad (8.5)$$

де

$$w_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sum_{j=1}^n c_{ij}} \quad (8.6)$$

Розмах оцінок:

$$L_j = C_{jmax} - C_{jmin} \quad (8.7)$$

де L_j – розмах оцінок в балах, даних j -ому фактору;

C_{jmax} , C_{jmin} – відповідно максимальна та мінімальна оцінка, поставлені j -ому фактору.

Активність експертів по кожному фактору:

$$K_{aj} = \frac{m_j}{m} \quad (8.8)$$

де m_j – кількість експертів, які оцінили j -ий фактор;

m – загальна кількість експертів.

Для оцінки узагальненої міри узгодженості думок по всім факторам використовуються такі показники:

Коефіцієнт конкордації. Це число від 0 до 1, яке показує узгодженість думок експертів. Чим ближче це значення до 0, тим узгодженість нижче. Якщо цей коефіцієнт менше 0,3, то вважається, що думки експертів неузгоджені.

$$K_{\text{кон}} = \frac{12 \sum_{j=1}^n d_j^2}{m^2 n^3 - n - m \sum_{i=1}^m T_i} \quad (8.9)$$

де

$$d_j = S_j - \frac{\sum_{j=1}^n S_j}{n} \quad (8.10)$$

$$S_j = \frac{R_{ij}}{m} \quad (8.11)$$

$$R_{ij} = \sum_{i=1}^L t_i \quad (8.12)$$

$$T_i = \sum_{l=1}^L t_l^3 - t_l$$

L – кількість груп зв'язаних (однакових) рангів;

t_i – кількість зв'язаних рангів в кожній групі.

Величина T_i розраховується тоді, коли є зв'язані ранги, тобто якщо у одного і того ж експерта зустрічаються однакові ранги по різним факторам. Наприклад, серед рангів 1; 4; 4; 4; 5; 6; 7,5; 7,5; 9, які проставлені одним експертом, присутні дві групи зв'язаних (однакових) рангів з трьома (4) і двома (7,5) рангами відповідно, тому $T_i = (3^3 - 3) + (2^3 - 2) = 30$.

Критерій Пірсона:

$$\chi_p^2 = \frac{12 \sum_{j=1}^n d_j^2}{mn(n+1) - \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^m T_i} \quad (8.13)$$

Дисперсія оцінок, даних j -му фактору:

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{m_j - 1} \sum_{i=1}^m c_{ij} - M_j \quad (8.14)$$

Коефіцієнт варіації оцінок, даних j -му фактору:

$$\gamma_j = \frac{\sigma_j}{M_j} \times 100\% \quad (8.15)$$

Загальна дисперсія оцінок:

$$\sigma_o^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n M_j - M^2 \quad (8.16)$$

де

$$M = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m c_{ij}}{\sum_{j=1}^n m_j} \quad (8.17)$$

Загальна дисперсія рангів:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n S_j - S^2 \quad (8.18)$$

де

$$S = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m R_{ij}}{\sum_{j=1}^n m_j} \quad (8.19)$$

При визначенні M і S враховується тільки та кількість експертів m_j , які дали оцінку.

Коефіцієнт парної рангової кореляції між оцінками 2-ох експертів. Це число знаходиться в межах від -1 до 1 . Якщо значення наближається до 1 , то

ступінь збігу думок між парами експертів достатньо великий.

$$P_{\alpha\beta} = 1 - \frac{\sum_{j=1}^n \psi_j^2}{\frac{1}{6} \times n^3 - n - \frac{1}{12} T_\alpha + T_\beta} \quad (8.20)$$

де ψ_j – різниця по модулю величин рангів оцінок j -ого фактору, поставлених експертами α і β ;

$$\Psi_j = |R_{\alpha j} - R_{\beta j}| \quad (8.21)$$

T_α , T_β – показники зв'язаних рангів оцінок експертів α і β , що визначаються аналогічно, як і для коефіцієнта конкордації.

Інформаційна міра збігу думок Устюжанінова. Це число знаходиться в межах від 0 до 1. Якщо значення наближаються до 1, то думки експертів збігаються найкраще, тобто дані пари експертів більше факторів оцінили однаково.

$$E_{\alpha\beta} = \frac{2n_{\alpha,\beta}}{n_\alpha \log_2 \left(1 + \frac{n_\beta}{n_\alpha}\right) + n_\beta \log_2 \left(1 + \frac{n_\alpha}{n_\beta}\right)} \quad (8.22)$$

де $E_{\alpha\beta}$ – міра збігу думок експертів α і β ;

$n_{\alpha,\beta}$ – кількість факторів, однаково оцінених експертами α і β по балах;

n_α , n_β – кількість факторів, оцінених відповідно експертами α і β (якщо фактор оцінено в 0 балів, то в кількість оцінених він не включається).

Методика виконання цієї лабораторної роботи має за основу матеріал, викладений у [6].

8.2 Приклад виконання завдання

Завдання

На основі відповідей експертів розрахувати показники порівняльної важливості факторів, що впливають на рівень життя населення. На основі отриманих результатів сформуванати таблицю показників порівняльної важливості факторів.

Оцінити ступінь узгодженості думок експертів шляхом розрахунку коефіцієнтів узгодженості і побудови матриць коефіцієнтів парної рангової кореляції та показників інформаційної міри збігу думок експертів.

Зробити висновки щодо результатів експертного опитування.

Склад факторів, що впливають на рівень життя населення:

- рівень національного доходу країни;
- рівень вжитку населенням матеріальних благ і послуг;
- рівень забезпечення житлом;
- культурно-побутові умови життя (рівень освіти і культури);

- соціальні умови життя (рівень зайнятості, бюджет часу населення, показники охорони здоров'я і фізичної культури);
- демографічні наслідки зростання рівня життя (чисельність населення, склад і міграція населення).

Фактори	Експерти				
	1	2	3	4	5
1. Рівень національного доходу країни	70	90	80	100	60
2. Рівень вжитку населенням матеріальних благ і послуг	100	80	90	100	80
3. Рівень забезпечення житлом	50	30	30	30	50
4. Культурно-побутові умови життя	30	30	40	50	60
5. Соціальні умови життя	60	65	30	10	30
6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	20	0	60	60	40

Хід роботи

1. Створюємо в Excel таблицю і заносимо в неї фактичні показники із завдання (рис. 8.1). Також готуємо табличку для розрахунку рангів.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
1		Бали						Ранги					
2	Фактори	Експерти						Експерти					
3		1	2	3	4	5		1	2	3	4	5	
4		1. Рівень національного доходу країни	70	90	80	100	60						
5		2. Рівень вжитку населенням матеріальних благ і послуг	100	80	90	100	80						
6		3. Рівень забезпечення житлом	50	30	30	30	50						
7		4. Культурно-побутові умови життя	30	30	40	50	60						
8		5. Соціальні умови життя	60	65	30	10	30						
9	6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	20	0	60	60	40							

Рисунок 8.1 – Таблиця із вхідними даними

2. Для розрахунку рангів скористаємося функцією РАНГ.СР(). У комірку Н4 вносимо формулу: $=\text{РАНГ.СР}(B4;B\$4:B\$9)$ і далі подібним чином вносимо формули в інші комірки діапазону Н4:L9 (рис. 8.2). Результати показані на рисунку 8.3.

	H	I	J	K	L
1	Ранги				
2	Експерти				
3	1	2	3	4	5
4	$=\text{РАНГ.СР}(B4;B\$4:B\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(C4;C\$4:C\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(D4;D\$4:D\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(E4;E\$4:E\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(F4;F\$4:F\$9)$
5	$=\text{РАНГ.СР}(B5;B\$4:B\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(C5;C\$4:C\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(D5;D\$4:D\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(E5;E\$4:E\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(F5;F\$4:F\$9)$
6	$=\text{РАНГ.СР}(B6;B\$4:B\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(C6;C\$4:C\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(D6;D\$4:D\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(E6;E\$4:E\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(F6;F\$4:F\$9)$
7	$=\text{РАНГ.СР}(B7;B\$4:B\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(C7;C\$4:C\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(D7;D\$4:D\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(E7;E\$4:E\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(F7;F\$4:F\$9)$
8	$=\text{РАНГ.СР}(B8;B\$4:B\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(C8;C\$4:C\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(D8;D\$4:D\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(E8;E\$4:E\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(F8;F\$4:F\$9)$
9	$=\text{РАНГ.СР}(B9;B\$4:B\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(C9;C\$4:C\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(D9;D\$4:D\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(E9;E\$4:E\$9)$	$=\text{РАНГ.СР}(F9;F\$4:F\$9)$

Рисунок 8.2 – Формули розрахунку рангів

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1		Бали					Ранги					
2	Фактори	Експерти					Експерти					
3		1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
4	1. Рівень національного доходу країни	70	90	80	100	60		2	1	2	1,5	2,5
5	2. Рівень вжитку населенням матеріальних благ і послуг	100	80	90	100	80		1	2	1	1,5	1
6	3. Рівень забезпечення житлом	50	30	30	30	50		4	4,5	5,5	5	4
7	4. Культурно-побутові умови життя	30	30	40	50	60		5	4,5	4	4	2,5
8	5. Соціальні умови життя	60	65	30	10	30		3	3	5,5	6	6
9	6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	20	0	60	60	40		6	6	3	3	5

Рисунок 8.3 – Ранги оцінок експертів

3. Розрахуємо показники порівняльності важливості факторів (рис. 8.4).
Формули розрахунку посилаються на комірки, наведені на рисунку 8.3.

	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD
1	W_j					Сума рангів	Середній ранг	Середня величина в балах	Частота максимально можливих оцінок	Середня вага (нормована оцінка)	Розмах оцінок	Коефіцієнт активності експертів	Дисперсія оцінки	Коефіцієнт варіації оцінок, %	Загальна дисперсія оцінок:	Загальна дисперсія рангів:	
2	Експерти																
3	1	2	3	4	5	S_j	Scp_j	M_j	K_{100j}	W_j	L_j	K_{aj}	σ_j^2	V_j			
4	0,2	0,31	0,24	0,29	0,19	9	1,8	80	0,2	0,247	40	1	250	19,76	574,3	3,315	
5	0,3	0,27	0,27	0,29	0,25	6,5	1,3	90	0,4	0,277	20	1	100	11,11	1154	5,386	
6	0,2	0,1	0,09	0,09	0,16	23	4,6	38	0	0,117	20	1	120	28,83	325,2	0,959	
7	0,1	0,1	0,12	0,14	0,19	20	4	42	0	0,129	30	1	170	31,04	197	0,144	
8	0,2	0,22	0,09	0,03	0,09	23,5	4,7	39	0	0,123	55	1	530	59,03	290,2	1,165	
9	0,1	0	0,18	0,17	0,13	23	4,6	45	0	0,108	60	0,8	1042	71,72	121,8	0,959	
10															532,4	2,385	

Рисунок 8.4 – Показники порівняльності важливості факторів

Суму рангів S_j для кожного фактору розраховуємо за формулою 8.1. У комірку T4 вносимо формулу: $=СУММ(H4:L4)$. Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки T9.

Середній ранг S_j для кожного фактору розраховуємо за формулою 8.2. У комірку U4 вносимо формулу: $=CPЗНАЧ(H4:L4)$. Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки U9.

Середню величину в балах M_j для кожного фактору розраховуємо за формулою 8.3. У комірку V4 вносимо формулу: $=СУММ(B4:F4)/СЧЁТЕСЛИ(B4:F4;">0")$. Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки V9.

Частоту максимально можливих оцінок K_{100j} для кожного фактору розраховуємо за формулою 8.4. У комірку W4 вносимо формулу:

=СЧЁТЕСЛИ(В4:F4;100)/СЧЁТЕСЛИ(В4:F4;">0"). Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки W9.

Середню вагу кожного фактору W_j розраховуємо за формулою 8.5. Але тут спочатку необхідно обчислити w_{ij} відповідно формули 8.6. Тому спочатку вносимо формули в діапазон комірок N4:R9 як на рисунку 8.5, а потім в комірку X4 вносимо формулу: =СУММ(N4:R4)/СУММ(\$N\$4:\$R\$9) і далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки X9.

	N	O	P	Q	R
1	w_{ij}				
2	Експерти				
3	1	2	3	4	5
4	=B4/СУММ(B\$4:B\$9)	=C4/СУММ(C\$4:C\$9)	=D4/СУММ(D\$4:D\$9)	=E4/СУММ(E\$4:E\$9)	=F4/СУММ(F\$4:F\$9)
5	=B5/СУММ(B\$4:B\$9)	=C5/СУММ(C\$4:C\$9)	=D5/СУММ(D\$4:D\$9)	=E5/СУММ(E\$4:E\$9)	=F5/СУММ(F\$4:F\$9)
6	=B6/СУММ(B\$4:B\$9)	=C6/СУММ(C\$4:C\$9)	=D6/СУММ(D\$4:D\$9)	=E6/СУММ(E\$4:E\$9)	=F6/СУММ(F\$4:F\$9)
7	=B7/СУММ(B\$4:B\$9)	=C7/СУММ(C\$4:C\$9)	=D7/СУММ(D\$4:D\$9)	=E7/СУММ(E\$4:E\$9)	=F7/СУММ(F\$4:F\$9)
8	=B8/СУММ(B\$4:B\$9)	=C8/СУММ(C\$4:C\$9)	=D8/СУММ(D\$4:D\$9)	=E8/СУММ(E\$4:E\$9)	=F8/СУММ(F\$4:F\$9)
9	=B9/СУММ(B\$4:B\$9)	=C9/СУММ(C\$4:C\$9)	=D9/СУММ(D\$4:D\$9)	=E9/СУММ(E\$4:E\$9)	=F9/СУММ(F\$4:F\$9)

Рисунок 8.5 – Формули для обчислення w_{ij}

Розмах оцінок L_j для кожного фактору розраховуємо за формулою 8.7. У комірку Y4 вносимо формулу: =МАКС(В4:F4)-МИН(В4:F4). Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки Y9.

Активність експертів K_{aj} для кожного фактору розраховуємо за формулою 8.8. У комірку Z4 вносимо формулу:

$$=СЧЁТЕСЛИ(В4:F4;">0")/СЧЁТ(В4:F4)$$

Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки Z9.

Проаналізувавши показники порівняльності важливості факторів (рис. 8.4) можна зробити такі висновки:

- найменші значення суми рангів і середнього рангу означають, що експерти віддають перевагу факторам 1 і 2. Це також підтверджується найбільшими значеннями середньої величини в балах;
- високі значення середньої ваги свідчать, що найбільш вагомими і перспективними є фактори 1 і 2;
- про важливість факторів 1 і 2 свідчить показник частоти максимально можливих оцінок;
- найбільша величина розмаху в оцінках експертів спостерігається для факторів 5 і 6, що свідчить про сумнівне ставлення до цих факторів;
- показник активності експертів свідчить про те, що всі фактори достатньо обґрунтовані, за виключенням фактору 6.

4. Розрахуємо дисперсію оцінок і коефіцієнт варіації оцінок. Ці показники дають характеристику узгодженості думок експертів як по окремим факторам так і узагальнену (рис. 8.4).

Дисперсію оцінок σ_j^2 для кожного фактору розраховуємо за формулою 8.14: у комірку АА4 вносимо формулу:

$$=(1/(СЧЁТЕСЛИ(B4:F4;">0")-1))*((B4-V4)^2+(C4-V4)^2+(D4-V4)^2+(E4-V4)^2+(F4-V4)^2)$$

Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки АА9.

Коефіцієнт варіації оцінок γ_j для кожного фактору розраховуємо за формулою 8.15: у комірку АВ4 вносимо формулу: $=КОРЕНЬ(АА4)/V4*100$. Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки АВ9.

Загальну дисперсію оцінок σ_o^2 розраховуємо за формулами 8.16 і 8.17. Спочатку у стовпчику АС розраховуємо значення $(M_j - M)^2$: у комірку АС4 вносимо формулу:

$$=(V4-СУММ(B4:F9)/СЧЁТЕСЛИ(B4:F9;">0"))^2$$

і далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки АС9. Потім у комірку АС10 вносимо формулу:

$$=1/(СЧЁТ(V4:V9)-1)*СУММ(АС4:АС9)$$

Загальну дисперсію рангів σ_p^2 подібним чином розраховуємо за формулами 8.18 і 8.19. Спочатку у стовпчику АД розраховуємо значення $S_j - S^2$: у комірку АД4 вносимо формулу:

$$=(U4-СУММ(H4:L9)/СЧЁТЕСЛИ(B4:F9;">0"))^2$$

і далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки АД9. Потім у комірку АД10 вносимо формулу:

$$=1/(СЧЁТ(V4:V9)-1)*СУММ(АД4:АД9)$$

5. Розрахуємо показники для оцінки узагальненої міри узгодженості думок по всім факторам і також визначимо, в якій мірі кожний експерт впливає на узагальнену узгодженість групи (рис. 8.6).

	А	В	С	Д	Е	Ф	Г
12		Значення					
13	Виключається експерт	T_i	$K_{кон}$	χ^2_p	Табличне $\chi^2_p = 11,1$		
14	0	24	0,692	17,31			
15	1	24	0,73	14,6			
16	2	18	0,73	14,6			
17	3	18	0,692	13,83			
18	4	18	0,699	13,98			
19	5	18	0,708	14,16			

Рисунок 8.6 – Таблиця із результатами розрахунків коефіцієнта конкордації

Вплив кожного експерта будемо визначати шляхом виключення його оцінок із розрахунків. Коефіцієнт конкордації $K_{кон}$ розраховується за формулою 8.9. Щоб полегшити розрахунки, розділимо їх на частини: окремо визначимо

відхилення d_j за формулою 8.10 і обчислимо його квадрат; показник зв'язаних (однакових) рангів T_i знайдемо за формулою 8.12; сума рангів S_j (формула 8.11) у нас вже розрахована у комірках Т3:Т9.

Для розрахунку квадрата відхилення d_j^2 створимо окрему таблицю (рис. 8.7). Тут спочатку обчислимо значення для випадку, коли враховуються думки усіх експертів, тобто виключається експерт 0. У комірку AF4 вносимо формулу: $= (T4 - СУММ(\$T\$4:\$T\$9) / ЧЁТ(\$T\$4:\$T\$9))^2$. Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) цієї комірки до комірки AF9.

	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK
1		Відхилення d_j^2					
2		Виключається експерт					
3		0	1	2	3	4	5
4		72,25	49	36	49	42,25	56,25
5		121	72,25	90,25	72,25	81	72,25
6		30,25	25	20,25	12,25	16	25
7		6,25	1	2,25	4	4	12,25
8		36	42,25	42,25	16	12,25	12,25
9		30,25	9	9	36	36	16

Рисунок 8.7 – Таблиця із результатами розрахунків d_j^2

Для випадку, коли не враховуються думки одного із експертів, необхідно дещо змінити аргументи у формулі: звертатися до комірок із діапазону Н4:Л9 (рис. 8.3). Заносимо такі формули:

у AG4: $= (СУММ(I4:L4) - СУММ(\$I\$4:\$L\$9) / ЧЁТ(\$T\$4:\$T\$9))^2$

у AH4: $= (СУММ(J4:L4;H4) - СУММ(\$H\$4:\$H\$9;\$J\$4:\$L\$9) / ЧЁТ(\$T\$4:\$T\$9))^2$

у AI4: $= (СУММ(H4:I4;K4:L4) - СУММ(\$H\$4:\$I\$9;\$K\$4:\$L\$9) / ЧЁТ(\$T\$4:\$T\$9))^2$

у AJ4: $= (СУММ(H4:J4;L4) - СУММ(\$H\$4:\$J\$9;\$L\$4:\$L\$9) / ЧЁТ(\$T\$4:\$T\$9))^2$

у АК4: $= (СУММ(H4:K4) - СУММ(\$H\$4:\$K\$9) / ЧЁТ(\$T\$4:\$T\$9))^2$

Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) діапазону комірок AG4:AK4 до комірок AG9:AK9.

Формули для розрахунку показника зв'язаних (однакових) рангів T_i розташуємо під таблицюю рангів (рис. 8.8):

	G	H	I	J	K	L
1		Ранги				
2		Експерти				
3		1	2	3	4	5
4		2	1	2	1,5	2,5
5		1	2	1	1,5	1
6		4	4,5	5,5	5	4
7		5	4,5	4	4	2,5
8		3	3	5,5	6	6
9		6	6	3	3	5
10	T=	0	6	6	6	6

Рисунок 8.8 – Розрахунок T_i

1) у діапазоні H4:H9 немає однакових рангів, тому в H10 записуємо 0;

2) у діапазоні I4:I9 є одна група із 2 однакових рангів, тому в I10 записуємо $= (2^3 - 2)$. Аналогічні формули записуємо в комірки J10:L10, тому що у відповідних стовпчиках також присутні по одній групі із 2 однакових рангів.

Нарешті можемо порахувати коефіцієнти конкордації для випадків, коли враховуються думки усіх експертів та коли виключається один із експертів (рис. 8.6). Формули розрахунків наведені на рисунку 8.9. Також вираховуємо значення критерія Пірсона χ^2_p за формулою 8.13, за допомогою якого перевіримо коефіцієнт конкордації на статистичну істотність.

	A	B	C	D
12	Виключається	Значення		
13	експерт	T_i	$K_{\text{кон}}$	χ^2_p
14	0	=СУММ(H10:L10)	=12*СУММ(AF4:AF9)/(5^2*(6^3-6)-5*B14)	=12*СУММ(AF4:AF9)/(5*6*(6+1)-(1/(6-1))*B14)
15	1	=СУММ(I10:L10)	=12*СУММ(AG4:AG9)/(4^2*(6^3-6)-4*B15)	=12*СУММ(AG4:AG9)/(4*6*(6+1)-(1/(6-1))*B15)
16	2	=СУММ(H10;J10:L10)	=12*СУММ(AH4:AH9)/(4^2*(6^3-6)-4*B16)	=12*СУММ(AH4:AH9)/(4*6*(6+1)-(1/(6-1))*B16)
17	3	=СУММ(H10:I10;K10:L10)	=12*СУММ(AI4:AI9)/(4^2*(6^3-6)-4*B17)	=12*СУММ(AI4:AI9)/(4*6*(6+1)-(1/(6-1))*B17)
18	4	=СУММ(H10;J10;L10)	=12*СУММ(AJ4:AJ9)/(4^2*(6^3-6)-4*B18)	=12*СУММ(AJ4:AJ9)/(4*6*(6+1)-(1/(6-1))*B18)
19	5	=СУММ(H10;K10)	=12*СУММ(AK4:AK9)/(4^2*(6^3-6)-4*B19)	=12*СУММ(AK4:AK9)/(4*6*(6+1)-(1/(6-1))*B19)

Рисунок 8.9 – Формули для розрахунку коефіцієнта конкордації

Із виконаних розрахунків (рис. 8.6) можна зробити такі висновки:

- табличне значення критерію Пірсона при рівні значущості 0,05 для (6-1) ступенів свободи дорівнює 11,1 (таблиця А.4). Фактичні значення усіх критеріїв перевищує табличне і тому можна зробити висновок, що розраховані коефіцієнти конкордації є статистично істотними;
- коефіцієнт конкордації у випадку врахування думок усіх експертів має значення 0,692. Це свідчить про високу міру узгодженості думок експертів;
- виключення 1 чи 2 експерта сприятливо впливає на узгодженість думок експертів. Виключення 3 чи 4 чи 5 експерта практично не впливає на узгодженість думок експертів.

6. Розрахуємо коефіцієнти парної рангової кореляції за формулою 8.20. Для спрощення розрахунків спочатку створимо таблицю із розрахунками різниці ψ_j за формулою 8.21 і її обчислимо її квадрат. Ця таблиця показана у верхній частині рисунку 8.10.

Заносимо такі формули:

$$\text{у B23: } =ABS(H4-I4)^2$$

$$\text{у C23: } =ABS(H4-J4)^2$$

$$\text{у D23: } =ABS(H4-K4)^2$$

$$\text{у E23: } =ABS(H4-L4)^2$$

$$\text{у F23: } =ABS(I4-J4)^2$$

$$\text{у G23: } =ABS(I4-K4)^2$$

$$\text{у H23: } =ABS(I4-L4)^2$$

$$\text{у I23: } =ABS(J4-K4)^2$$

$$\text{у J23: } =ABS(J4-L4)^2$$

$$\text{у K23: } =ABS(K4-L4)^2$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
21		ψ_j^2 – для експертів α і β									
22	Фактори	1-2	1-3	1-4	1-5	2-3	2-4	2-5	3-4	3-5	4-5
23	1. Рівень національного доходу країни	1	0	0,25	0,25	1	0,25	2,25	0,25	0,25	1
24	2. Рівень вжитку населенням матеріальних благ і послуг	1	0	0,25	0	1	0,25	1	0,25	0	0,25
25	3. Рівень забезпечення житлом	0,25	2,25	1	0	1	0,25	0,25	0,25	2,25	1
26	4. Культурно-побутові умови життя	0,25	1	1	6,25	0,25	0,25	4	0	2,25	2,25
27	5. Соціальні умови життя	0	6,25	9	9	6,25	9	9	0,25	0,25	0
28	6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	0	9	9	1	9	9	1	0	4	4
29	Сума	2,5	18,5	20,5	16,5	18,5	19	17,5	1	9	8,5
30											
31	Матриця коефіцієнтів парної рангової кореляції										
32	Експерти	1	2	3	4	5					
33	1	1	0,928	0,464	0,406	0,522					
34	2		1	0,456	0,441	0,485					
35	3			1	0,971	0,735					
36	4				1	0,75					
37	5					1					

Рисунок 8.10 – Розрахунок коефіцієнтів парної рангової кореляції

Далі виконуємо копіювання (або автозаповнення) діапазону комірок B23:K23 до комірок B28:K28. Також розраховуємо суму по стовпчикам таблиці.

Створюємо матрицю коефіцієнтів парної рангової кореляції, яка показана у нижній частині рисунку 8.10. Тут виконуємо розрахунки відповідно формули 8.20. Заносимо такі формули:

- у C33: $=1-(B29/(1/6*(6^3-6)-1/12*СУММ(H10;I10)))$
- у D33: $=1-(C29/(1/6*(6^3-6)-1/12*СУММ(H10;J10)))$
- у E33: $=1-(D29/(1/6*(6^3-6)-1/12*СУММ(H10;K10)))$
- у F33: $=1-(E29/(1/6*(6^3-6)-1/12*СУММ(H10;L10)))$
- у D34: $=1-(F29/(1/6*(6^3-6)-1/12*СУММ(I10;J10)))$
- у E34: $=1-(G29/(1/6*(6^3-6)-1/12*СУММ(I10;K10)))$
- у F34: $=1-(H29/(1/6*(6^3-6)-1/12*СУММ(I10;L10)))$
- у E35: $=1-(I29/(1/6*(6^3-6)-1/12*СУММ(J10;K10)))$
- у F35: $=1-(J29/(1/6*(6^3-6)-1/12*СУММ(J10;L10)))$
- у F36: $=1-(K29/(1/6*(6^3-6)-1/12*СУММ(K10;L10)))$

Із виконаних розрахунків (рис. 8.10) можна зробити такий висновок: найбільший збіг думок прослідковується між парами експертів 1 і 2 та 3 і 4; дещо менший між парами 3 і 5 та 4 і 5.

7. Розрахуємо інформаційну міру збігу думок Устюжанінова за формулою 8.22. Для спрощення розрахунків спочатку створимо таблицю із розрахунками кількості факторів, однаково оцінених експертами α і β по балах $n_{\alpha,\beta}$. Ця таблиця показана у верхній частині рисунку 8.11.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
39		Збіг думок експертів α і β									
40	Фактори	1-2	1-3	1-4	1-5	2-3	2-4	2-5	3-4	3-5	4-5
41	1. Рівень національного доходу країни	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь
42	2. Рівень вжитку населенням матеріальних благ і послуг	ложь	ложь	ИСТИНА	ложь	ложь	ложь	ИСТИНА	ложь	ложь	ложь
43	3. Рівень забезпечення житлом	ложь	ложь	ложь	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА	ложь	ИСТИНА	ложь	ложь
44	4. Культурно-побутові умови життя	ИСТИНА	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь
45	5. Соціальні умови життя	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ИСТИНА	ложь
46	6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ложь	ИСТИНА	ложь	ложь
47	Кількість $n_{\alpha, \beta}$	1	0	1	1	1	1	1	2	1	0
48											
49	Інформаційна міра збігу думок Устюжанінова										
50	Експерти	1	2	3	4	5					
51	1	1	0,183	0	0,167	0,167					
52	2		1	0,183	0,183	0,183					
53	3			1	0,333	0,167					
54	4				1	0					
55	5					1					

Рисунок 8.11 – Розрахунок інформаційної міри збігу думок Устюжанінова

Формули для розрахунку показані на рисунку 8.12. Для розрахунку кількості у рядку 47 на цьому рисунку спочатку в комірку B47 вноситься формула: $=СЧЁТЕСЛИ(B41:B46;ИСТИНА)$ і далі виконується копіювання цієї комірки на діапазон C47:K47.

Розрахунок значень n_{α} , n_{β} із формули 8.22 розташуємо у таблиці із оцінками експертів для факторів (рис. 8.13).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
39		Збіг думок експертів α і β									
40	Фактори	1-2	1-3	1-4	1-5	2-3	2-4	2-5	3-4	3-5	4-5
41	1. Рівень національного доходу країни	=B4=C4	=B4=D4	=B4=E4	=B4=F4	=C4=D4	=C4=E4	=C4=F4	=D4=E4	=D4=F4	=E4=F4
42	2. Рівень вжитку населенням матеріальних благ і послуг	=B5=C5	=B5=D5	=B5=E5	=B5=F5	=C5=D5	=C5=E5	=C5=F5	=D5=E5	=D5=F5	=E5=F5
43	3. Рівень забезпечення житлом	=B6=C6	=B6=D6	=B6=E6	=B6=F6	=C6=D6	=C6=E6	=C6=F6	=D6=E6	=D6=F6	=E6=F6
44	4. Культурно-побутові умови життя	=B7=C7	=B7=D7	=B7=E7	=B7=F7	=C7=D7	=C7=E7	=C7=F7	=D7=E7	=D7=F7	=E7=F7
45	5. Соціальні умови життя	=B8=C8	=B8=D8	=B8=E8	=B8=F8	=C8=D8	=C8=E8	=C8=F8	=D8=E8	=D8=F8	=E8=F8
46	6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	=B9=C9	=B9=D9	=B9=E9	=B9=F9	=C9=D9	=C9=E9	=C9=F9	=D9=E9	=D9=F9	=E9=F9
47	Кількість $n_{\alpha, \beta}$	=СЧЁТЕСЛИ(B41:B46;ИСТИНА)	=СЧЁТЕСЛИ(C41:C46;ИСТИНА)	=СЧЁТЕСЛИ(D41:D46;ИСТИНА)	=СЧЁТЕСЛИ(E41:E46;ИСТИНА)	=СЧЁТЕСЛИ(F41:F46;ИСТИНА)	=СЧЁТЕСЛИ(G41:G46;ИСТИНА)	=СЧЁТЕСЛИ(H41:H46;ИСТИНА)	=СЧЁТЕСЛИ(I41:I46;ИСТИНА)	=СЧЁТЕСЛИ(J41:J46;ИСТИНА)	=СЧЁТЕСЛИ(K41:K46;ИСТИНА)

Рисунок 8.12 – Розрахунок кількості $n_{\alpha, \beta}$

	A	B	C	D	E	F
1		Бали				
2		Експерти				
3	Фактори	1	2	3	4	5
4	1. Рівень національного доходу країни	70	90	80	100	60
5	2. Рівень вжитку населенням матеріальних благ і послуг	100	80	90	100	80
6	3. Рівень забезпечення житлом	50	30	30	30	50
7	4. Культурно-побутові умови життя	30	30	40	50	60
8	5. Соціальні умови життя	60	65	30	10	30
9	6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	20	0	60	60	40
10	n_{α}	=СЧЁТЕСЛИ(B4:B9;">0")	=СЧЁТЕСЛИ(C4:C9;">0")	=СЧЁТЕСЛИ(D4:D9;">0")	=СЧЁТЕСЛИ(E4:E9;">0")	=СЧЁТЕСЛИ(F4:F9;">0")

Рисунок 8.13 – Розрахунок кількості n_{α} і n_{β}

Матриця інформаційної міри збігу думок Устюжанінова показана у нижній частині рисунку 8.11. Тут виконуємо розрахунки відповідно формули 8.22. Заносимо такі формули:

$$y_{C51} = 2 * B47 / (B10 * LOG(1 + C10/B10; 2) + C10 * LOG(1 + B10/C10; 2))$$

$$y_{D51} = 2 * C47 / (B10 * LOG(1 + D10/B10; 2) + D10 * LOG(1 + B10/D10; 2))$$

$$y_{E51} = 2 * D47 / (B10 * LOG(1 + E10/B10; 2) + E10 * LOG(1 + B10/E10; 2))$$

$$y_{F51} = 2 * E47 / (B10 * LOG(1 + F10/B10; 2) + F10 * LOG(1 + B10/F10; 2))$$

$$y_{D52} = 2 * F47 / (C10 * LOG(1 + D10/C10; 2) + D10 * LOG(1 + C10/D10; 2))$$

$$y_{E52} = 2 * G47 / (C10 * LOG(1 + E10/C10; 2) + E10 * LOG(1 + C10/E10; 2))$$

$$y_{F52} = 2 * H47 / (C10 * LOG(1 + F10/C10; 2) + F10 * LOG(1 + C10/F10; 2))$$

$$y_{E53} = 2 * I47 / (D10 * LOG(1 + E10/D10; 2) + E10 * LOG(1 + D10/E10; 2))$$

$$y_{F53} = 2 * J47 / (D10 * LOG(1 + F10/D10; 2) + F10 * LOG(1 + D10/F10; 2))$$

$$y_{F54} = 2 * K47 / (E10 * LOG(1 + F10/E10; 2) + F10 * LOG(1 + E10/F10; 2))$$

Із виконаних розрахунків (рис. 8.11) можна зробити такий висновок: найкраще збігаються думки у експертів 3 і 4. Тобто дані пари експертів більше факторів оцінили однаково.

8. Загальний висновок з результатів виконання лабораторної роботи: експерти надають перевагу факторам 1 і 2. Цим результатам можна довіряти, оскільки присутня висока міра узгодженості думок експертів. Водночас експертів можна умовно поділити на 2 групи. Основу першої групи складають експерти 1 і 2, основу другої складають експерти 3 і 4. Експерт 5 більш наближений до групи 2.

8.3 Завдання для самостійної роботи

- 1) Для розрахунку інформаційної міри збігу думок Устюжанінова використовувалися дві таблички (рис. 8.11). Змініть формули у нижній табличці таким чином, щоб взагалі обійтися без верхньої таблички. Для цього використовуйте формули масиву.
- 2) Для розрахунку дисперсії в Excel є функція *ДИСП.В()*. Спробуйте розрахувати дисперсію за допомогою цієї функції. Дайте відповідь на питання: чому відрізняються результати?

8.4 Варіанти лабораторних завдань

На захист лабораторної роботи надається файл Excel з розрахунками та роздрукований звіт. Для успішного захисту необхідно вміти робити висновки по отриманим результатам розрахунків.

Звіт з лабораторної роботи **обов'язково** повинен містити:

- ✓ номер, тему і мету роботи;
- ✓ номер варіанта і текст завдання;
- ✓ надруковані результати розрахунків із файла Excel;
- ✓ висновки.

Завдання

Варіант № 1				
Фактори	Експерти			
	1	2	3	4
1. Рівень національного доходу країни	20	0	20	20
2. Рівень вжитку населенням матеріальних	70	30	70	40
3. Рівень забезпечення житлом	50	50	20	60
4. Культурно-побутові умови життя	70	90	90	100
5. Соціальні умови життя	60	30	50	90
6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	10	30	30	20

Варіант № 2				
Експерти				
	1	2	3	4
	50	0	50	0
	40	10	70	70
	60	50	50	10
	50	50	20	30
	20	100	10	100
	20	50	20	70

Варіант № 3				
Фактори	Експерти			
	1	2	3	4
1. Рівень національного доходу країни	90	90	90	10
2. Рівень вжитку населенням матеріальних	30	50	90	100
3. Рівень забезпечення житлом	30	30	20	60
4. Культурно-побутові умови життя	10	40	30	70
5. Соціальні умови життя	50	30	80	60
6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	20	0	10	0

Варіант № 4				
Експерти				
	1	2	3	4
	50	20	60	70
	90	90	90	10
	30	50	90	100
	30	30	20	60
	10	40	30	70
	10	10	10	0

Варіант № 5				
Фактори	Експерти			
	1	2	3	4
1. Рівень національного доходу країни	100	70	100	90
2. Рівень вжитку населенням матеріальних	10	30	30	20
3. Рівень забезпечення житлом	30	10	40	30
4. Культурно-побутові умови життя	10	20	10	10
5. Соціальні умови життя	80	50	40	50
6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	0	40	10	70

Варіант № 6				
Експерти				
	1	2	3	4
	0	40	10	70
	50	60	50	50
	60	50	50	20
	100	20	100	10
	10	20	50	20
	10	30	100	100

Варіант № 7				
Фактори	Експерти			
	1	2	3	4
1. Рівень національного доходу країни	50	20	60	70
2. Рівень вжитку населенням матеріальних	90	90	90	10
3. Рівень забезпечення житлом	30	50	90	100
4. Культурно-побутові умови життя	30	30	20	60
5. Соціальні умови життя	10	40	30	70
6. Демографічні наслідки зростання	50	30	80	0

Варіант № 8				
Експерти				
	1	2	3	4
	40	40	0	100
	50	90	10	80
	80	100	100	90
	0	30	50	60
	40	60	30	20
	30	90	50	20

Варіант № 9				
Фактори	Експерти			
	1	2	3	4
1. Рівень національного доходу країни	0	10	20	0
2. Рівень вжитку населенням матеріальних	90	30	20	20
3. Рівень забезпечення житлом	20	10	10	10
4. Культурно-побутові умови життя	80	20	50	10
5. Соціальні умови життя	0	10	10	10
6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	70	30	100	70

Варіант № 10			
Експерти			
1	2	3	4
20	10	40	0
70	90	20	90
80	80	100	80
0	20	70	30
30	10	0	10
50	40	40	40

Варіант № 11				
Фактори	Експерти			
	1	2	3	4
1. Рівень національного доходу країни	30	50	60	50
2. Рівень вжитку населенням матеріальних	80	40	20	10
3. Рівень забезпечення житлом	40	20	30	0
4. Культурно-побутові умови життя	40	70	10	10
5. Соціальні умови життя	90	50	20	30
6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	100	80	40	50

Варіант № 12			
Експерти			
1	2	3	4
70	90	30	20
90	10	20	100
40	20	80	20
90	80	70	50
0	20	30	30
20	10	50	20

Варіант № 13				
Фактори	Експерти			
	1	2	3	4
1. Рівень національного доходу країни	40	90	10	60
2. Рівень вжитку населенням матеріальних	100	90	90	100
3. Рівень забезпечення житлом	90	40	30	30
4. Культурно-побутові умови життя	20	30	70	80
5. Соціальні умови життя	50	80	90	10
6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	50	0	40	50

Варіант № 14			
Експерти			
1	2	3	4
100	100	80	90
0	20	30	50
80	90	90	50
20	100	60	10
70	20	50	50
10	40	50	80

Варіант № 15				
Фактори	Експерти			
	1	2	3	4
1. Рівень національного доходу країни	20	0	30	70
2. Рівень вжитку населенням матеріальних	20	20	80	30
3. Рівень забезпечення житлом	90	80	70	30

Варіант № 16			
Експерти			
1	2	3	4
60	90	60	20
60	70	0	50
60	20	90	40

4. Культурно-побутові умови життя	70	90	90	80	30	80	20	60
5. Соціальні умови життя	90	100	100	70	90	10	70	50
6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	50	50	100	30	100	100	80	100

Варіант № 17				
Фактори	Експерти			
	1	2	3	4
1. Рівень національного доходу країни	100	80	100	100
2. Рівень вжитку населенням матеріальних	90	100	80	80
3. Рівень забезпечення житлом	50	70	50	60
4. Культурно-побутові умови життя	0	40	70	30
5. Соціальні умови життя	10	40	80	40
6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	40	10	20	30

Варіант № 18				
Фактори	Експерти			
	1	2	3	4
1. Рівень національного доходу країни	100	100	90	100
2. Рівень вжитку населенням матеріальних	20	20	90	20
3. Рівень забезпечення житлом	0	10	50	10
4. Культурно-побутові умови життя	10	30	60	10
5. Соціальні умови життя	50	20	70	20
6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	10	30	10	20

Варіант № 19				
Фактори	Експерти			
	1	2	3	4
1. Рівень національного доходу країни	60	90	0	10
2. Рівень вжитку населенням матеріальних	30	50	70	80
3. Рівень забезпечення житлом	100	70	100	100
4. Культурно-побутові умови життя	30	30	20	10
5. Соціальні умови життя	70	20	40	100
6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	80	60	40	40

Варіант № 20				
Фактори	Експерти			
	1	2	3	4
1. Рівень національного доходу країни	0	60	30	10
2. Рівень вжитку населенням матеріальних	100	100	90	100
3. Рівень забезпечення житлом	70	60	80	50
4. Культурно-побутові умови життя	80	100	90	60
5. Соціальні умови життя	90	40	70	10
6. Демографічні наслідки зростання рівня життя	80	100	70	90

8.5 Питання для самоконтролю

- 1) Які основні функції методу експертної оцінки в соціологічному дослідженні?
- 2) Що є основним інструментарієм експертних опитувань?
- 3) Які є методи експертної оцінки?
- 4) Які державні органи України займаються прогнозуванням та плануванням на макроекономічному рівні?
- 5) Які основні принципи державного прогнозування та розроблення програм економічного і соціального розвитку України?
- 6) Що таке ранжування оцінок?
- 7) Які показники використовуються для оцінки важливості факторів?
- 8) Які показники використовуються для оцінки узагальненої міри узгодженості думок експертів?

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Кондіус, І.С. Прогнозування соціально-економічних процесів [Електронний ресурс] : конспект лекцій / І.С. Кондіус. - Севастополь: СІБС УАБС НБУ, 2012. - 155 с. – Режим доступу: <http://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/50630>
2. Присенко Г. В., Равікович Є. І. Прогнозування соціально-економічних процесів: Навч. посіб. — К.: КНЕУ, 2005. — 378 с.
3. Прогнозування та аналіз часових рядів. Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи студентів спеціальності 051 «Економіка» освітня програма «Економічна кібернетика», «Економічна аналітика» /Укл.: Юрченко М.Є. – Чернігів: ЧНТУ, 2018. – 88 с.
4. WikiТНТУ. Метод ковзного середнього. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://wiki.tntu.edu.ua/Метод_ковзного_середнього.
5. Эконометрика. Учебник / Под ред. И.И.Елисеевой. – М: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.
6. Грабовецький Б.Є. Основи економічного прогнозування: [навчальний посібник]. / Б.Є. Грабовецький. – Вінниця: ВФ ТАНГ, 2000. – 209 с.

ДОДАТОК А

Табличні значення критеріїв

Таблиця А.1 – Критичні значення коефіцієнта Стьюдента (t-критерія) для різних рівнів значущості α і числа ступенів свободи k

k	α							
	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
1	3,0770	6,3130	12,7060	31,820	63,656	127,656	318,306	636,619
2	1,8850	2,9200	4,3020	6,964	9,924	14,089	22,327	31,599
3	1,6377	2,35340	3,182	4,540	5,840	7,458	10,214	12,924
4	1,5332	2,13180	2,776	3,746	4,604	5,597	7,173	8,610
5	1,4759	2,01500	2,570	3,649	4,0321	4,773	5,893	6,863
6	1,4390	1,943	2,4460	3,1420	3,7070	4,316	5,2070	5,958
7	1,4149	1,8946	2,3646	2,998	3,4995	4,2293	4,785	5,4079
8	1,3968	1,8596	2,3060	2,8965	3,3554	3,832	4,5008	5,0413
9	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	3,6897	4,2968	4,780
10	1,3720	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	3,5814	4,1437	4,5869
11	1,363	1,795	2,201	2,718	3,105	3,496	4,024	4,437
12	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0845	3,4284	3,929	4,178
13	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,1123	3,3725	3,852	4,220
14	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,976	3,3257	3,787	4,140
15	1,3406	1,7530	2,1314	2,6025	2,9467	3,2860	3,732	4,072
16	1,3360	1,7450	2,1190	2,5830	2,9200	3,2520	3,6860	4,0150
17	1,3334	1,7396	2,1098	2,5668	2,8982	3,2224	3,6458	3,965
18	1,3304	1,7341	2,1009	2,5514	2,8784	3,1966	3,6105	3,9216
19	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,1737	3,5794	3,8834
20	1,3253	1,7247	2,08600	2,5280	2,8453	3,1534	3,5518	3,8495
21	1,3230	1,7200	2,2,0790	2,5170	2,8310	3,1350	3,5270	3,8190
22	1,3212	1,7117	2,0739	2,5083	2,8188	3,1188	3,5050	3,7921
23	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,1040	3,4850	3,7676
24	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,0905	3,4668	3,7454
25	1,3163	1,7081	2,0595	2,4851	2,7874	3,0782	3,4502	3,7251
26	1,315	1,705	2,059	2,478	2,778	3,0660	3,4360	3,7060
27	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,0565	3,4210	3,6896
28	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,0469	3,4082	3,6739
29	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,0360	3,3962	3,8494
30	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,0298	3,3852	3,6460

Таблиця А.2 – Значення критерія Фішера (F-критерія) для рівня значущості $\alpha = 0.05$, де k_1 - число ступенів свободи більшої дисперсії, k_2 - число ступенів

свободи меншої дисперсії

k2	k1										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	245.95
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.43
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.70
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.86
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.62
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.94
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.51
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.22
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.01
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.85
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.72
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.62
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.53
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.46
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.40
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.35
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.31
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.27
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.23
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.20
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,15
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,11
26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,07
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,04
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,01
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	1,92
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,84
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	2,02	1,96	1,91	1,75

Таблиця А.3 – Граничні значення для статистик Дарбіна-Уотсона при рівні значущості $\alpha=0,05$ (n – об'єм вибірки, m - число незалежних змінних в рівнянні регресії)

n	m=1		m =2		m =3		m =4		m =5	
	d_l	d_u	d_l	d_u	d_l	d_u	d_l	d_u	d_l	d_u
6	0,610	1,400								
7	0,7000	1,356	0,467	1,896						
8	0,763	1,332	0,359	1,777	0,368	2,287				
9	0,824	1,320	0,629	1,699	0,435	2,128	0,296	2,388		
10	0,879	1,320	0,697	1,641	0,525	2,016	0,356	2,414	0,243	2,822
11	0,927	1,324	0,658	1,604	0,595	1,928	0,444	2,283	0,316	2,645
12	0,971	1,331	0,812	1,576	0,658	1,864	0,512	2,177	0,379	2,506
13	1,010	1,340	0,861	1,562	0,715	1,816	0,574	2,094	0,445	2,390
14	1,045	1,330	0,905	1,551	0,767	1,779	0,632	2,030	0,505	2,296
15	1,077	1,361	0,946	1,543	0,814	1,750	0,685	1,977	0,562	2,220
16	1,106	1,371	0,982	1,539	0,857	1,728	0,734	1,935	0,615	2,157
17	1,133	1,381	1,015	1,536	0,897	1,710	0,779	1,900	0,664	2,104
18	1,158	1,391	1,046	1,535	0,933	1,696	0,820	1,872	0,710	2,060
19	1,180	1,401	1,074	1,536	0,967	1,685	0,859	1,848	0,752	2,023
20	1,201	1,411	1,100	1,537	0,998	1,676	0,894	1,828	0,792	1,991
21	1,221	1,420	1,125	1,538	1,026	1,669	0,927	1,812	0,829	1,964
22	1,239	1,429	1,147	1,541	1,053	1,664	0,958	1,797	0,863	1,940
23	1,257	1,437	1,168	1,543	1,078	1,660	0,986	1,785	0,895	1,920
24	1,273	1,446	1,188	1,546	1,101	1,656	1,013	1,775	0,925	1,902
25	1,288	1,454	1,206	1,550	1,123	1,654	1,038	1,767	0,953	1,886
26	1,302	1,461	1,224	1,553	1,143	1,652	1,062	1,759	0,979	1,873
27	1,316	1,469	1,240	1,556	1,162	1,651	1,084	1,753	1,004	1,861
28	1,328	1,476	1,255	1,560	1,181	1,650	1,104	1,747	1,028	1,850
29	1,341	1,483	1,270	1,563	1,198	1,650	1,124	1,743	1,050	1,841
30	1,352	1,489	1,284	1,567	1,214	1,650	1,143	1,739	1,071	1,833
31	1,363	1,496	1,297	1,570	1,229	1,650	1,160	1,735	1,090	1,825
32	1,373	1,502	1,309	1,574	1,244	1,650	1,177	1,732	1,109	1,819
33	1,383	1,508	1,321	1,577	1,258	1,651	1,193	1,730	1,217	1,813
34	1,393	1,514	1,333	1,580	1,271	1,652	1,208	1,728	1,144	1,808
35	1,402	1,519	1,343	1,584	1,283	1,653	1,222	1,726	1,160	1,803
36	1,411	1,525	1,354	1,587	1,295	1,654	1,236	1,724	1,175	1,799
37	1,419	1,530	1,364	1,590	1,307	1,655	1,249	1,723	1,190	1,795
38	1,427	1,535	1,373	1,594	1,318	1,656	1,261	1,722	1,204	1,792
39	1,435	1,540	1,382	1,587	1,328	1,658	1,273	1,722	1,218	1,789
40	1,442	1,544	1,391	1,600	1,338	1,659	1,285	1,721	1,230	1,786

Таблиця А.4 – Таблиця критичних точок розподілу Пірсона («хі-квадрат»)

k	α					
	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99
1	6,63490	5,02389	3,84146	0,00393	0,00098	0,00016
2	9,21034	7,37776	5,99146	0,10259	0,05064	0,02010
3	11,34487	9,34840	7,81473	0,35185	0,21580	0,11483
4	13,2767	11,14329	9,48773	0,71072	0,48442	0,29711
5	15,08627	12,8325	11,0705	1,14548	0,83121	0,55430
6	16,81189	14,44938	12,59159	1,63538	1,23734	0,87209
7	18,47531	16,01276	14,06714	2,16735	1,68987	1,23904
8	20,09024	17,53455	15,50731	2,73264	2,17973	1,64650
9	21,66599	19,02277	16,91898	3,32511	2,70039	2,08790
10	23,20925	20,48318	18,30704	3,94030	3,24697	2,55821
11	24,72497	21,92005	19,67514	4,57481	3,81575	3,05348
12	26,21697	23,33666	21,02607	5,22603	4,40379	3,57057
13	27,68825	24,7356	22,36203	5,89186	5,00875	4,10692
14	29,14124	26,11895	23,68479	6,57063	5,62873	4,66043
15	30,57791	27,48839	24,99579	7,26094	6,26214	5,22935
16	31,99993	28,84535	26,29623	7,96165	6,90766	5,81221
17	33,40866	30,19101	27,58711	8,67176	7,56419	6,40776
18	34,80531	31,52638	28,86930	9,39046	8,23075	7,01491
19	36,19087	32,85233	30,14353	10,11701	8,90652	7,63273
20	37,56623	34,16961	31,41043	10,85081	9,59078	8,26040
21	38,93217	35,47888	32,67057	11,59131	10,2829	8,89720
22	40,28936	36,78071	33,92444	12,33801	10,98232	9,54249
23	41,63840	38,07563	35,17246	13,09051	11,68855	10,19572
24	42,97982	39,36408	36,41503	13,84843	12,40115	10,85636
25	44,31410	40,64647	37,65248	14,61141	13,11972	11,52398
26	45,64168	41,92317	38,88514	15,37916	13,84391	12,19815
27	46,96294	43,19451	40,11327	16,15140	14,57338	12,87850
28	48,27824	44,46079	41,33714	16,92788	15,30786	13,56471
29	49,58788	45,72229	42,55697	17,70837	16,04707	14,25645
30	50,89218	46,97924	43,77297	18,49266	16,79077	14,95346