Електронне наукове фахове видання **"Ефективна економіка"** включено до переліку наукових фахових видань України з питань економіки
(Категорія «Б», Наказ Міністерства освіти і науки України від 11.07.2019 № 975)
www. economy.nayka.com. ua | № 3, 2020 | 26.03.2020 р.

DOI: 10.32702/2307-2105-2020.3.50

УДК 369.04:519.863

М. Є. Юрченко
к. ф.-м. н., доцент,
доцент кафедри бухгалтерського обліку, оподаткування та аудиту,
Чернігівський національний технологічний університет
ORCID: 0000-0001-8992-6093

МОДЕЛЮВАННЯ СТРАХОВИХ РИЗИКІВ

M. Iurchenko
PhD in Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor,
Chernihiv National University of Technology

MODELING OF INSURANSE RISKS

На сучасному етапі у зв'язку з переходом до ринкової економіки в Україні виникає інтерес до класифікації та оцінки такої категорії як ризик. Обґрунтування природи його виникнення, його класифікація та розробка заходів його попередження та мінімізації є важливим моментом роботи страхового ринку. На теперішній час немає жодного однозначного тлумачення ризику, що обумовлено тим, що ця категорія є достатньо новітньої. Найбільш традиційним є представлення ризику як сукупності певної випадкової події та її ймовірності. Для математичного моделювання ризику використовуються різноманітні математичні моделі та методи. У даній статті розглядається задача пошуку шляхів ефективного управління страховою компанією при умові великої кількості вхідних даних. Обґрунтовано необхідність застосування статистичних методів, які найчастіше використовуються для оцінки страхового ризику, який завжди треба аналізувати та передбачати в роботі страхової компанії. Представлений підхід дозволяє провести оцінку діяльності компанії та обрати стратегію мінімізації ризиків.

At the present stage, in view of the transition to a market economy in Ukraine, there is an interest in the classification and assessment of risk categories. The substantiation of the nature of its occurrence, its classification and the development of steps for its prevention and minimization are important tasks for the insurance market. At present, there is no clear interpretation of risk, due to the fact that this category is quite recent. The most traditional way to represent risk is to consider it as a couple of a certain accidental event and its probability. Various mathematical models and methods are used for mathematical risk modeling. Correct estimation of the size of risk is of great importance in the practical work of insurers, because it determines the amount of the required insurance fund, and therefore the possibility of compensation for losses insured in both ordinary and particularly unfavorable years. Researching the level of risk of a particular asset being offered for insurance reveals how much the risk level of a particular object differs from the level of risk that is taken into account when calculating insurance rates. This paper examines the problem of finding ways to effectively manage the insurance company with a large amount of input. An overview of current probabilistic risk assessment methods has been performed. It is established that there is a *wide variety of risk assessment methods in insurance, including expert, mathematical and statistical methods, as well as theoretical descriptions of risk events aimed at establishing the existing causal relationships between the main variables. As for mathematical methods, the latter are based mainly on regression analysis, estimation of distributions, application of methods of mathematical analysis, etc. However, the Bayesian approach to data analysis is increasingly used today, covering a wide range of probability models, nonlinear equations, and conditional multidimensional probability distributions. This approach provides a number of over-substantiated needs for the use of statistical methods, which are most often applied to assess insurance risk. Given the fact that the amount of input is often limited, an analytical expression is proposed to evaluate the distribution function that characterizes the likelihood of an insurance event. A comparative numerical analysis of the obtained function and the known Poisson distributions, the normal distribution and the distribution obtained with respect to the Anscombe transform are made. The presented approach allows to evaluate the company's activities and to choose a strategy for minimizing risks.*

Ключові слова: *страхування; неврегульовані угоди; імовірність; розподіл Пуассона; збитки.*

Key words: *insurance; unadjusted contracts; probability; Poisson distribution; losses.*

Постановка проблеми. Фінансова стійкість страхового сектору є важливою умовою для стабільного макроекономічного розвитку і добробуту суспільства у цілому. У зв'язку з цим, проблема фінансової стабільності страхових компаній, представлених на українському ринку, сьогодні стала особливо актуальною. Удосконалення методів оцінки ризику страхової компанії та коректне формування страхової премії з урахуванням великої кількості вхідних даних визначає її рівень конкурентоспроможності. Проблема забезпечення мінімізації ризиків страхової компанії є комплексною. Статистичні методи оцінки страхового ризику спрямовані на визначення певного закону розподілу випадкових величин. Слід зазначити, що оскільки статистичні оцінки складаються на основі зібраних даних, існують певні обмеження застосування того чи іншого методу. Це пов'язано, насамперед, з тим, що кількість страхових випадків у рамках страхової угоди має ймовірнісний характер. Тому при розв'язанні цієї задачі слід враховувати цей випадковий аспект проблеми, що розглядається.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання необхідності пошуку нових моделей управління страховими ризиками в останній час отримали певне освітлення в літературі. Страхові ризикі є предметом дослідження багатьох вітчизняних та зарубіжних вчених. Певні дослідження даного питання знайшли своє відображення у наукових роботах А.Н. Ширяєва [1], А.В. Мельникова [2], Т. Мака [3]. Значний внесок у теорію та практику страхування кредитів також зроблено у працях [4,5]. В роботі [6] зроблено спробу структурувати випадкову величину, що описує індивідуальні втрати, а разом із цим було показано, що це неможливо зробити в ряді випадків. Це обумовлено тим, що страхові випадки відбуваються у випадкові моменти часу. Незважаючи на значну кількість публікацій з цієї проблематики, задачі такого роду ще недостатньо представлені в літературі, та одним з найважливіших питань є розробка ефективної методики оцінки страхових ризиків.

Виділення невирішених частин загальної проблеми. Відзначимо, що на теперішній час для апроксимації кількості страхових позовів використовуються відомі на практиці розподіли. Незважаючи на це, для вивчення реальних неоднорідних страхових портфелів, є необхідність побудови більш складних моделей, які дозволяють зробити оцінку ймовірності настання страхового випадку. Ці обставини і визначили вибір теми і основні напрями даного дослідження.

Формування цілей статті. Метою цієї статті є знаходження явного аналітичного виразу для функції розподілу розміру претензії, у випадку, коли занадто мало статистичних даних.

Виклад основного матеріалу дослідження. Оцінка будь-якого ризику починається зі збору фактичних статистичних даних з подальшим визначенням величини збитків і витрат, які обумовлюються ризиковими ситуаціями. Основою оцінки страхових ризиків є знаходження певної залежності між розмірами втрат і ймовірністю їх виникнення.

На теперішній час можливо виділити три основні групи статистичних методів, які використовуються для оцінки страхового ризику:

- метод індивідуальних оцінок, який застосовується, якщо є ризики, які неможливо зіставити з ризиком середнього типу;
- аналітичні методи оцінки функції розподілу випадкових величин, якими описуються реальні дані;
- методи оцінки лише основних характеристик випадкової величини.

Для кількісної оцінки параметрів закону розподілу використовують статистику збитків з вигляду ризику і відомі методи статистичних розрахунків. Фактичний розподіл випадкових збитків отримують шляхом ранжирування статистичного матеріалу. При необхідності і для зручності подальших досліджень збитку ці розподіли можна апроксимувати відомими законами розподілу випадкових величин, серед яких відзначимо нормальний та логарифмічно-нормальний закони розподілу, розподіл Парето, Стьюдента та ін.

У роботі [7, с.137-140] статистично обґрунтовано той факт, що загальна кількість страхових випадків має також при певних умовах біноміальний розподіл, якщо ризики, пов'язані з угодами є незалежними в тому сенсі, що настання чи ненастання страхового випадку по одній угоді не впливає на настання страхових випадків по інших угодах. Це обумовлено тим, що якщо період часу, протягом якого виникають збитки є фіксованим, то кількість вимог, як правило, є дискретною випадковою величиною. Зазначимо, що кожний розподіл має свої особливості, тому апроксимуючи фактичну кількість позовів, необхідно враховувати характеристики спостережуваних значень.

Зазначимо, що в актуарній практиці найчастіше використовується емпірична функція розподілу, при цьому ймовірності оцінюються за допомогою спостережуваних частот. У випадку, коли ймовірність страхового випадку досить мала, а число договорів велике найбільш простим наближенням біноміального розподілу є розподіл Пуассона. При цьому процес $N(t)$ позовів за період від 0 до t розподіляється за законом Пуассона, якщо виконуються наступні припущення:

- число претензій, що надходять в будь - яких двох непересічних періодах часу є незалежними;
- від однієї події не виникає більше ніж одна претензія;
- ймовірність того, що втрата настане у визначений момент часу, дорівнює нулю.

На практиці часто виникають втрати, які викликані зовнішніми факторами (погода, економічні умови і т. п.). Якщо зміни інтенсивності втрат носять вищеозначений випадковий характер, то випадкова величина кількості претензій може мати змішаний розподіл Пуассона.

Змінна кількість претензії Пуассона $\Psi > 0$ відповідає умові $E(\Psi) = 1$, інтенсивність втрат протягом певного періоду часу може бути на певному рівні.

Якщо Ψ припускає значення, що перевищують 1, то інтенсивність втрат вища, ніж очікувалося, якщо вона передбачає значення в інтервалі від 0 до 1, то інтенсивність втрат нижча, ніж очікувалося. Якщо випадкова величина Ψ приймає значення δ, то номер умовної вимоги - розподіл Пуассона з параметром $\lambda\delta$. З урахуванням цього проблема полягає в оцінці розподілу змішаної випадкової величини Ψ .

Найбільш відомим методом аналітичної побудови є метод моментів за допомогою якого оцінюються лише основні характеристики без пошуку форми функції розподілу. Якщо кількість даних досить велика, формуються ряди частот, за допомогою яких проводиться оцінка функції розподілу.

Якщо позначити випадкову величину числа претензії K, то ймовірність виникнення рівно k заявок у вказаному періоді часу становить:

$$P(t) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!} \qquad (1)$$

де $\lambda(t) = E(K)$

З властивостей розподілу Пуассона випливає, що якщо $K_1, K_2, \dots, K_l$ – незалежні випадкові величини, які мають розподіл Пуассона, то їх сума

$$K = K_1 + K_2 + \dots + K_l$$

також має розподіл Пуассона з параметром $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_l$

Позначимо F кумулятивну фунцію розподілу пуасонівської змінної величини K. В цьому випадку

$$F(k) = F_K(k) = P(k \le k^*) = \sum_{t=0}^{k} e^{-\lambda}\frac{\lambda^t}{t!}$$

Для великих k процес знаходження кумулятивної функції є досить трудомісткий процес, тому одним з методів оцінки ймовірностей є застосування рекурентної формули

$$P(K = k) = \frac{\lambda}{k}P(K = k - 1) \qquad (2)$$

де початкові значення визначаються зі співвідношення:

$$P(K = 0) = e^{-\lambda} \qquad (3)$$

З урахуванням центральної граничної теореми для великого k випадкова величина числа претензій K, яка має розподіл Пуассона з параметром $\lambda = k$ є сумою k незалежних випадкових величин та має також пуасонівський закон розподілу з параметром 1. Це призводить до наступної апроксимації:

$$F(k) \approx K\left(\frac{k-\lambda}{\sqrt{\lambda}}\right) \qquad (4)$$

Або з урахуванням перетворення Анскомбе, отримуємо:

$$F(k) \approx K\left(\frac{3}{2}\left(k+\frac{5}{8}\right)^{\frac{2}{3}}\lambda^{-\frac{1}{6}} - \frac{3}{2}\sqrt{\lambda} + \frac{1}{24\sqrt{\lambda}}\right) \qquad (5)$$

Однак, у багатьох випадках статистика претензій дуже обмежена, і, відповідно, функція розподілу повинна в таких ситуаціях базуватися на знанні інших подібних ризиків. Можуть зустрітися ситуації, в яких немає попередніх даних або накопиченого досвіду, наприклад, коли вводиться нова форма страхування або коли страхуються дуже великі спеціальні ризики. У разі відсутності достатньої статистики необхідно використовувати аналітичні і табличні методи, а також моделі, засновані на моментах. Іноді приносить користь прийом комбінування моделей, описаних вище, шляхом ділення діапазону розподілу розміру претензії на інтервали, для яких можна застосовувати різні методи. Наприклад, середні і дрібні претензії можна привести в дискретну форму, використовуючи розподіл величини претензій або просто оцінені характеристики, в той час як великі претензії розглядаються в аналітичній формі, наприклад, вибором певного типу аналітичного розподілу і оцінкою його параметрів. Суть методу полягає в тому, що підбирається відповідний аналітичний вираз, який апроксимує існуючі дані і є зручним для математичних перетворень.

В якості такої оцінки ймовірності нами отримана наступна аналітична формула:

$$F(k) \approx K\left(\left[\frac{k-\lambda}{\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left(\frac{2}{3} + \frac{0{,}22}{k+1}\right)\right]\right)\sqrt{1+\Theta(\mu)} \qquad (6)$$

де

$$\mu = \frac{k+\frac{1}{2}}{\lambda} \qquad (7)$$

$$\Theta(\mu) = \frac{1-\mu^2+2\mu\ln(\mu)}{1-\mu^2} \qquad (8)$$

де $\Theta(1) = 0$

Порівняльний аналіз формул апроксимації наведено в таблиці 1.

Таблиця 1.
Порівняння формул апроксимації

λ	k	Значення функції розподілу $F(k)$ для $k \le \lambda$ і $1-F(k)$ для $k > \lambda$ розподіленої випадкової величини Пуассона			
		Точні значення	Нормальне наближення	Наближення Анскомба	За формулою (6)
10	0	0.00045	0.00078	0.00003	0.00004
	2	0.00277	0.00571	0.00267	0.00276
	8	0.33282	0.26354	0.33277	0.33283
	10	0.58304	0.50000	0.58270	0.58306
	12	0.20844	0.26354	0.20829	0.20843
	18	0.00218	0.00025	0.00714	0.00718
	23	0.00012	0.00002	0.00011	0.00012
100	80	0.02264	0.02275	0.02264	0.02265
	90	0.17138	0.15865	0.17141	0.17138
	100	0.52656	0.50000	0.52655	0.52656
	110	0.14713	0.15865	0.14716	0.14714
	120	0.02266	0.02275	0.02265	0.02266
	130	0.00171	0.00135	0.00170	0.00171
	140	0.00006	0.00003	0.00006	0.00006
1000	905	0.00121	0.00133	0.00121	0.00121
	925	0.02317	0.02317	0.02317	0.02317
	945	0.15959	0.15578	0.15959	0.15959
	1000	0.15209	0.15578	0.15209	0.15209
	1065	0.02315	0.02317	0.02315	0.02315

Результати проведених чисельних тестів показують, що максимальна похибка в наближенні Анскомба нижча за 10^{-4} для $\frac{\lambda}{35}$. Нормальне наближення дає хороші результати для $\frac{\lambda}{1000}$. Перевагою отриманого нами аналітичної формули (6) є її точність для малих значень λ .

Слід зазначити, що метод побудови функції емпіричного розподілу складається з побудови неперервного ряду із спостережуваних даних та побудови на цій основі емпіричної функції розподілу. При цьому зазвичай використовується табличний метод побудови функції емпіричного розподілу $I(x)$:

$$I(x) = \frac{\omega \leq x}{W}$$

де ω - кількість претензій зі значеннями, меншими або рівними x , а W - загальна кількість втрат. Метод оцінки основних параметрів полягає у виборі функції розподілу із заданими параметрами, що визначають розподіл. Параметри оцінюються за допомогою методу максимальної ймовірності або методу моментів. Після оцінки функції теоретичного розподілу придатність теоретичних та емпіричних розподілів випробовується за допомогою χ^2 або λ -Колмогоровського тесту.

Слід зазначити, що на практиці застосовуються одночасно точні та наближені методи. Це обумовлено тим, що дані про великі втрати, наприклад, катастрофи, для яких період дослідження повинен становити від 10 до 100 років, найчастіше недоступні. Незважаючи на те, що ці втрати чинять значний вплив на функцію розподілу, ще досить складно проводити такі тривалі дослідження на українському ринку страхових послуг.

Висновки. Побудовано аналітичний вираз для оцінки функції розподілу, яка описує ймовірність настання страхової події. Зроблено порівняльний чисельний аналіз отриманої функції та відомих розподілів Пуассона, нормального розподілу та розподілу, отриманого з урахуванням перетворення Анскомбе.

Бібліографічний список.

1. Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики / А.Н.Ширяев. – Москва: Фазис, 1998. – 512 с.

2. Мельников А. В. Элементы страхового риск-менеджмента / А. В. Мельников, И. В. Бойков. – Москва: АФЦ, 2000. – 87 с.

3. Мак Т. Элементы страхового риск-менеджмента / Т. Мак. – Москва: Олимп Бизнес, 2012. – 411 с.

4. Ливиту К. Н. Пуассоновская модель деятельности некоммерческого фонда при релейном управлении капиталом / К. Н. Ливиту, Л. Ю. Сухотина, И. Ю. Шифердекер. // Вестник Томского государственного университета. – 2006. – №19. – С. 302–312.

5. Сороківська М. В. Управління фінансовими ризиками страхових компаній / М. В. Сороківська // Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата економічних наук. – Львів: Львівська комерційна академія Укоопспілки. – 2009. – 22 с

6. Юрченко М. Е. Модель оцінки ймовірності банкрутства підприємств у сучасних реаліях [Електронний ресурс] / М. Е. Юрченко, Н. А. Марченко // Ефективна економіка. – 2015. – Режим доступу до ресурсу: http://www.economy.nayka.com.ua.

7. Юрченко М.Є. Модель некомерційних фондів соціального страхування з експоненційним розподілом витрат/ М.Є. Юрченко, Н.А. Марченко// Інвестиції: практика та досвід. – 2014. – № 21. – 168с. – С.136-138

References.

1. Shyriaev, A. N. (1998), Osnovy stokhastycheskoi fynansovoi matematyky [The foundations of stochastic financial mathematics], Fazys, Moscow, Russia.

2. Melnykov, A. V. (2000), Elementy strakhovogo risk-menedzhmenta [The elements of insurance and risk management], AFT, Moscow, Russia.

3. Mack, T. (2012), Elementy strakhovogo risk-menedzhmenta [The elements of insurance and risk management], Olymp Biznes, Moscow, Russia.

4. Livitu, K. (2006), “Poisson model of operation of non-commercial fund in case of reley capital management”, Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta, vol.19, pp.302–312.

5. Sorokivska M. (2009), “Management of financial risks of the insurance company”, Lvivska komertsiyna akademiya Ukoopspilky, Lviv, Ukraine.

6. Iurchenko, M. E., Marchenko N. A. (2015), “Model of estimation of the probability of bankruptcy of enterprises in modern realities”, Efektyvna ekonomika, vol. 4, available at: http://www.economy.in.ua/?op=1&z=3151&i=19 (Accessed 15 Feb 2020).

7. Iurchenko, M. E. and Marchenko N. A. (2014), “The model of noncommercial social insurance funds with exponential distribution of expences”, Investytsii: praktyka ta dosvid, vol.21, pp.136–138.

Стаття надійшла до редакції 26.02.2020 р.