

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ЧЕРНІГІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА»**

О П І Р М А Т Е Р І А Л І В

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ №1
ДЛЯ ЗДОБУВАЧІВ ПЕРШОГО РІВНЯ ВИЩОЇ ОСВІТИ
ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНОЇ ПРОГРАМИ «БУДІВНИЦТВО ТА
ЦИВІЛЬНА ІНЖЕНЕРІЯ»**

за спеціальністю 192 Будівництво та цивільна інженерія
галузь знань 19 Архітектура та будівництво

Затверджено
на засіданні кафедри архітектури
та дизайну середовища
Протокол № 7 від 25.01. 2022 р.

Чернігів 2022

УДК 539.3
ББК 30.121
З 13

Опір матеріалів. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи №1 для здобувачів першого рівня вищої освіти. Спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія / Укладач: Завацький С.В. – Чернігів: НУ «Чернігівська політехніка», 2022. – 68 с.

Укладач: Завацький Сергій Володимирович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри архітектури та дизайну середовища НУ «Чернігівська політехніка»

Рецензент: Кайдаш Михайло Дмитрович, кандидат технічних наук, доцент кафедри технологій зварювання та будівництва НУ «Чернігівська політехніка»

Відповідальний за випуск: С. В. Завацький, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Методичні вказівки містить варіанти індивідуальних завдань, вказівки та детальні приклади виконання завдань розрахунково-графічної роботи №1 з курсу «Опір матеріалів». Розглянуто змістові модулі робочої програми: «Вступ у курс опору матеріалів. Розтягання і стискання стержнів», «Зовнішні й внутрішні сили при згинанні. Епюри поперечних сил і згинальних моментів», «Основні геометричні характеристики поперечних перерізів стержня», «Напруження і деформації при чистому та поперечному згинанні. Умови міцності».

Методичні вказівки призначений для самостійної роботи здобувачів першого рівня вищої освіти всіх форм навчання, які навчаються за спеціальністю 192 Будівництво та цивільна інженерія.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	4
ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ РОБІТ	5
ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ №1 З ДИСЦИПЛІНИ «ОПІР МАТЕРІАЛІВ».....	7
Задача №1. Розрахунок статично визначуваних систем, які працюють на розтягання і стискання	7
Методичні вказівки до рішення задачі №1.....	8
Приклад рішення задачі №1	10
Задача № 2. Розрахунок статично невизначуваних систем, які працюють на розтягання і стискання	14
Методичні вказівки до рішення задачі № 2.....	14
Приклад рішення задачі №2	16
Задача № 3. Побудова епюр внутрішніх зусиль для балок.....	20
Методичні вказівки до рішення задачі № 3.....	20
Приклад рішення задачі №3	25
Задача №4. Побудова епюр внутрішніх зусиль для рам.....	31
Методичні вказівки до рішення задачі № 4.....	31
Приклад рішення задачі №4	33
Задача №5. Визначення геометричних характеристик плоских перерізів.....	38
Методичні вказівки до рішення задачі № 5.....	38
Приклад рішення задачі №5 (Перший переріз).....	42
Приклад рішення задачі №5 (Другий переріз)	44
Задача № 6. Поперечний згин. Підбір перерізу балок	47
Методичні вказівки до рішення задачі № 6.....	49
Приклад рішення задачі №6	49
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА.....	56
ДОДАТКИ.....	57
Додаток А. Зразок оформлення титульної сторінки звіту про виконання РГР	58
Додаток Б. Сортамент прокатної сталі	59
Додаток В. п. 4.2; п. 4,3; п.5.7. «Кодекс академічної доброчесності Національного університету «Чернігівська політехніка»»	68

ПЕРЕДМОВА

Однією з основних задач, вирішуваних інженерами-будівельниками в процесі проектування і зведення будівель і споруд, є забезпечення міцності та довговічності останніх.

В даному посібнику наводяться навчально-методичні матеріали щодо самостійної роботи здобувачів першого рівня вищої освіти (ЗВО) спеціальності 192 Будівництво та цивільна інженерія при виконанні розрахунково-графічної роботи №1 з курсу «Опір матеріалів».

Метою викладання навчальної дисципліни «Опір матеріалів» є формування у бакалаврів спеціальності 192 – Будівництво та цивільна інженерія знань про роботу елементів конструкцій під силовим впливом, раціональний вибір матеріалів для конструкцій та засоби підвищення їх надійності, довговічності та економічності, а також формування теоретичної бази для вивчення спеціальних дисциплін.

Посібник містить шість типових задач опору матеріалів, якими охоплено теми чотирьох змістових модулів робочої програми, а саме:

- ✓ Вступ у курс опору матеріалів. Розтягання і стискання стержнів.
- ✓ Зовнішні й внутрішні сили при згинанні. Епюри поперечних сил і згинальних моментів.
- ✓ Основні геометричні характеристики поперечних перерізів стержня
- ✓ Напруження і деформації при чистому та поперечному згинанні.

Умови міцності

Перша і друга задачі присвячені розрахунку на міцність статично визначуваних та статично невизначуваних систем, що працюють на розтяг-стиск.

Третя і четверта задачі формують навички побудови епюр внутрішніх зусиль для балкових та рамних систем, які є елементами багатьох будівельних конструкцій.

П'ята задача присвячена питанням визначення геометричних характеристик плоских перерізів, які необхідно знати при розрахунку на згинання, кручення й інші види більш складного навантаження елементів будівельних конструкцій. Такі геометричні характеристики перерізів, як статичний момент площі, осьові, відцентровий і полярний моменти інерції, моменти опору тощо, необхідно вміти визначати для оцінки міцності та жорсткості стержневих систем.

Шоста задача включає виконання трьох завдань щодо підбору за умовою міцності перерізів балок, виконаних: з різного профілю металопрокату та матеріалу. В першому завданні потрібно для сталевий балки підібрати двотавровий, прямокутний і круглий переріз. В другому – для заданого профілю перерізу вибрати за умовою міцності лінійні розміри перерізу чавунної балки. В третьому завданні необхідно розрахувати складений переріз сталевий балки.

Кожне завдання посібника супроводжується докладними методичними рекомендаціями щодо основних теоретичних положень змістових модулів та прикладами розв'язку задач.

ЗАГАЛЬНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ РОБІТ

В процесі виконання індивідуальних завдань по курсу «Опір матеріалів» ЗВО, що навчаються за спеціальністю 192 Будівництво та цивільна інженерія набувають фахових умінь застосування теоретичних знань для вирішення практичних інженерних задач щодо розрахунку елементів машин, будівель та споруд на міцність, жорсткість і стійкість. Виконання індивідуальних завдань розрахунково-графічних робіт з «Опору матеріалів» сприяє набуттю навичок застосування умов міцності для реалізації проектного, конструкторського і перевірного розрахунків елементів будівельних конструкцій, що працюють в умовах як простого, так і складного напружено-деформованого стану.

Виконуючи індивідуальне завдання, ЗВО повинен уважно ознайомитися із основними теоретичними відомостями та розрахунковими формулами заданої теми, з наведеними прикладами рішення задач та послідовністю виконання розрахунків.

Вихідні дані ЗВО обирають з таблиць відповідно за шифром власного варіанту, який визначає викладач. Якщо вихідні дані вибрані не за шифром варіанта, то рішення задач вважається недійсним і повертається студенту на переробку.

На початку рішення кожної задачі необхідно вписати повністю її умову, числові дані, скласти в масштабі акуратні креслення і вказати на них всі величини, необхідні для розрахунку.

Рішення задач повинно супроводжуватися короткими поясненнями і кресленнями, на яких всі розрахункові величини слід вказати в числах, що відповідають власному варіанту. При використанні в розрахунках формул слід підставити в них числові значення і, не наводячи проміжних обчислень, записати відповідь із зазначенням розмірності визначених величин.

Якщо неправильно виконана робота повернута ЗВО для виправлення, то ці виправлення слід виконати на окремих аркушах, вкласти їх в не зараховану роботу і здати повторно на перевірку. Окремо від початкового варіанту розв'язку завдань розрахунково-графічної роботи виправлення не розглядаються.

Задачі оформляються у формі пояснювальної записки на аркушах формату А4 (297*210) згідно ДСТУ 3008-95. Документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення. Звіт з виконання РГР включає:

- ✓ Титульний аркуш;
- ✓ Зміст (перелік всіх завдань із зазначенням сторінок);
- ✓ Рішення задач;
- ✓ Використані джерела.

Виконану і зараховану розрахунково-графічну роботу ЗВО повинен пред'явити на заліку або іспиті.

Критерії оцінювання виконання РГР наведені в таблиці нижче.

Зразок оформлення титульного аркуша дивись в додатку А.

№ п/п	Критерії оцінки виконання РГР	Розподіл балів
1	Своєчасне виконання РГР або дострокове	5
2	Несвоєчасне виконання (з запізненням на 7 і більше днів)	-5
3	Відповіді на теоретичні питання	5
4	Якість оформлення	5
5	Якість оформлення графічної частини	5
6	Захист РГР у відповідності до графіка	5
7	Захист РГР несвоєчасний	-5
8	Відповіді на складі запитання та більш розширене тлумачення питання при захисті	5
	Разом	30

Всі завдання розрахунково-графічної роботи №1 повинні виконуватися за принципами академічної доброчесності. ЗВО повинні ознайомитися з «Кодексом академічної доброчесності Національного університету «Чернігівська політехніка» (нова редакція)», затвердженого Вченою радою Національного університету «Чернігівська політехніка» 31 травня 2021 р. протокол № 5 та введеного в дію наказом ректора від 31 травня 2021 р. №100 (<https://stu.cn.ua/wp-content/uploads/2021/06/kodeks-akademichnoyi-dobrochesnosti-nova-redakciya.pdf>).

Основні положення Кодексу щодо самостійної роботи здобувачів вищої освіти з виконання індивідуальних завдань наведено в додатку В.

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ №1 З ДИСЦИПЛІНИ «ОПІР МАТЕРІАЛІВ»

Задача №1. Розрахунок статично визначуваних систем, які працюють на розтягання і стискання

Ступінчатий брус завантажений силами F_1, F_2, F_3 , що напрямлені вздовж його осі. Задано довжини ділянок a, b, c і площі їх поперечних перерізів F_1 і F_2 . Модуль пружності матеріалу $E=2 \cdot 10^5$ МПа, границя текучості $\sigma_T=240$ МПа і запас міцності відносно до межі текучості $n_T=1,5$.

Необхідно:

1) побудувати епюри повздовжніх сил N , напружень σ і повздовжніх переміщень Δ ;

2) перевірити виконання умови міцності.

Розрахункові схеми вибираються за рис. 1, числові дані беруться з табл. 1.

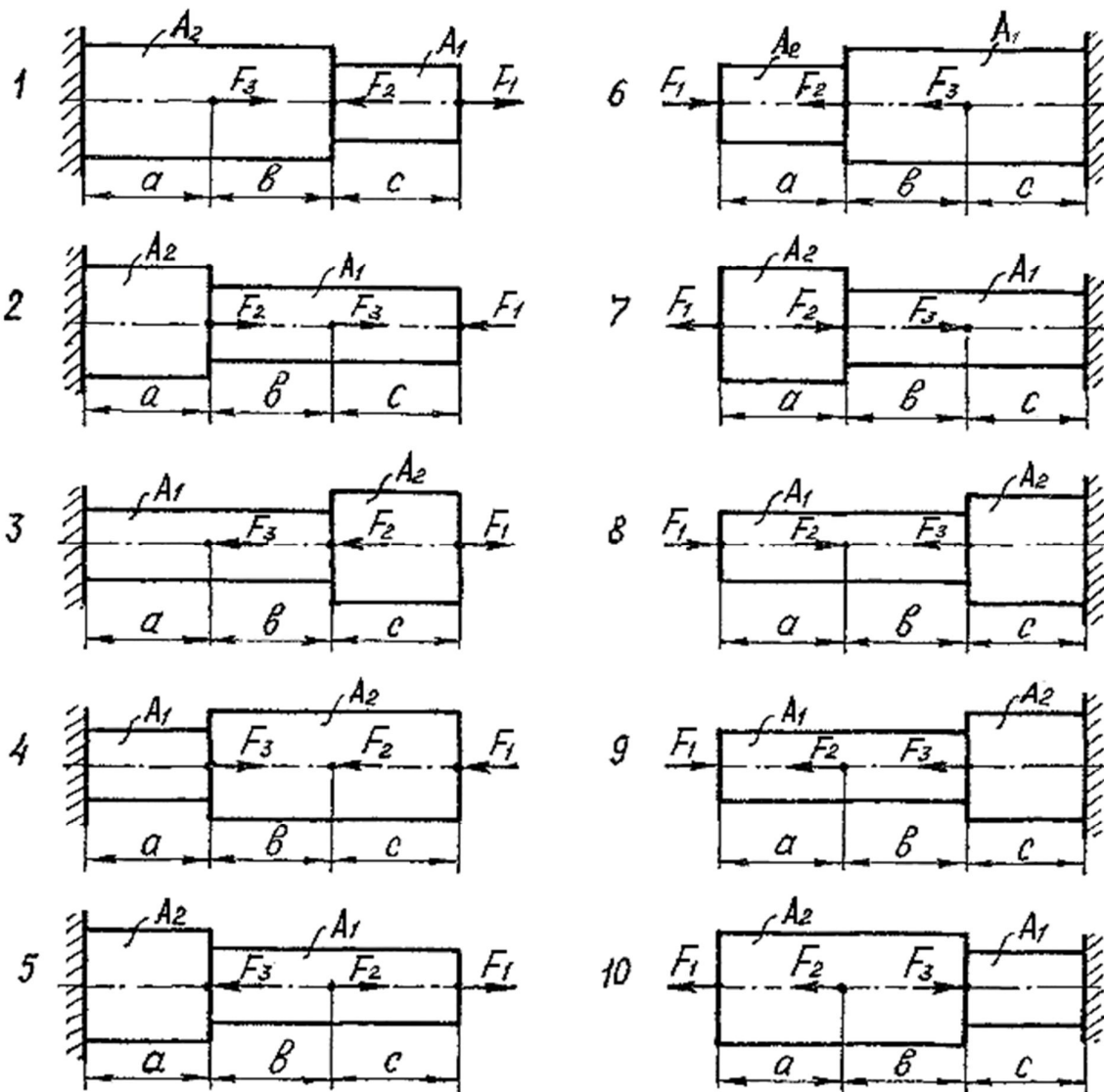


Рис. 1. Розрахункові схеми до задачі № 1

Числові дані до задачі № 1

Номер рядка	Номер схеми за рис. 1	Сила, кН			Довжина ділянок, м			Площа поперечного перерізу, см ²	
		F_1	F_2	F_3	a	b	c	A_1	A_2
1	1	40	90	100	0,3	0,5	0,6	5	10
2	2	45	80	120	0,3	0,5	0,5	4	12
3	3	50	85	110	0,4	0,6	0,4	6	14
4	4	35	70	115	0,4	0,6	0,6	4	10
5	5	40	75	100	0,5	0,4	0,3	5	15
6	6	50	80	95	0,5	0,4	0,4	6	18
7	7	60	70	120	0,3	0,2	0,5	4	12
8	8	45	60	115	0,4	0,3	0,6	7	10
9	9	35	65	110	0,2	0,4	0,4	8	14
0	10	30	90	95	0,5	0,5	0,3	6	16

Методичні вказівки до рішення задачі №1

Основні теоретичні відомості та розрахункові формули

Розглянемо такий вид навантаження, як розтягнення (стиснення), при якому в поперечних перерізах бруса виникають тільки поздовжні сили, спрямовані уздовж його осі, всі інші внутрішні зусилля дорівнюють нулю.

Поздовжня, або нормальна сила, N вважається позитивною при розтягуванні і негативною при стисненні. Її величина може бути знайдена за допомогою методу перерізів: вона чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій на вісь бруса всіх зовнішніх сил, прикладених до бруса з одного боку від розглянутого перерізу.

Діюча в поперечному перерізі поздовжня сила N рівномірно розподіляється за всім перерізом і, як наслідок цього, нормальні напруги σ також рівномірно розподіляються за всім перерізом.

Їх величина визначається за формулою

$$\sigma = \frac{N}{A}, \quad (1.1)$$

де N - поздовжня сила в поперечному перерізі;

A - його площа.

Сила вимірюється в Ньютонах (Н), площа поперечного перерізу – в квадратних метрах (м²), нормальні напруження – в Паскалях (Па).

Абсолютне подовження бруса при розтягуванні визначається за формулою

$$\Delta l = l_k - l, \quad (1.2)$$

де l – початкова довжина бруса;

l_k - довжина бруса після деформації.

Відносне подовження бруса (відносна поздовжня деформація)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (1.3)$$

при розтягуванні $\Delta l > 0$ і $\varepsilon > 0$, при стисненні ці величини негативні.

Абсолютне поперечне звужування

$$\Delta b = b_{\kappa} - b, \quad (1.4)$$

де b - початковий поперечний розмір бруса;

b_{κ} - величина поперечного розміру бруса після навантаження.

Відносне поперечне звужування (відносна поперечна деформація)

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}. \quad (1.5)$$

Абсолютна величина відношення ε'/ε , що позначається ν , Називається коефіцієнтом Пуассона. Вона є постійною для кожного матеріалу і характеризує його пружні властивості:

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|. \quad (1.6)$$

Між нормальними напруженнями і відносним подовженням існує прямо пропорційна залежність, яка називається законом Гука

$$\sigma = \varepsilon E, \quad (1.7)$$

де E – коефіцієнт пропорційності (модуль пружності першого роду, або модуль Юнга).

Модуль пружності – це фізична характеристика матеріалу, яка вимірюється в тих же одиницях, що і нормальні напруження.

Враховуючи що $\sigma = \frac{N}{A}$ і $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$, можна записати вираз для обчислення абсолютного подовження бруса у вигляді

$$\Delta l = \frac{N l}{E A}. \quad (1.8)$$

Для ступінчатого стержня і (або) стержня з декількома поздовжніми навантаженнями подовження обчислюється як алгебраїчна сума подовжень ділянок бруса, в межах яких N , E , A постійні:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \cdot l_i}{E_i A_i}. \quad (1.9)$$

Якщо ж величини N і A змінюються за довжиною бруса, його абсолютне подовження обчислюється за формулою

$$\Delta l = \int_l \frac{N(z) dz}{E A(z)}. \quad (1.10)$$

Використовуючи співвідношення $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$, яке називається умовою міцності за допустимими напруженнями, можна вирішити три основні задачі опору матеріалів:

1. Підібрати переріз розтягнутого (стиснутого) бруса, при якому його міцність буде забезпечена. Розрахункова формула в цьому випадку має вигляд

$$\frac{N}{A} \leq [\sigma], \quad (1.11)$$

де N – поздовжня сила в небезпечному перерізі бруса (перерізі, в якому діє максимальне нормальне напруження);

A - площа поперечного перерізу бруса;

$[\sigma]$ – допустимі напруження матеріалу бруса.

Звідси визначається необхідна площа його перерізу

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]}. \quad (1.12)$$

Знаючи форму перерізу і його площу, можна визначити лінійні розміри перерізу або за сортаментом підібрати необхідний стандартний профіль: кутник, швелер, двотавр тощо.

Допустимі напруження $[\sigma]$ або задаються, або знаходяться за формулою

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{небезпеч}}}{n}, \quad (1.13)$$

де $\sigma_{\text{небезпеч.}} = \sigma_T$ – межа текучості для пластичних матеріалів;

$\sigma_{\text{небезпеч.}} = \sigma_6$ – тимчасовий опір для крихких матеріалів;

n - запас міцності матеріалу.

2. Визначити допустиме навантаження, якщо відомі міцнісні властивості матеріалу і площа поперечного перерізу бруса.

Розрахункова формула, що впливає з умови міцності

$$N \leq A[\sigma], \quad (1.14)$$

дозволяє обчислити найбільше значення поздовжньої сили N , що діє в небезпечному перерізі і, отже, величину зовнішнього навантаження, прикладеного до бруса.

3. Виконати перевірочний розрахунок міцності бруса.

При перевірочному розрахунку навантаження, розміри і матеріал, з якого виготовлений брус, вважаються відомими. Обчислюється найбільше нормальне напруження в небезпечному поперечному перерізі і порівнюється з допустимим:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma]. \quad (1.15)$$

Якщо $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$, то міцність бруса забезпечено.

Приклад рішення задачі №1

Ступінчастий брус навантажений силами F_1, F_2, F_3 , (рис.2, а).

Потрібно побудувати епюри поздовжніх сил N , нормальних напружень σ , поздовжніх переміщень Δ і перевірити, чи виконується умова міцності.

Числові дані до задачі вибираються за табл. 1.

Наприклад: $F_1 = 40$ кН, $F_2 = 90$ кН, $F_3 = 110$ кН;

$a = 0,5$ м, $b = 0,5$ м, $c = 0,4$ м;

$A_1 = 6$ см², $A_2 = 14$ см²

Для всіх варіантів приймається: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа ; $\sigma_T = 240$ МПа ; $n_T = 1,5$.

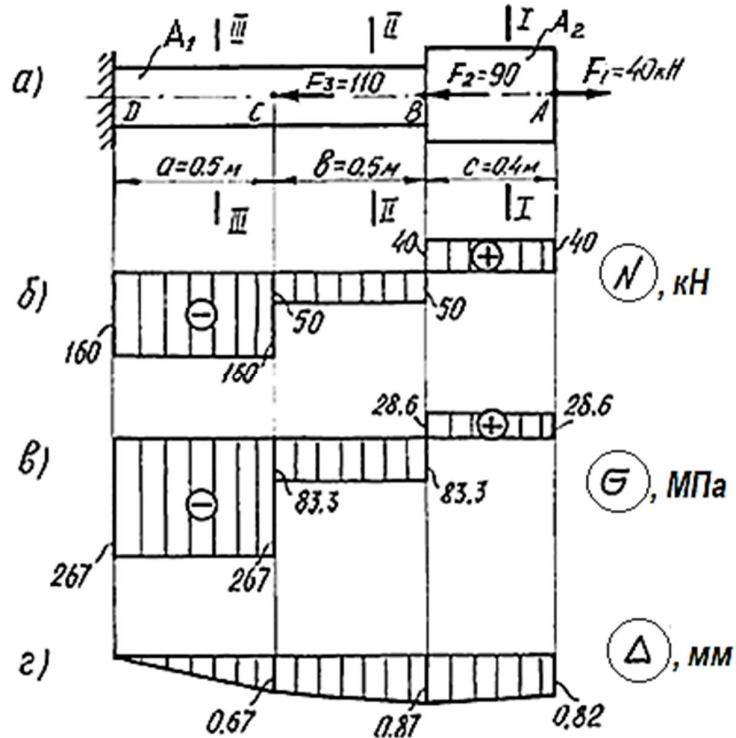


Рис. 2. Розрахункова схема бруса та епюри:
 а) – розрахункова схема; б) – епюра поздовжніх сил;
 в) – епюра напружень; г) – епюра поздовжніх переміщень.

1. Побудова епюри N .

На брус діють три сили, отже, поздовжня сила за його довжиною буде змінюватися. Розбиваємо брус на ділянки, в межах яких поздовжня сила буде постійною. В даному випадку межами ділянок є перерізи, в яких прикладені сили. Позначимо перерізи буквами A, B, C, D , починаючи з вільного кінця, в даному випадку правого.

Для визначення поздовжньої сили на кожній ділянці розглядаємо довільний поперечний переріз, сила в якому визначається за правилом, наведеним раніше. Щоб не визначати попередньо реакцію в затисненні D , починаємо розрахунки з вільного кінця бруса A .

Ділянка AB , переріз $I-I$. Праворуч від перерізу діє сила розтягу F_1 (Рис.2,а). У відповідності із наведеним вище правилом, отримуємо

$$N_{AB} = + F_1 = 40 \text{ кН.}$$

Ділянка BC , переріз $II-II$. Праворуч від нього розташовані дві сили, спрямовані в різні боки. З урахуванням правила знаків, отримаємо

$$N_{BC} = + F_1 - F_2 = 40 - 90 = - 50 \text{ кН.}$$

Ділянка CD , переріз $III-III$. Аналогічно отримуємо

$$N_{CD} = + F_1 - F_2 - F_3 = 40 - 90 - 110 = - 160 \text{ кН.}$$

За знайденими значеннями N у вибраному масштабі будуємо епюру,

враховуючи, що в межах кожної ділянки поздовжня сила постійна (рис.2, б).

Позитивні значення N відкладаємо вгору від осі епюри, негативні – вниз.

2. Побудова епюри напружень σ .

За формулою (1.1) обчислюємо напруження в поперечному перерізі для кожної ділянки бруса:

$$\sigma = \frac{N_{AB}}{A_{AB}} = \frac{40 \cdot 10^3}{14 \cdot 10^{-4}} = 2,86 \cdot 10^7 \frac{H}{cm^2} = 28,6 МПа;$$

$$\sigma = \frac{N_{BC}}{A_{BC}} = \frac{-50 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} = -83,3 МПа;$$

$$\sigma = \frac{N_{CD}}{A_{CD}} = \frac{-160 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} = -267 МПа.$$

При обчисленні нормальних напружень значення поздовжніх сил N беруться з епюри з урахуванням їх знаків. Знак плюс відповідає розтягу, мінус – стиску. Епюра напружень показана на рис. 2, в.

3. Побудова епюри поздовжніх переміщень Δ .

Для побудови епюри переміщень обчислюємо абсолютні подовження окремих ділянок бруса, використовуючи закон Гука (1.8):

$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} \cdot l_{AB}}{E \cdot A_{AB}} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 14 \cdot 10^{-4}} = 0,57 \cdot 10^{-4} м;$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{N_{BC} \cdot l_{BC}}{E \cdot A_{BC}} = \frac{-50 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = -2,1 \cdot 10^{-4} м;$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{N_{CD} \cdot l_{CD}}{E \cdot A_{CD}} = \frac{-160 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = -6,7 \cdot 10^{-4} м.$$

Визначаємо переміщення перерізів, починаючи з нерухомого закріпленого кінця.

Переріз D розташовано в затисненні, він не може зміщуватися і його переміщення дорівнює нулю:

$$\Delta_D = 0.$$

Переріз C переміститься в результаті зміни довжини ділянки CD . Переміщення перерізу C визначається за формулою

$$\Delta_C = \Delta l_{CD} = -6,7 \cdot 10^{-4} м.$$

При негативній (стиск) силі точка C зміститься вліво.

Переміщення перерізу B є результатом зміни довжин DC і CB . Додаючи їх подовження, отримуємо

$$\Delta_B = \Delta l_{CD} + \Delta l_{BC} = -6,7 \cdot 10^{-4} - 2,1 \cdot 10^{-4} = -8,8 \cdot 10^{-4} м.$$

Аналогічно, обчислюємо переміщення перерізу A :

$$\Delta_A = \Delta l_{CD} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{AB} = -6,7 \cdot 10^{-4} - 2,1 \cdot 10^{-4} + 0,57 \cdot 10^{-4} = -8,23 \cdot 10^{-4} м.$$

В обраному масштабі відкладаємо від вихідної осі значення обчислених переміщень. З'єднавши отримані точки прямими лініями, будуємо епюру

переміщень (рис. 2, з).

4. Перевірка міцності бруса.

Умова міцності записується в наступному вигляді:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma].$$

Максимальне напруження σ_{\max} знаходимо за епюрою напружень, вибираючи максимальне значення за абсолютною величиною:

$$\sigma_{\max} = 267 \text{ МПа}.$$

Це напруження діє на ділянці DC , всі перерізи якого є небезпечними.

Допустиме напруження обчислюємо за формулою (1.13):

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа}.$$

Порівнюючи σ_{\max} і $[\sigma]$, робимо висновок про те, що умова міцності не виконується, оскільки максимальне напруження перевищує допустиме.

Контрольні питання

1. Які внутрішні зусилля виникають в брусі при його навантаженні повздовжньою силою;
2. За допомогою якого методу визначаються внутрішні зусилля в стержнях, завантажених подовжніми силами? У чому сутність цього методу?
3. Які правила знаків для повздовжньої сили?
4. Що таке напруження повне, нормальне, дотичне? У яких одиницях воно вимірюється?
5. Що таке абсолютне подовження, відносне?
6. Який вигляд має закон Гука у відносних та абсолютних одиницях при розтяганні?
7. Що таке модуль пружності та коефіцієнт Пуассона? Що таке жорсткість при розтяганні?
8. Як визначаються напруження в перерізі та як вони розподіляються в перерізі при розтяганні?
9. Який вигляд має діаграма розтягання для мало вуглецевої сталі?
10. Що таке пружна та пластична деформації?
11. Що таке межа пружності, текучості, міцності?
12. Як за діаграмою розтягання визначити пружну й пластичну складові деформації?
13. Що таке допустиме напруження?
14. Як записується умова міцності при розтяганні?
15. Які напруження вважаються небезпечними для пластичних і крихких матеріалів?
16. Які три основні задачі опору матеріалів можна вирішити за основною умовою міцності при розтяганні-стисканні?

Задача № 2. Розрахунок статично невизначуваних систем, які працюють на розтягання і стискання

Абсолютно жорсткий брус AB спирається на шарнірно-нерухому опору і прикріплений за допомогою шарнірів до двох сталевих стержнів.

Потрібно підібрати перерізи стержнів за умовою їх міцності, прийнявши запас міцності відповідно до границі текучості $n_T = 2,5$.

Співвідношення площ поперечного перерізу стержнів вказано на розрахункових схемах, модуль пружності сталі для всіх варіантів $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Визначити допустиму силу, використовуючи розрахунок за граничною вантажопідйомністю, і порівняти її із заданою.

Числові дані беруться з табл.2, розрахункові схеми – за рис. 3.

Таблиця 2

Числові дані до задачі № 2

Номер рядка	Номер розрахункової схеми за рис. 2	Розмір, м			Сила F , кН	Марка сталі	Границя текучості, МПа
		a	b	c			
1	1	1,2	1,6	1,0	3	20	250
2	2	1,2	1,5	0,8	5	30	300
3	3	1,4	1,4	1,0	4	40	340
4	4	1,4	1,6	0,9	2	20	250
5	5	1,4	1,5	0,7	6	50	380
6	6	1,3	1,4	0,8	5	30	300
7	7	1,5	1,2	1,0	3	40X	800
8	8	1,5	1,1	0,9	4	20	250
9	9	1,2	1,5	1,0	6	40	340
0	10	1.2	1.6	1,0	4	40X	800

Методичні вказівки до рішення задачі № 2

Основні теоретичні відомості та розрахункові формули

У задачі № 2 розглядається статично невизначувана конструкція, стержньові елементи якої працюють на розтягнення або стиснення і число невідомих сил, прикладених до абсолютно жорсткого бруса, перевищує можливе число рівнянь статички. Різниця між числом невідомих зусиль і числом можливих рівнянь статички визначає ступінь статичної невизначеності системи. Рівняння, яких бракує для визначення зусиль в стержнях, можна отримати, розглядаючи можливу деформацію системи. Співвідношення, що виражає залежність між деформаціями окремих елементів системи (конструкції), називається умовою сумісності деформацій. Рівняння сумісності деформації отримують, розглядаючи геометричні співвідношення між деформаціями

елементів конструкції. Використовувані при рішенні задачі розрахункові формули наведені в методичних вказівках до вирішення задачі № 1.

Метод розрахунку статично невизначеної системи за граничною вантажопідйомністю (за руйнівним навантаженням) досить докладно викладено в навчальній літературі і в даному посібнику розглянуто на конкретному прикладі.

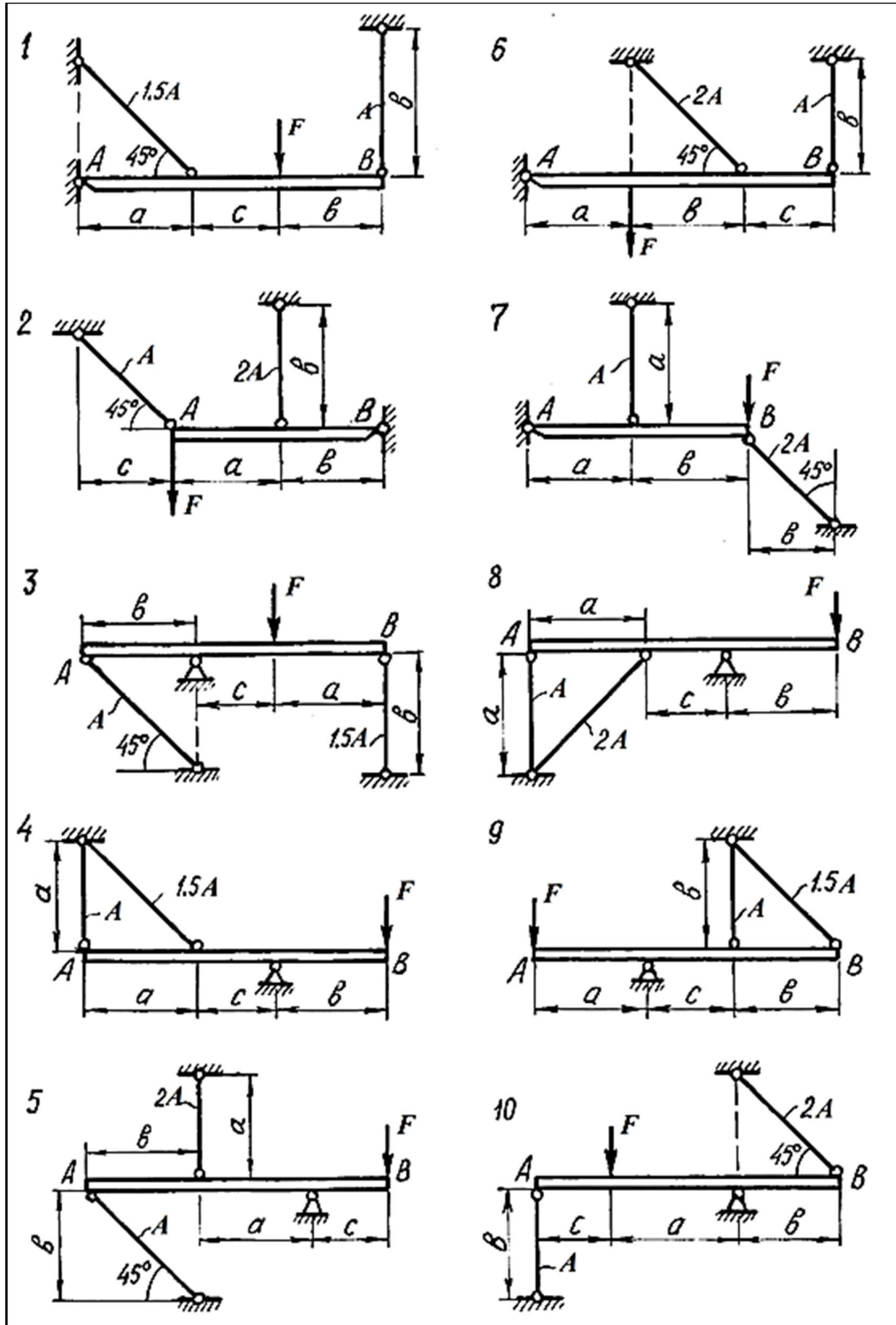


Рис. 3. Розрахункові схеми до задачі № 2
Приклад рішення задачі №2

Жорсткий брус AB закріплений, як показано на рис.4, та навантажений силою $F=5$ кН.

Потрібно підібрати перерізи стержнів з умови їх міцності. Числові дані до задачі беруться з табл.2. Для даної задачі приймемо $a=1,2$ м; $e=1,4$ м; $c=1,0$ м матеріал – сталь 40, $\sigma_T = 340$ МПа, $n_T = 2,5$, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Визначимо ступінь статичної невизначеності.

Жорсткий брус AB закріплений за допомогою шарнірно-нерухомої опори і підтримується двома деформованими сталевими стержнями AE і BK . На опорі C (рис.4) – дві складові реакції X_C й Y_C . Реакції в стержнях AE і BK спрямовані уздовж їх осей і прикладені до бруса AB в точках A і B . Напрямок цих реакцій рекомендується встановити після аналізу можливого деформованого стану конструкції.

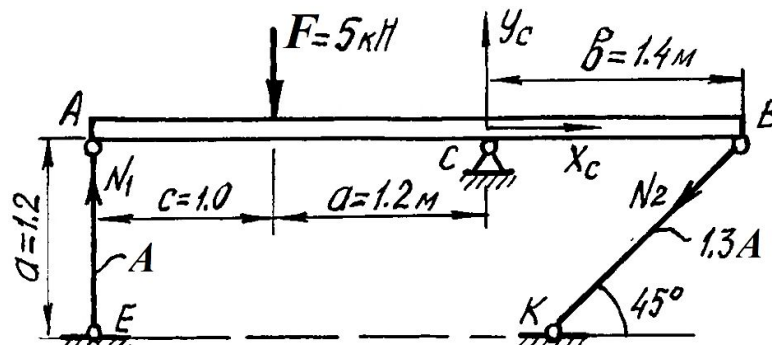


Рис. 4. Розрахункова схема статично невизначуваної системи

Для плоскої системи сил, що прикладені до конструкції, в загальному випадку можна скласти тільки три незалежних рівняння рівноваги. У розглянутій задачі до бруса AB прикладено чотири невідомих сили: дві реакції в шарнірі C і два зусилля в стержнях AE і BK . Різниця між числом невідомих зусиль і числом рівнянь статички показує, що для визначення цих невідомих необхідно скласти ще одне рівняння статички, в яке входили б шукані величини. Таке рівняння або кілька подібних рівнянь можна отримати з геометричних залежностей між деформаціями елементів заданої конструкції.

Розглянемо конструкцію після деформації її елементів (рис.5). Під дією сили F жорсткий брус може повернутися навколо точки C , при цьому стержні AE і BK будуть деформовані. Точки A і B описують при повороті бруса дуги кіл, які через малість переміщень замінюються дотичними, тобто вважається, що ці точки переміщуються по перпендикулярам до радіусів AC і BC цих дуг. Точка A зміщується вниз, займаючи положення A_1 , точка B – вгору, займаючи положення B_1 . Брус, як абсолютно жорсткий елемент конструкції, – положення A_1B_1 . Очевидно, що стержень AE стискається і стає коротшим на величину $AA_1 = \Delta l_1$. З'єднавши точки K і B_1 , знаходимо на кресленні положення стержня BK після його деформації. Опустивши перпендикуляр з точки B на пряму B_1K ,

знаходимо точку B_2 .

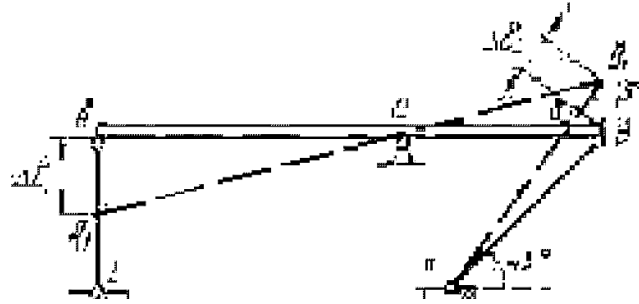


Рис. 5. Схема конструкції після деформації її елементів

Відрізок $B_1B_2 = \Delta l_2$ – подовження стержня BK .

Дійсно, $\Delta l_2 = KB_1 - KB = KB_1 - KB_2$, так як $KB = KB_2$, і стержень KB розтягнутий.

З'ясувавши напрямки зусиль в стержнях, показуємо вектори цих зусиль на схемі недеформованого стану конструкції (див. Рис. 4) і складаємо рівняння її рівноваги:

$$\sum M_C = 0: -N_1 \cdot (c + a) + P \cdot a - N_2 \cdot \sin 45^\circ \cdot b = 0 \quad (2.1)$$

Визначення складових реакції шарніра C , X_C, Y_C для рішення даного завдання не потрібно, і два інших рівняння статки не складаються.

Для обчислення зусиль у стержнях N_1, N_2 необхідно мати ще одне рівняння, яке називається рівнянням сумісності деформацій. Це рівняння отримуємо з геометричних співвідношень між деформаціями елементів заданої конструкції. При цьому через малість деформацій зміною кута нахилу стержня BK нехтуємо, вважаючи що $\angle BB_1B_2 = 45^\circ$.

Тоді :

$$BB_1 = \frac{B_1B_2}{\cos 45^\circ}.$$

З подібності трикутників A_1AC і B_1BC знаходимо співвідношення між деформаціями стержнів – Δl_1 і Δl_2 :

$$\frac{AA_1}{AC} = \frac{BB_1}{BC}; \frac{\Delta l_1}{a+c} = \frac{\Delta l_2}{\cos 45^\circ \cdot b};$$

$$\Delta l_1 = \frac{a+c}{b \cdot \cos 45^\circ} \cdot \Delta l_2 = \frac{(1,2+1)}{1,4 \cdot 0,707} \Delta l_2; \quad \Delta l_1 = 2,2 \cdot \Delta l_2 \quad (2.2)$$

Отримана залежність (2.2) називається умовою сумісності деформацій.

Абсолютні подовження стержнів можна виразити через зусилля, використовуючи формулу Гука (1.2):

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{E_1 A_1} = \frac{N_1 a}{EA}; \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E_2 A_2} = \frac{N_2 a}{E \cdot 1,3A \cos 45^\circ}. \quad (2.3)$$

Підставивши вирази (2.3) в умову сумісності деформацій (2.2), отримаємо

$$\frac{N_1 a}{E F} = 2,2 \cdot \frac{N_2 \cdot a}{E \cdot 1,3 F \cos 45^0}; \quad N_1 = 2,4 N_2. \quad (2.4)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (2.1) і (2.4), визначаємо зусилля в стержнях N_1, N_2 . Для цього підставимо значення N_1 з (2.4) в рівняння (2.2):

$$\begin{aligned} -2,4 N_2 (c + a) + F a - N_2 \sin 45^0 b &= 0; \\ -2,4 N_2 (1 + 1,2) + 5 \cdot 1,2 - N_2 \sin 45^0 1,4 &= 0. \end{aligned}$$

Розв'язавши систему рівнянь, отримаємо

$$\begin{aligned} N_2 &= 0,96 \text{ кН}; \\ N_1 &= 2,4 \cdot 0,96 = 2,3 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Обчисливши зусилля в стержнях, переходимо до підбору площ їх поперечних перерізів.

Для заданого матеріалу за формулою (1.13) обчислимо допустимі напруження:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T} = \frac{340 \cdot 10^6}{2,5} = 136 \cdot 10^6 \text{ Па} = 136 \text{ МПа}.$$

Визначаємо напруження в стержнях і вибираємо найбільше:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{N_1}{A_1} = \frac{2,3 \cdot 10^3}{A} \text{ Па}; \\ \sigma_2 &= \frac{N_2}{A_2} = \frac{0,96 \cdot 10^3}{1,3 \cdot A} = \frac{0,74 \cdot 10^3}{A} \text{ Па}. \end{aligned}$$

Площу перерізу A підбираємо за умовою міцності найбільш навантаженого стержня. Так як σ_1 більше σ_2 , Використовуємо умову міцності першого стержня:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &\leq [\sigma]; \quad \frac{2,3 \cdot 10^3}{A} \leq 136 \cdot 10^6 \text{ Па}; \\ A &\geq 0,17 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 0,17 \text{ см}^2. \end{aligned}$$

Площі перерізів стержнів приймаємо відповідно до заданих співвідношень:

$$A_1 = A = 0,17 \text{ см}^2; \quad A_2 = 1,3 \cdot A = 1,3 \cdot 0,17 = 0,221 \text{ см}^2.$$

Визначення допустимої сили F_0 за умовою задачі виконується за граничною вантажопідйомністю конструкції.

Граничним станом конструкції називається такий стан, при якому вона починає деформуватися без збільшення навантаження.

В даному прикладі це станеться в тому випадку, коли напруження у всіх стержнях досягнуть межі текучості

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_T.$$

Зусилля в стержнях будуть визначатися за формулами

$$N_1 = \sigma_T \cdot A_1; \quad N_2 = \sigma_T \cdot A_2. \quad (2.5)$$

Навантаження, що відповідає граничному стану, називається граничним. Його величину можна знайти з рівняння граничної рівноваги, яке отримується з

рівняння (2.1) після підстановки в нього значень N_1, N_2 :

$$-\sigma_T \cdot A_1 \cdot (c + a) + F_{гр} \cdot a - \sigma_T \cdot A_2 \cdot \sin 45^\circ \cdot b = 0.$$

$$F_{гр.} = \frac{1}{a} \cdot [\sigma_T A_1 (c + a) + \sigma_T A_2 \sin 45^\circ b] =$$

$$= \frac{1}{1,2} [340 \cdot 10^6 \cdot 0,17 \cdot 10^{-4} \cdot (1 + 1,2) + 340 \cdot 10^6 \cdot 0,221 \cdot 10^{-4} \cdot \sin 45^\circ \cdot 1,4] =$$

$$= 16,8 \cdot 10^3 \text{ Н.}$$

Допустимі навантаження з урахуванням заданого коефіцієнту запасу дорівнюють

$$F_d = \frac{F_{гр}}{n_T} = \frac{16,8 \cdot 10^3}{2,5} = 6,72 \cdot 10^3 \text{ Н} = 6,72 \text{ кН.}$$

Величину допустимого навантаження при розрахунку за граничною вантажопідйомністю отримали більшою, ніж при розрахунку за допустимими напруженнями:

$$\frac{F_d}{F_3} = \frac{6,72}{5} = 1,34.$$

Різниця становить 34%, що є результатом різних припущень про небезпечний стан конструкції: при розрахунку за допустимими напруженнями небезпечним вважається стан, при якому тільки в одному стержні напруження досягають межі текучості. Для статично невизначених систем розрахунок за граничною вантажопідйомністю дає більш економічне рішення при призначенні розмірів перерізу, тому ним досить часто користуються в будівельній практиці.

Контрольні питання

1. Що таке статично невизначувана система? Наведіть приклад.
2. Що таке ступінь статичної невизначуваності?
3. Як визначити ступінь статичної невизначуваності досліджуваної системи?
4. Який план рішення статично невизначуваних систем?
5. Які основні етапи рішення статично невизначуваних задач?
6. Яка сутність розрахунку статично невизначуваних систем за допустимою вантажопідйомністю?

Задача № 3. Побудова епюр внутрішніх зусиль для балок

Для трьох заданих схем завантаження балок потрібно побудувати епюри поперечних сил Q і згинальних моментів M .

Числові дані беруться з табл. 3, розрахункові схеми – за рис. 6.

Таблиця 3

Числові дані до задачі №6

Номер строки	Номер розрахункової схеми (рис. 6)	Сила		Момент		Довжина ділянки a , м	Інтенсивність розподіленого навантаження q , кН/м
		F_1 , кН	F_2 , кН	m_1 , кН·м	m_2 , кН·м		
1	1	40	90	10	10	1	10
2	2	45	80	12	10	1,5	15
3	3	50	85	15	14	2	20
4	4	35	70	12	12	1	10
5	5	50	80	10	15	2	10
6	6	60	70	10	12	1	15
7	7	45	60	12	10	1,5	20
8	8	35	65	10	10	1	10
9	9	40	75	13	10	1	10
0	10	30	90	18	12	2	15

Методичні вказівки до рішення задачі № 3

Основні теоретичні відомості та розрахункові формули

При згинанні в поперечному перерізі бруса, який в цьому випадку називається балкою, виникають два внутрішніх зусилля: поперечна сила Q і згинальний момент M_z .

Поперечною силою в перерізі називається внутрішнє зусилля, чисельно рівне алгебраїчній сумі проекцій всіх сил, що діють на балку з одного боку від перерізу, на нормаль до осі балки. Поперечна сила вважається додатною, якщо вона прагне обернути нескінченно малий елемент балки за ходом годинникової стрілки. Зворотний напрямок обертання відповідає від'ємній поперечній силі (рис. 7).

Згинальним моментом в перерізі балки називається внутрішнє зусилля, чисельно рівне алгебраїчній сумі моментів зовнішніх сил, що діють на балку з одного боку від перерізу, відносно її центра ваги. Згинальний момент додатний, якщо під його впливом балка згинається опуклістю вниз; при вигині опуклістю

вгору згинальний момент вважається від'ємним (рис. 8). Епюра згинальних моментів будується з боку розтягнутого волокна балки, яке знаходиться з випуклої частини балки. Додатні значення згинального моменту відкладаються вниз від осі епюри, від'ємні – вгору.

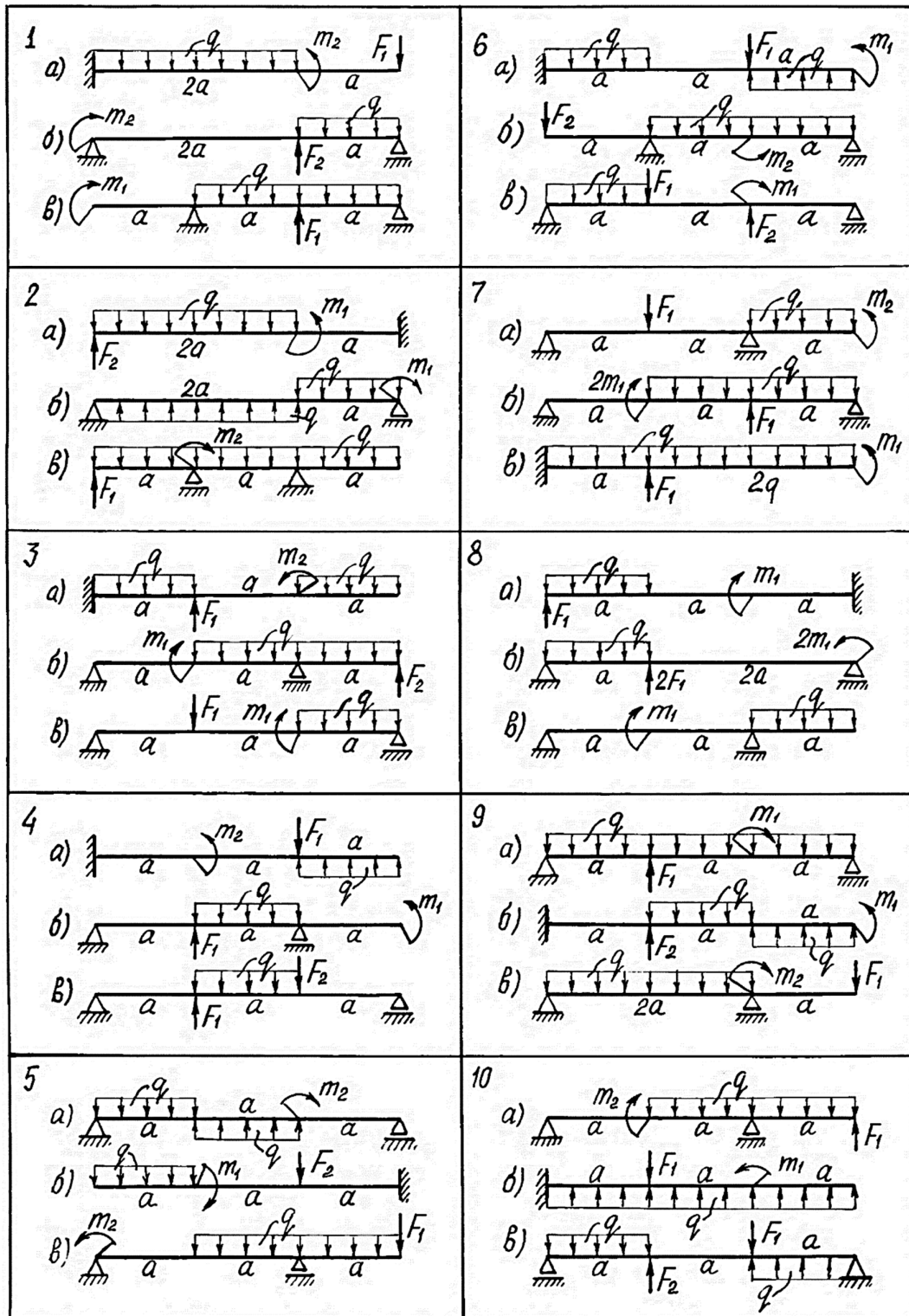


Рис. 6. Розрахункові схеми балок до задачі № 3



Рис. 7. Правило знаків для поперечної сили

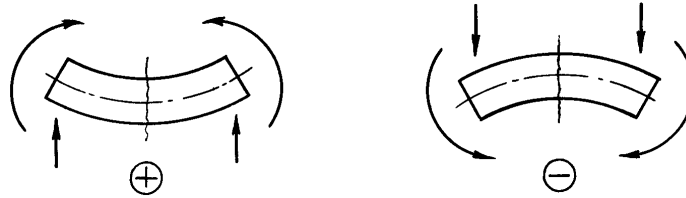


Рис. 8. Правило знаків для згинального моменту

Розв'язок задач, пов'язаних з розрахунками балок на міцність і жорсткість, вимагає побудови графіків зміни внутрішніх зусиль за довжиною бруса – епюр поперечних сил і згинальних моментів. Метою побудови епюр при розрахунках на міцність є наочне уявлення зміни внутрішніх зусиль в перерізі в залежності від його положення і визначення найбільш навантажених (напружених) ділянок балки.

Для того щоб встановити закон зміни внутрішніх зусиль за довжиною балки, вибирається прямокутна система координат, вісь абсцис x спрямовується уздовж осі балки, а осі y, z об'єднуються з головними центральними осями інерції поперечного перерізу. Потім записуються аналітичні вирази для поперечної сили і згинального моменту у вигляді функцій від абсциси x , що визначає положення перерізу, що розглядається. Склавши рівняння $Q(x)$ і $M_z(x)$, абсцисі надають послідовно конкретних значень і обчислюють величини Q і M_z , відкладаючи їх у прийнятому масштабі від осі епюри вгору або вниз, будуючи таким чином графіки функцій $Q(x)$ і $M_z(x)$ – епюри поперечних сил і згинальних моментів.

Розглянемо *другий метод побудови епюр* внутрішніх зусиль, що діють в перерізах балки. Він полягає в тому, що поперечні сили і згинальні моменти обчислюються на границях ділянок без запису рівнянь $Q(z)$, $M(z)$, а відповідні епюри будуються на підставі диференціальних залежностей між Q , M , q :

$$Q = \frac{dM}{dx}; \quad q = \frac{dQ}{dx} = \frac{d^2M}{dx^2} \quad (3.1)$$

Залежності (3.1) дозволяють встановити такі характерні особливості епюр поперечних сил і згинальних моментів:

На ділянках, де немає розподіленого навантаження, епюра Q обмежена прямими, паралельними осі балки, а епюра M – похилими прямими (рис. 9, *а* – $Q > 0$ і рис. 9, *б* – $Q < 0$).

На ділянках, де прикладено рівномірно розподілене навантаження інтенсивністю q , епюра Q обмежена похилими прямими, а епюра M –

квадратними параболоми, опуклість яких спрямована за вектором рівномірно розподіленого навантаження (рис.10, *a* і *б*).

На ділянках, де $Q > 0$, згинальний момент зростає (рис. 10, *a*); якщо $Q < 0$ – згинальний момент спадає (рис. 10, *б*).

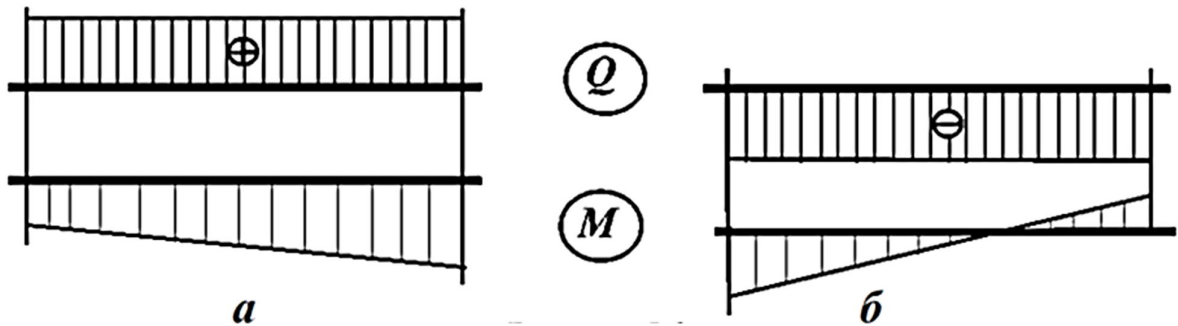


Рис. 9

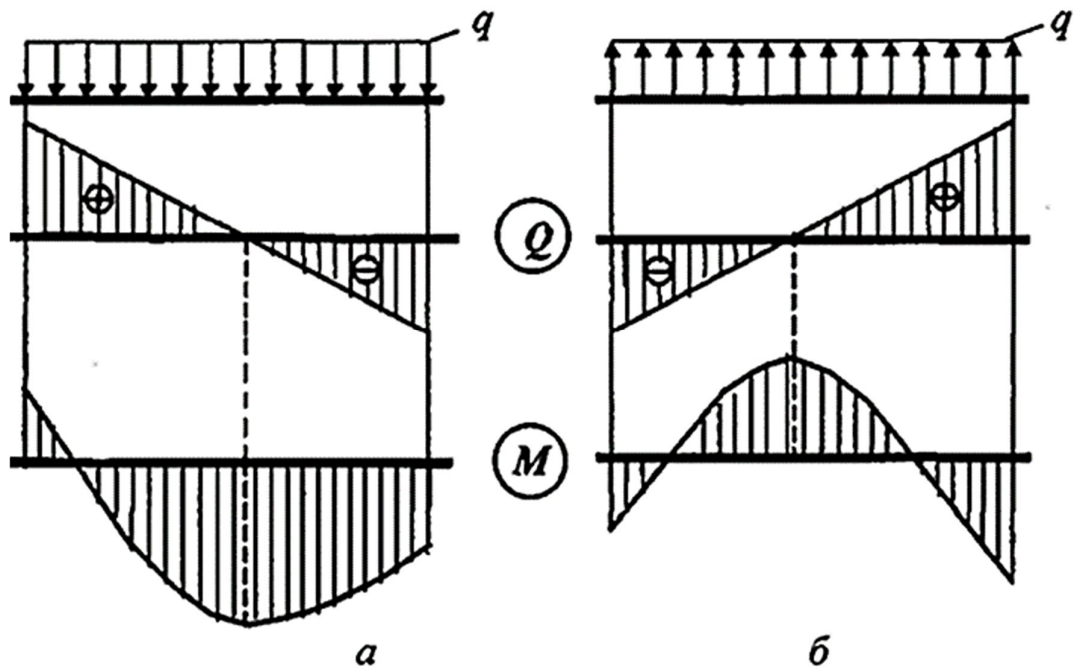


Рис. 10

У перерізах, де до балки прикладені зосереджені сили, на епюрі Q будуть скачки на величину прикладених сил, а на епюрі M – переломи, вістря яких спрямоване за напрямком цих сил (рис. 11).

У перерізах, де до балки прикладені пари сил (зосереджені моменти), на епюрі M будуть скачки на величину цих моментів (рис. 12). При цьому лінії епюр M до стрибка і після нього паралельні, а на епюрі Q змін не буде. Відзначимо, що якщо в одному перерізі прикладені і сила, і момент то сила викликає перелом і порушує паралельність.

Якщо на ділянці балки є рівномірно розподілене навантаження і епюра Q в межах ділянки змінює знак, то в перерізі, де $Q = 0$, на епюрі M_z буде екстремум (рис. 10, *a* і *б*).

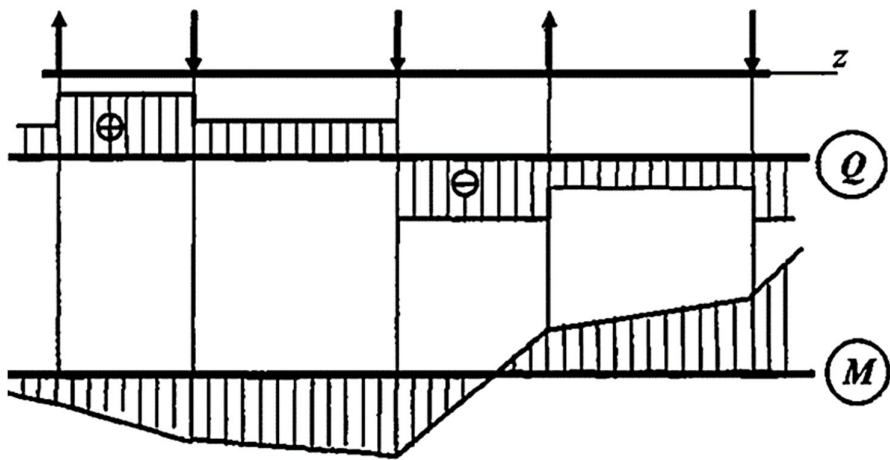


Рис. 11

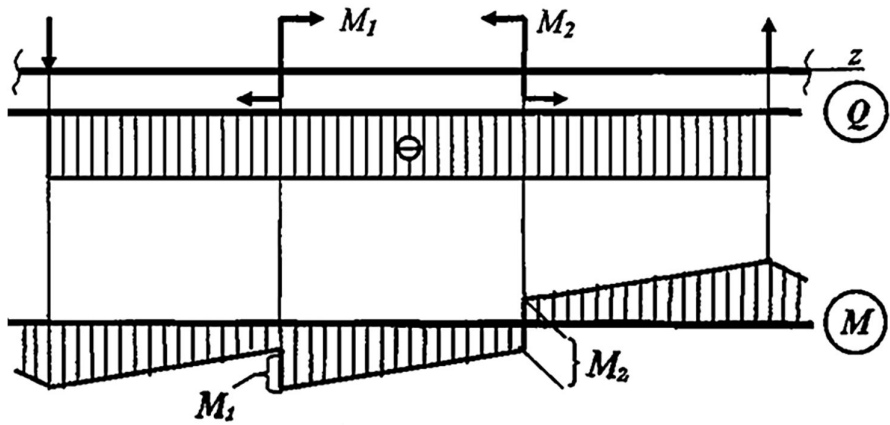


Рис. 12

Якщо на кінці консолі або в кінцевій опорі до балки прикладений зосереджений момент, то в цьому перерізі згинальний момент рівний зовнішньому моменту (рис. 13, переріз С).

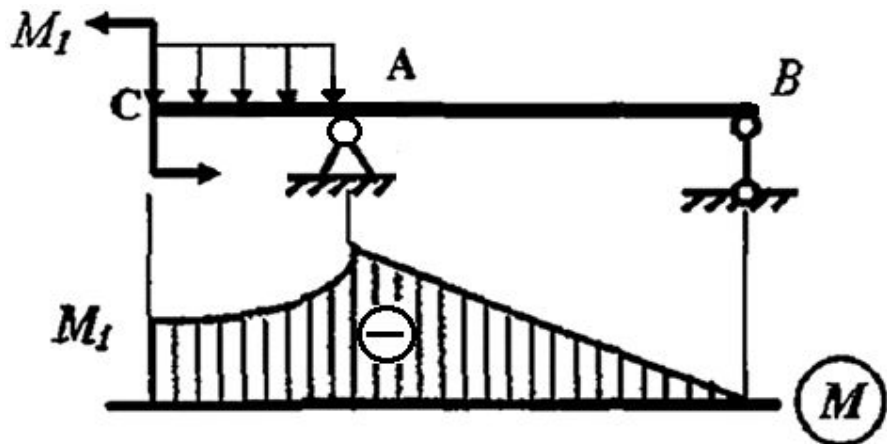


Рис. 13

Якщо ж у шарнірній опорі зовнішній момент відсутній, то в ній згинальний момент $M = 0$ (рис. 13, переріз B), що має місце в більшості випадків.

Приклад рішення задачі №3

Потрібно побудувати епюри поперечних сил і згинальних моментів для балки зображеної на рис. 14 ($a = 1$ м; $q = 10$ кН/м).

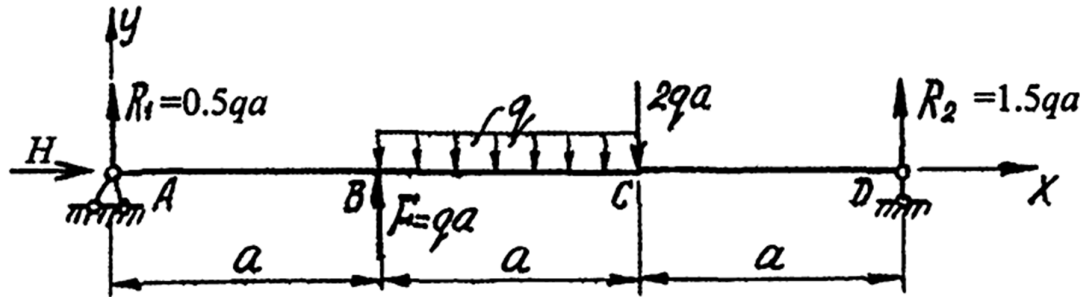


Рис. 14. Розрахункова схема балки

1. Визначення опорних реакцій.

На схемі показуємо опорні реакції R_1 , H , R_2 . Вертикальні реакції спрямовуємо вгору і записуємо рівняння рівноваги:

$$\sum X = 0; \quad H = 0;$$

$$\sum M_D = 0; \quad R_1 \cdot 3a + qa \cdot 2a - qa \cdot 1,5a - 2qa \cdot a = 0;$$

$$\text{Звідки } R_1 = 0,5qa.$$

$$\sum M_A = 0; \quad R_2 \cdot 3a - 2qa \cdot 2a - qa \cdot 1,5a + qa \cdot a = 0;$$

$$\text{Звідки } R_2 = 1,5qa.$$

Перевіримо правильність обчислень, склавши ще одне рівняння рівноваги:

$$\sum Y = 0; \quad 0,5qa + qa - qa - 2qa + 1,5qa = 0.$$

Умова рівноваги задовольняється, опорні реакції визначені правильно.

2. Побудова епюри Q .

Подумки розбиваємо балку на ділянки. Границями ділянок є перерізи, в яких до балки прикладені зосереджені сили або пари сил, починаються або закінчуються розподілені навантаження, є проміжні шарніри. У розглянутій балці граничними перерізами будуть перерізи A , B , C і D . Для кожної з трьох ділянок напишемо аналітичний вираз $Q(x)$.

Ділянка AB , $0 < x < a$. Розглянемо довільно вибраний переріз з абсцисою x . Розсікаючи балку в цьому перерізі на дві частини і відкинувши праву частину, обчислюємо алгебраїчну суму проекцій на вісь y всіх сил, що діють зліва від перерізу:

$$Q(x) = R_1 = 0,5qa.$$

Поперечна сила не залежить від змінної x на протязі всієї ділянки, отже, епюра Q обмежена прямою, паралельною осі абсцис. Відклавши від осі епюри вгору в обраному масштабі $0,5qa$ (рис.15), будуємо епюру на цій ділянці.

Ділянка BC , $a < x < 2a$. Алгебраїчна сума проекцій всіх сил на вісь y зліва від перерізу з абсцисою x

$$Q(x) = 0,5qa + qa - q(x - a) = 1,5qa - q(x - a).$$

Отриманий вираз є рівнянням похилої прямої, яку можна побудувати за двома точками. Для її побудови знайдемо значення поперечної сили на границях ділянок балки

$$x = a, Q(a) = 1,5qa; \quad x = 2a, Q(2a) = 0,5qa.$$

Ділянка CD , $2a < x < 3a$. Поперечна сила на відстані x від початку координат

$$Q(x) = 0,5qa + qa - qa - 2qa = -1,5qa.$$

Так як поперечна сила не залежить від змінної x , на останній ділянці епюра Q обмежена прямою, паралельною осі балки (див. рис. 15).

3. Побудова епюри M_z

Аналітичний вираз для обчислення згинального моменту в перерізі x необхідно записати для кожної ділянки балки.

Ділянка AB :

$$M_z(x) = 0,5qax.$$

На цій ділянці балки згинальний момент зростає за лінійним законом і епюра M_z обмежена похилою прямою. Обчислюючи його значення в перерізах на границях ділянки, будуємо в масштабі (рис. 15) епюру M_z на розтягнутому волокні

$$x = 0, M_z(0) = 0; \quad x = a, M_z(a) = 0,5qa^2.$$

Ділянка BC :

$$M_z(x) = 0,5qax + qa(x - a) - 0,5q(x - a)^2.$$

Отримане рівняння є рівнянням квадратної параболи і, оскільки поперечна сила Q на ділянці BC не змінює знак, екстремуму на епюрі M_z не буде.

Визначимо згинальний момент на межі ділянки:

$$x = a, \quad M_z(a) = 0,5qa^2;$$

$$x = 2a, \quad M_z(2a) = 0,5qa \cdot 2a + qa(2a - a) - 0,5q(2a - a)^2 = 1,5qa^2.$$

Відклавши вниз від осі балки знайдені значення, проводимо квадратну параболу опуклістю вниз.

Ділянка CD :

$$M_z(x) = 0,5qax + qa(x - a) - qa(x - 1,5a) - 2qa(x - 2a).$$

В межах останньої ділянки балки ($2a < x < 3a$) згинальний момент лінійно

залежить від абсциси x , і епюра обмежена прямою лінією.

При $x = 2a$, $M_z(2a) = 1,5qa^2$, а при $x = 3a$, $M_z(3a) = 0$.

Епюри Q і M_z показані на рис. 15.

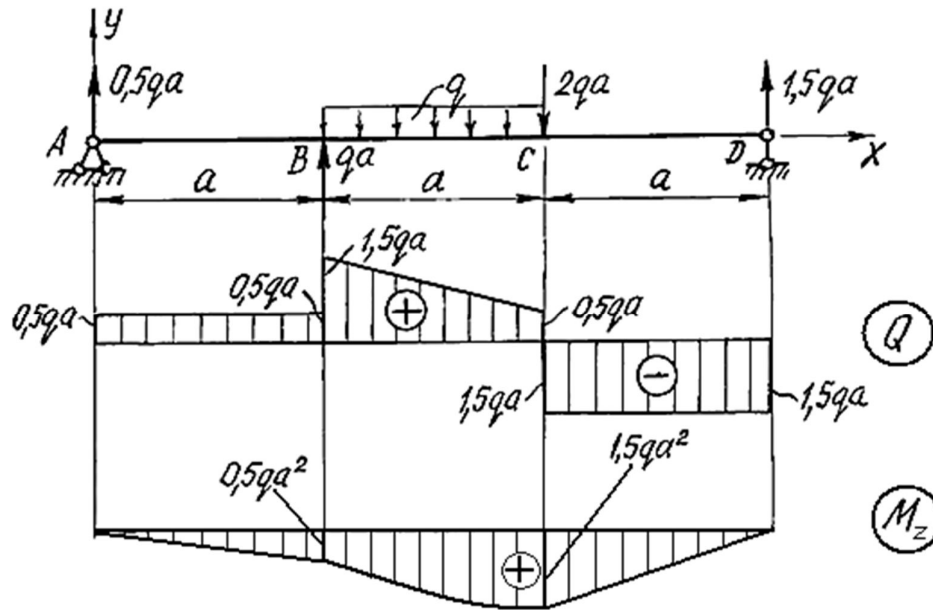


Рис.15. Розрахункова схема балки. Епюри поперечних сил і згинальних моментів

Розглянемо приклад побудови епюр внутрішніх зусиль для консольної балки, зображеної на рис. 16.

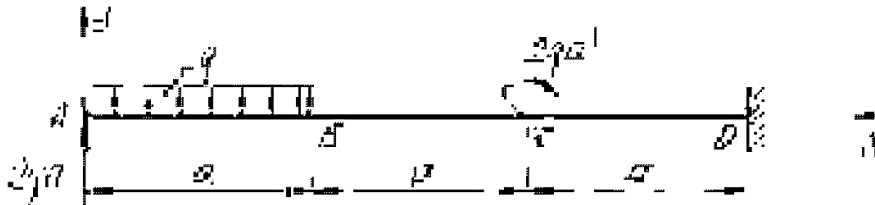


Рис. 16. Розрахункова схема консольної балки

Для побудови епюр M і Q розглядаємо три ділянки балки:

AB ($0 \leq x \leq a$), BC ($a \leq x \leq 2a$), CD ($2a \leq x \leq 3a$).

Для того щоб не обчислювати опорні реакції, розглянемо балку, починаючи з ділянки AB . Знайдемо поперечну силу і згинальний момент на початку цієї ділянки. Подумки розсічемо балку в перерізі A на дві частини і відкинемо праву її частину. Зліва на решту діє тільки зосереджена сила, рівна $2qa$. Проектуючи цю силу на нормаль до осі балки, отримуємо

$$Q(0) = 2qa.$$

Розсікаючи балку в перерізі B аналогічно, знаходимо величину поперечної сили в цьому перерізі – вона дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій сил, що діють на ліву частину балки, на нормаль до її осі:

$$Q(a) = 2qa - qa = qa,$$

де $2qa$ – проекція зосередженої сили на нормаль до осі балки;

qa – проекція рівнодіючої розподіленого навантаження.

Згинальний момент на початку першої ділянки $M(0)=0$; в кінці ділянки він дорівнює алгебраїчній сумі моментів щодо точки B від зосередженої сили $2qa$ і розподіленого навантаження:

$$M_z(a) = 2qa \cdot a - 0,5a = 1,5 qa^2.$$

Будуємо епюри Q і M_z для першої ділянки балки.

Вибравши масштаб, відкладаємо від осі епюр додатні значення Q і M_z . Знайдені значення поперечних сил і згинальних моментів. На епюрі Q з'єднуємо прямою лінією точки з координатами $(0, 2qa)$ і (a, qa) , а на епюрі M_z проводимо квадратну параболу опуклістю вниз через точки $(0, 0)$ і $(a, 1,5qa^2)$ (див. рис. 17).

Поступаючи аналогічно, обчислюємо поперечні сили і згинальні моменти на початку і кінці ділянок BC і CD .

Ділянка BC : $a \leq x \leq 2a$;

$$\begin{aligned} Q(a) &= qa, & Q(2a) &= qa; \\ M(a) &= 1,5qa^2, & M(2a) &= 2,5qa^2. \end{aligned}$$

Відклавши обчислені значення Q і M , будуємо епюри внутрішніх зусиль на другій ділянці балки. Як впливає з диференціальних залежностей, ці епюри обмежені прямими лініями.

Ділянка CD : $2a \leq x \leq 3a$;

$$\begin{aligned} Q(2a) &= qa, & Q(3a) &= qa; \\ M_z(2a) &= 4,5 qa^2, & M_z(3a) &= 5,5 qa^2 \end{aligned}$$

На початку останньої ділянки до балки прикладена пара сил, що викликає появу стрибка на епюрі згинальних моментів. На ділянці CD розподіленого навантаження немає, тому епюри Q, M_z обмежені прямими лініями (рис.17).

Остаточний вигляд епюр Q, M_z показаний на рис. 17.

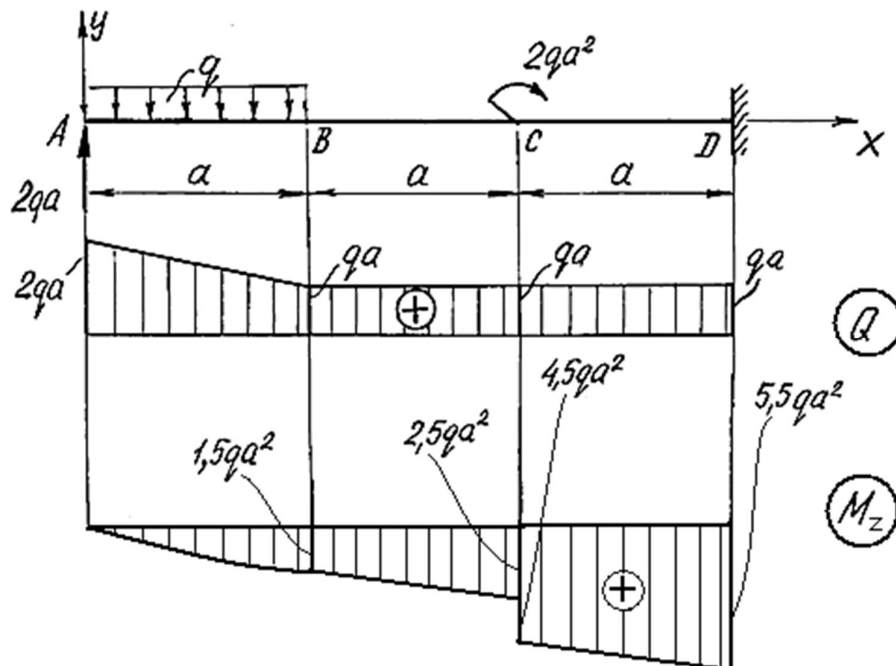


Рис. 17. Розрахункова схема консольної балки. Епюри поперечних сил і згинальних моментів.

Розглянемо приклад побудови епюр внутрішніх зусиль для однопрогонової консольної балки, зображеної на рис. 18.

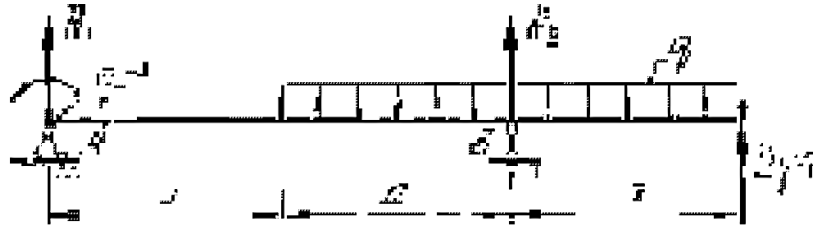


Рис. 18. Розрахункова схема однопрогонової консольної балки

Визначаємо опорні реакції:

$$\sum M_B = 0; R_1 \cdot 2a - qa^2 - 2qa \cdot a = 0; R_1 = \frac{3}{2} qa.$$

$$\sum M_A = 0; R_2 \cdot 2a + 2qa \cdot 3a - 2qa \cdot 2a + qa^2 = 0; R_2 = -\frac{3}{2} qa.$$

Відзначимо, що момент від розподіленого навантаження щодо опори B дорівнює нулю, а реакція другої опори R_2 спрямована не вгору, як показано на рис.18, а вниз, оскільки отримали в розрахунку значення R_2 зі знаком мінус.

Перевірка правильності обчислення опорних реакцій:

$$\sum Y = 0; \frac{3}{2} qa - 2qa - \frac{3}{2} qa + 2qa = 0$$

Реакції визначені правильно.

Епюри Q , M_z будуються аналогічно епюрам попередніх прикладів. Видяг епюр показаний на рис.19.

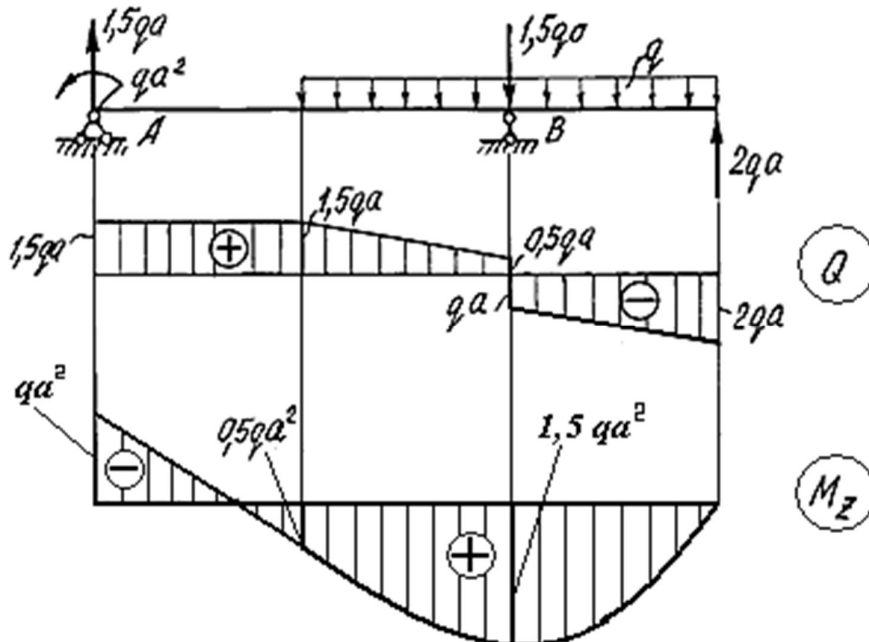


Рис. 19. Розрахункова схема балки. Епюри поперечних сил
і згинальних моментів
Контрольні питання

1. Як визначається знак поперечної сили та моменту в поперечному перерізі?
2. Які диференціальні залежності між інтенсивністю розподіленого навантаження, поперечною силою та згинальним моментом?
3. Як використовуються диференціальні залежності між інтенсивністю розподіленого навантаження, поперечною силою та згинальним моментом?
4. Чому дорівнює поперечна сила та згинальний момент в перерізі?
5. Який вигляд мають епюри M і Q на ділянках, де діє рівномірно розподілене навантаження? Де воно відсутнє?
6. Які особливості епюр M і Q в точках прикладання зосереджених сил і статичних моментів?

Задача №4. Побудова епюр внутрішніх зусиль для рам

Для двох заданих плоских рам побудувати епюри згинальних моментів M , поперечних Q та подовжніх сил N . Схеми рам і числові дані для розв'язку задачі вибираються за рис. 20 і табл. 4.

Таблиця 4

Числові дані до задачі № 4

Номер строки	Номер розрахункових схем (рис. 20)	Сила, кН			Момент, кН·м		Розмір a , м
		F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	m_1 , кН·м	m_2 , кН·м	
1	1	10	12	6	4	6	2
2	2	8	4	1	5	5	1
3	3	2	4	2	6	4	2
4	4	10	6	4	2	8	2
5	5	6	4	4	4	6	2
6	6	8	6	6	6	4	1
7	7	2	2	6	5	2	2
8	8	2	5	4	2	8	2
9	9	5	10	2	4	4	2
0	10	2	4	4	5	4	1

Методичні вказівки до рішення задачі № 4

Основні теоретичні відомості та розрахункові формули

Рамою називається стрижнева система, складові частини якої у всіх або деяких вузлах жорстко пов'язані між собою.

У плоскій рамі осі її елементів лежать в одній площині, що збігається з площиною прикладання зовнішніх навантажень. Ось рами є ламаною лінією, кожен прямолінійну ділянку якої розглядають як балку.

Диференціальні залежності між Q , M_z , q , отримані для балки, і висновки, що впливають з цих залежностей, справедливі і для окремих елементів рами. Внутрішні зусилля, що виникають в поперечному перерізі стержня плоскої рами, в загальному випадку приводяться до трьох силових факторів: подовжньої сили N , поперечної сили Q , згинального моменту M .

Основні принципи побудови епюр Q , M , N для плоских рам ті ж самі, що і для балок (див. задачу №3). Додатково зазначимо, що межами ділянок також є перерізи, в яких з'єднуються стержні (вузли рами). Якщо рама має більше однієї опори, слід до побудови епюр, знайти опорні реакції, які в подальшому розглядаються як зовнішні навантаження.

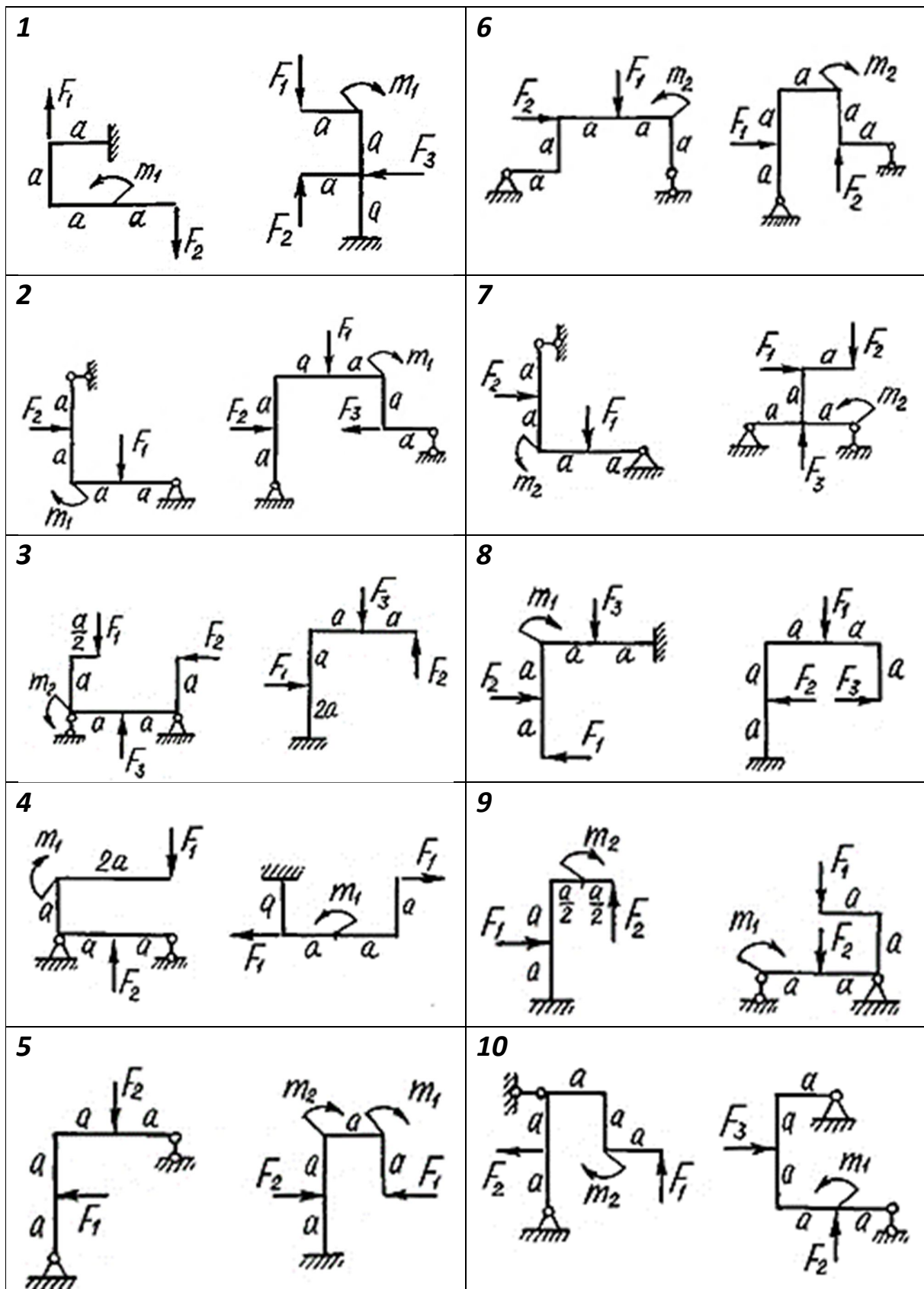


Рис. 20. Розрахункові схеми рам до задачі №4
 Аналітичні залежності для $Q(x)$, $M(x)$, $N(x)$ зазвичай не записуються.

Внутрішні зусилля обчислюються на границях ділянок і в характерних точках, тобто там, де згинальний момент екстремальний. Ординати епюр відкладаються перпендикулярно осі рами, при цьому епюра M будується з боку розтягнутого волокна стержня.

Приклад рішення задачі №4

Для заданої рами (рис. 21, *a*) побудувати епюри згинальних моментів, поперечних і подовжніх сил при наступних вихідних даних: $F_1 = 2F$, $F_2 = F$, $m_2 = Fa$.

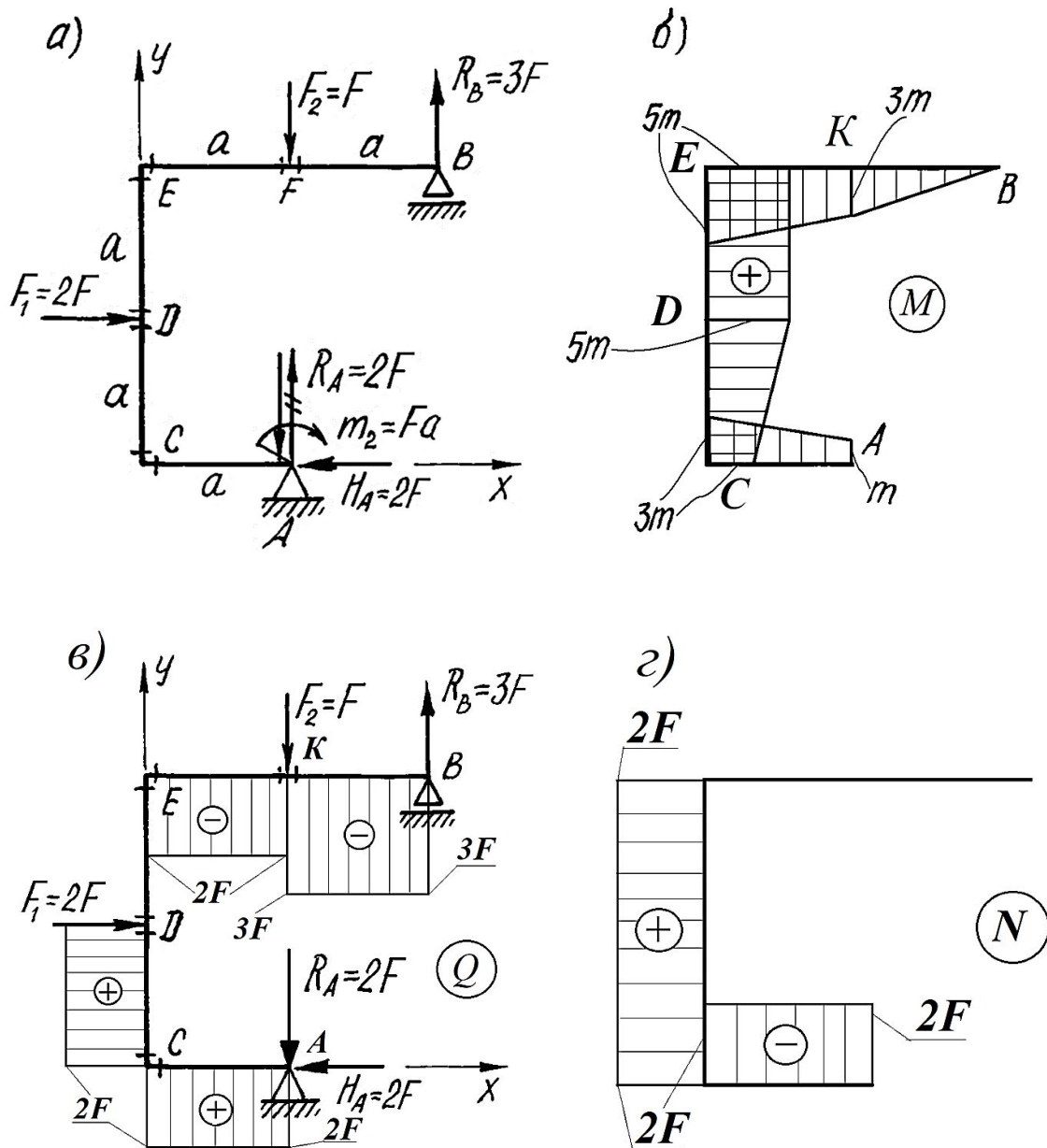


Рис. 21. Розрахункова схема рами (а) та епюри внутрішніх зусиль: б) – епюра згинальних моментів; в) – епюра поперечних сил і г) – епюра подовжніх сил

Визначаємо опорні реакції рами. На розрахунковій схемі (рис. 5, а)

показуємо вектори опорних реакцій R_A і H_A шарнірно-нерухомої опори A і вектор R_B на шарнірно-рухомій опорі B . Величини реакцій визначаються з рівнянь рівноваги рами:

$$\begin{aligned} \sum X &= 0; & F_1 - H_A &= 0; & H_A &= F_1 = 2F; \\ \sum M_B &= 0; & -R_A \cdot a - m_2 - H_A \cdot 2a + F_1 \cdot a + F_2 \cdot a &= 0; \\ & -R_A \cdot a - Fa - 2F \cdot 2a + 2F \cdot a + F \cdot a &= 0; & R_A &= -2F; \\ \sum M_A &= 0; & R_B \cdot a - F_1 \cdot a - m_2 &= 0; \\ & R_B a - 2F \cdot a - Fa &= 0, & R_B &= 3F. \end{aligned}$$

Реакція R_A негативна, а це означає, що її напрямок було обрано неправильно і його треба змінити на протилежний. У подальших розрахунках знак мінус не враховується. Для перевірки правильності обчислення опорних реакцій підраховується сума проєкцій сил, прикладених до рами, на вертикальну вісь Y :

$$\sum Y = -R_A - F_2 + R_B = -2F - F + 3F = 0.$$

Рівність цієї суми нулю свідчить про те, що реакції визначені правильно.

Розбиваємо раму на ділянки, межі яких на рис. 21, a позначені латинськими буквами. В граничних перерізах кожної ділянки знаходимо величини згинальних моментів і відкладаємо отримані значення з боку розтягнутого волокна ($m = Fa$).

Побудова епюри згинальних моментів M .

З метою обчислення згинального моменту перерізаємо подумки раму в досліджуваному перерізі на дві частини і відкидаємо одну з них, а потім підраховуємо алгебраїчну суму моментів всіх сил, прикладених зліва, або справа до перерізу, що розглядається. Ця сума дорівнює величині згинального моменту, що діє в даному перерізі рами.

Розглянемо послідовно стержні рами, починаючи зі стержня AC , який має лише одну ділянку. Подумки розрізаючи стержень на початку ділянки (лівіше точки A) і відкидаючи ліву частину рами, обчислюємо згинальний момент на початку ділянки:

$M_A = m_2 = Fa$, (розтягнуті волокна при цьому будуть знаходитися вверху).

В кінці ділянки (точка C) величина згинального моменту дорівнює алгебраїчній сумі моментів від дії пари сил m_2 і реакції R_A . Пара сил згинає стержень AC таким чином, що його розтягнуті волокна розташовуються вгорі. Будемо вважати згинальний момент в перерізі C , що виникає від дії пари сил, позитивним (при повороті стержня AC навколо уявної точки за годинниковою стрілкою отримаємо, що розтягуються нижні волокна стержня). Тоді згинальний момент в тому ж перерізі від дії реакції R_A слід вважати також позитивним, оскільки ця сила так само, як і пара сил m_2 , викликає розтягнення верхніх волокон стержня.

Згинальний момент в перерізі C

$$M_C = m_2 + R_A a = Fa + 2Fa = 3Fa.$$

Позитивне значення згинального моменту означає, що розтягнені волокна стержня в перерізі C залишаються вгорі. Відкладаючи в масштабі отримані значення згинальних моментів перпендикулярно осі стержня AC вгору (з боку розтягнутих волокон), будемо на цій ділянці епюру M , яка буде обмежена прямою лінією, оскільки розподілені навантаження відсутні.

Переходимо до наступного стержня – CE , який розбиваємо на дві ділянки – CD і DE .

Ділянка CD . Згинальний момент у перерізі C , який належить одночасно стержням AC і CE відомий: $M_C = 3Fa$.

Розтягнуті волокна стержня CE в перерізі C знаходяться справа від його осі, отже, момент $M_C = 3Fa$ треба відкласти вправо. Згинальний момент в перерізі D

$$M_D = m_2 + R_A a + H_A a = Fa + 2Fa + 2Fa = 5Fa.$$

Позитивне значення згинального моменту M_D означає, що розтягнуті волокна стержня, як і в перерізі C , розташовані справа.

Ділянка DE . Згинальний момент в перерізі D , який належить тепер ділянці DE , $M_D = 5Fa$. Знаходимо згинальний момент в перерізі E :

$$M_E = m_2 + R_A a + H_A 2a - F_1 a = Fa + 2Fa + 2F \cdot 2a - 2Fa = 5Fa.$$

Перед моментом від сили F_1 поставлений знак мінус, так як сила F_1 стискає волокна, розташовані праворуч від осі стержня. Позитивне значення моменту $M_E = 5Fa$ означає, що розтягнуті волокна в перерізі розташовується справа.

Відкладаючи ординати епюри перпендикулярно осі стержня, як це робилося раніше, будемо епюру на ділянці DE .

Побудову епюри згинальних моментів для стержня BE зручно робити, переміщаючись від перерізу B справа наліво.

Стержень BE . Розбиваємо його на дві ділянки: BF і FE . Згинальний момент у перерізі B дорівнює нулю. У перерізі F ділянки BF стержня згинальний момент дорівнює моменту від дії сили $R_B = 3F$, його величина

$$M_F = R_B \cdot a = 3Fa \text{ (розтягнуті волокна знаходяться знизу).}$$

Ділянка FE . Згинальний момент в перерізі F , що належить цій ділянці, відомий: $M = 3Fa$. В кінці ділянки (переріз E) згинальний момент

$$M_E = R_B 2a - F_2 a = 3F 2a - Fa = 5Fa.$$

Перший доданок є моментом від дії сили R_B . Він викликає розтягнення нижніх волокон стержня, тому його приймаємо додатним. Перед другим доданком поставлений знак мінус, оскільки стиснуті волокна від дії сили F_2 розташовані знизу. Позитивне значення згинального моменту в перерізі E означає, що розтягнуті волокна стержня в цьому перерізі знаходяться знизу від його осі. Обчислені ординати відкладаються на епюрі вниз від осі стержня – з боку розтягнутих волокон (рис. 21, б).

Слід звернути увагу на те, що при переході через вузол згинальний момент за модулем не змінюється і епюра розташовується з одного боку контуру рами (всередині або зовні). Ця умова дотримується, якщо до вузла рами не прикладений зосереджений момент (пара сил).

Побудова епюри поперечних сил Q .

Побудуємо для заданої рами епюру поперечних сил Q .

Ділянка AC . Зліва від перерізу A діє тільки одна сила, перпендикулярна осі стержня $AC - R_A = 2F$, яка обертає переріз за годинниковою стрілкою, тоді $Q_A = +2F$. Ця поперечна сила діє до перерізу C , оскільки на ділянці AC сил більше немає. Відкладаємо в масштабі значення поперечної сили $Q_A = +2F$ в перерізі A вниз і ведемо лінію епюри паралельну осі стержня до перерізу C (рис. 21, в).

Стержень CE поділено на дві ділянки CD і DE . Зліва від перерізу C діє сила перпендикулярна осі стержня $CE - H_A = 2F$, яка обертає переріз за годинниковою стрілкою, тому $Q_C = +2F$, яку на епюрі Q відкладаємо справа від осі стержня і ведемо паралельну йому лінію епюри до перерізу D (рис. 21, в). В перерізі D прикладено силу $F_1 = 2F$, тому на ділянці DE сил перпендикулярних осі стержня CE немає, тому ведемо $Q_D = 0$ до перерізу E (рис. 21, в).

Розглянемо тепер стержень EB , який також поділено на дві ділянки EK і KB .

Зліва від перерізу E діє сила перпендикулярна осі стержня $EB - R_A = 2F$, яка обертає переріз за проти годинникової стрілки, тому $Q_E = -2F$, яку на епюрі Q відкладаємо в масштабі вниз перпендикулярно осі стержня EB і проводимо паралельно йому лінію епюри до перерізу K (рис. 21, в). В перерізі K справа діє зосереджена сила $F_2 = -F$, тому $Q_K = -2F - F = -3F$. Відкладаємо на епюрі цю ординату і проводимо паралельну лінію до перерізу B (рис. 21, в).

Побудова епюри поздовжніх сил N .

При визначенні поздовжніх сил слід зазначити, що поздовжня сила на ділянці (або й у межах всього стержня) не змінюється, якщо навантаження діє перпендикулярно до осі стержня. Тоді:

$$N_{AC} = \sum_{\text{прав}} F_x = -H_A = -2F, N_{BE} = \sum_{\text{прав}} F_x = 0, N_{CE} = \sum_{\text{прав}} F_y = R_B - F = 3F - F = 2F.$$

Додатні подовжні сили відкладаємо на стержнях доверху, а від'ємні донизу (рис. 21, з).

Перевірка епюр на окремих стержнях виконується, як звичайно за наявністю екстремумів, стрибків, перегинів. Крім того перевіряється рівновага вузлів – окремо під дією згинальних моментів (рис. 22, а) і, окремо, під дією поперечних і подовжніх сил (рис. 22, б).

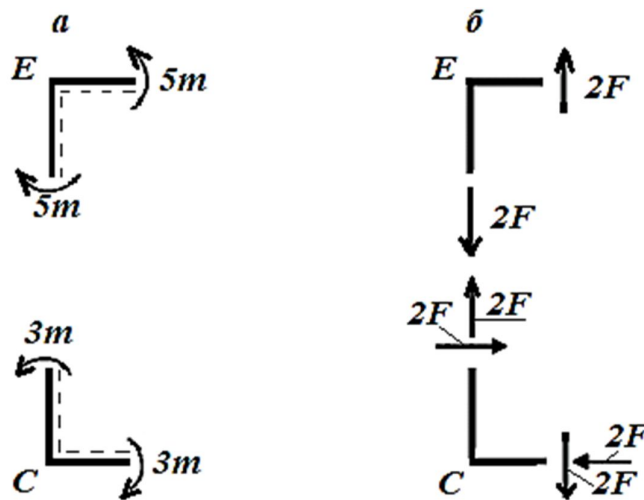


Рис. 22

Напряг дії згинальних моментів визначається за розташуванням розтягнутих волокон – з боку розташування згинальних моментів на епюрі M (штрихові лінії на рис. 22, а). Дія додатних за знаком поперечних сил відповідає повороту вузла за годинниковою стрілкою, від’ємних – проти годинникової стрілки. Додатні подовжні сили діють у напрямку від вузла, що відповідає розтягненню стержнів (рис. 22, б).

За рис. 22, а для вузла E маємо:

$$\sum M_E = 5m - 5m = 0.$$

Для вузла C :

$$\sum M_C = 3m - 3m = 0.$$

За рис. 22, б для вузла E :

$$\sum F_x = 0; \sum F_y = 2F - 2F = 0.$$

Для вузла C :

$$\sum F_x = 2F - 2F = 0; \sum F_y = 2F - 2F = 0.$$

Отже вузли рами знаходяться у рівновазі, епюри побудовано правильно.

Контрольні питання

1. Яку стержневую систему називають рамою?
2. Назвіть основні елементи рамних систем.
3. Які бувають види рамних систем?
4. Які внутрішні зусилля виникають в елементах завантажених рамних систем?
5. Наведіть правила знаків для визначення внутрішніх зусиль в елементах рамних систем.
6. Як перевірити правильність побудови епюр внутрішніх зусиль для рамних систем?

Задача №5. Визначення геометричних характеристик плоских перерізів

Для двох заданих перерізів, які складаються з декількох елементів або маючих вирізи, визначити положення головних центральних осей інерції та обчислити величини моментів інерції відносно цих осей.

Перший переріз для розрахунку обираємо за рис. 23, другий - за рис.24. Розміри елементів перерізів й номера прокатних профілів обираємо з табл. 5. При розрахунку перерізу, що складається з прокатних профілів кутник слід приймати у відповідності із заданими розмірами; він може бути рівнобічним або нерівнобічним.

Таблиця 5

Числові дані до задачі № 5

Номер строки	Номер розрахункової схеми (рис. 5, 6)	Розмір	Прокатний профіль			
		a , см	полоса	швелер	двотавр	кутник
1	1	10	160×10	10	12	75×75×8
2	2	20	180×10	12	14	75×50×6
3	3	12	180×6	14	10	90×90×6
4	4	14	200×10	14 a	16	80×50×6
5	5	22	200×6	16	12	80×80×8
6	6	15	160×8	16 a	18	70×45×5
7	7	18	210×8	14	14	75×75×6
8	8	16	220×10	12	16	80×50×6
9	9	20	220×8	14 a	10	70×70×6
0	10	25	180×8	10	12	63×40×6

Методичні вказівки до рішення задачі № 5

Основні теоретичні відомості та розрахункові формули

При розрахунку на згинання, кручення й інші види більш складного навантаження для оцінки міцності та жорсткості бруса недостатньо знати тільки площу його поперечного перерізу, потрібно вміти визначати інші геометричні характеристики перерізу: статичний момент площі, осьові, відцентровий і полярний моменти інерції.

Розглянемо довільну плоску фігуру площею A , віднесена до системи координат ZOY (рис. 25).

Позначимо: dA - площу елементарної площадки; y , z - відстань її центра ваги до осей координат.

Вирази виду

$$S_y = \int_A z dA; \quad S_z = \int_A y dA \quad (5.1)$$

називаються статичними моментами площі щодо осей y і z , відповідно.

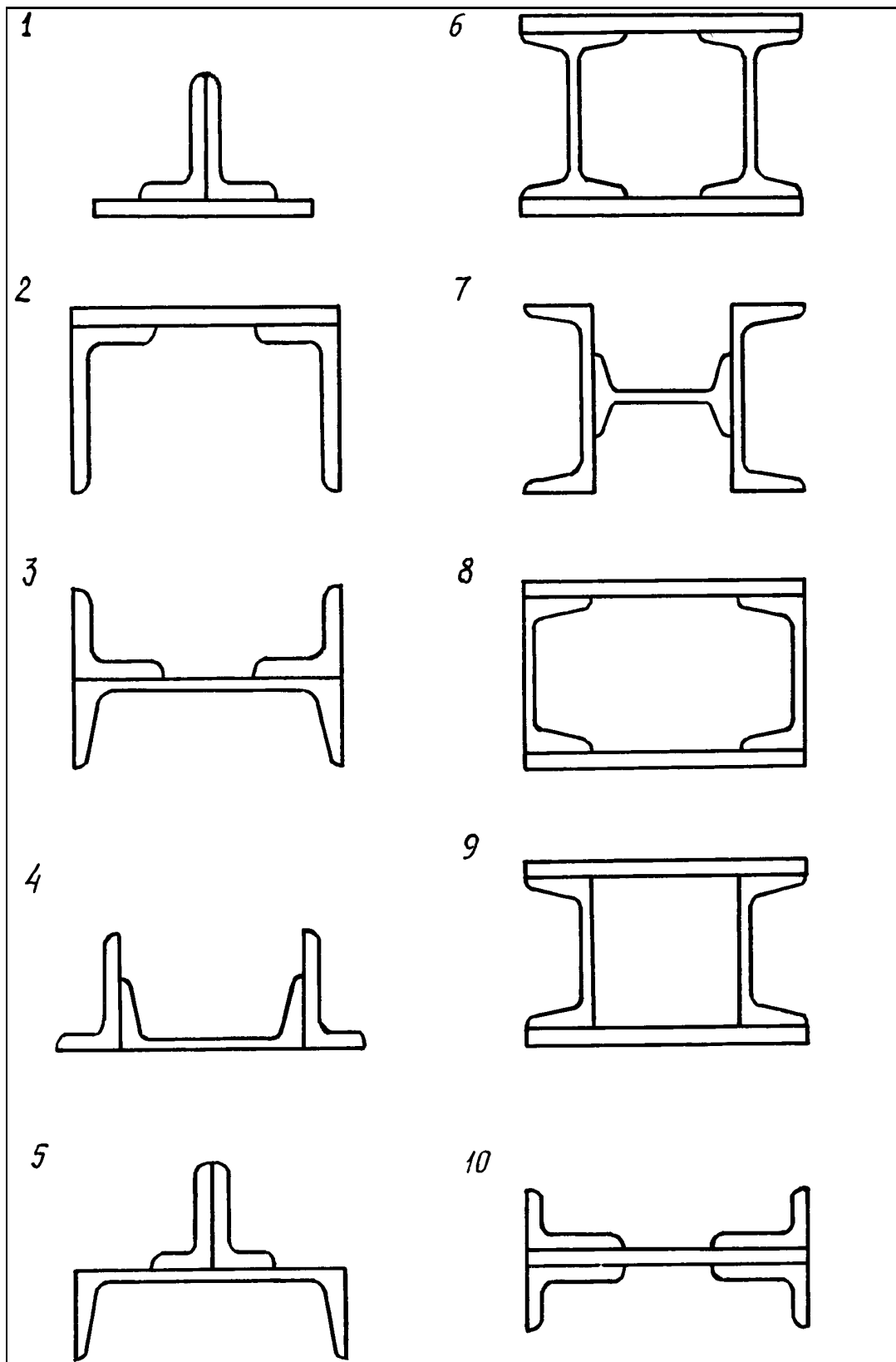


Рис. 23. Розрахункові схеми до задачі № 5 (для першого перерізу)

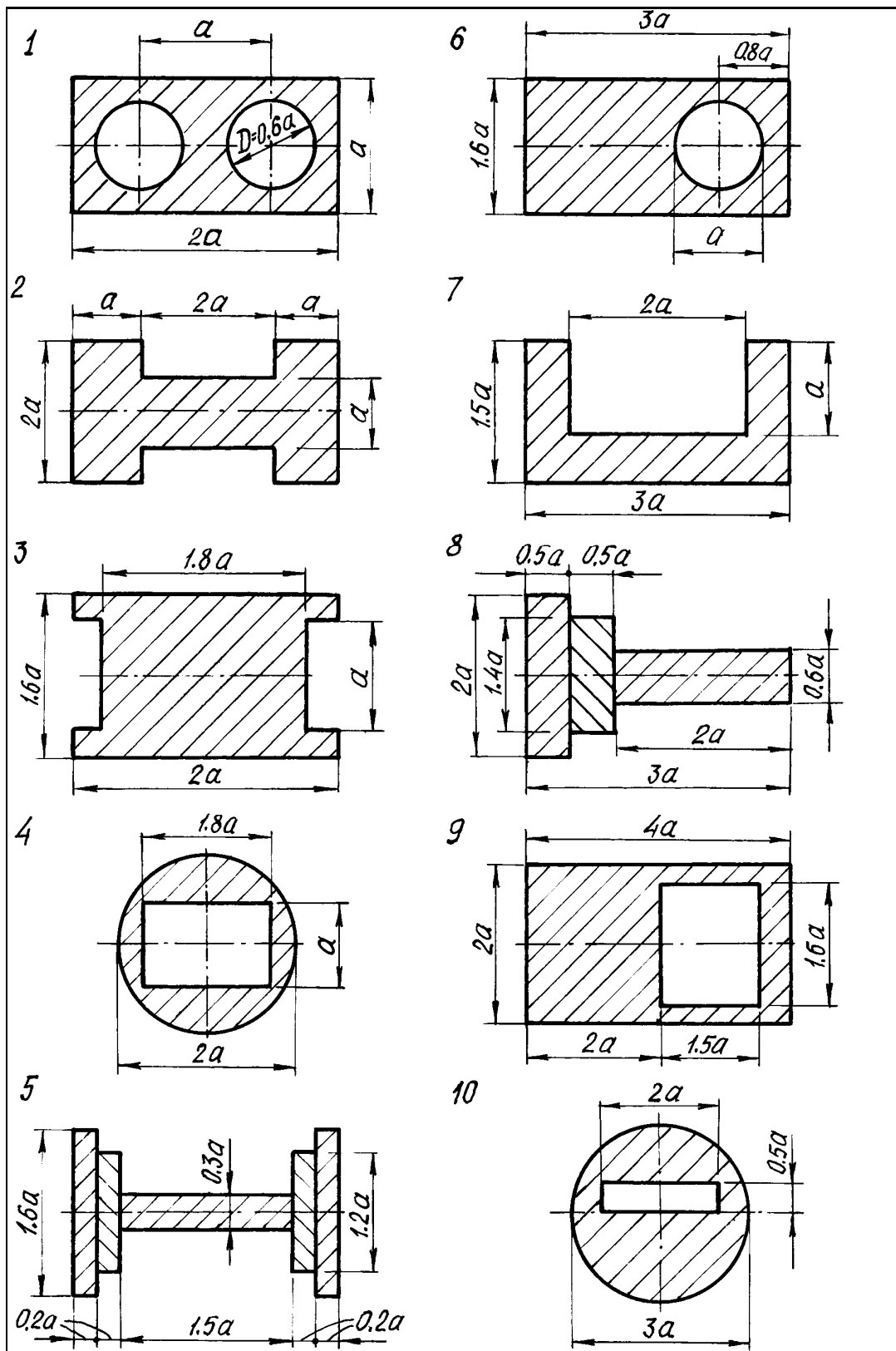


Рис. 24. Розрахункові схеми до задачі № 5 (для другого перерізу)

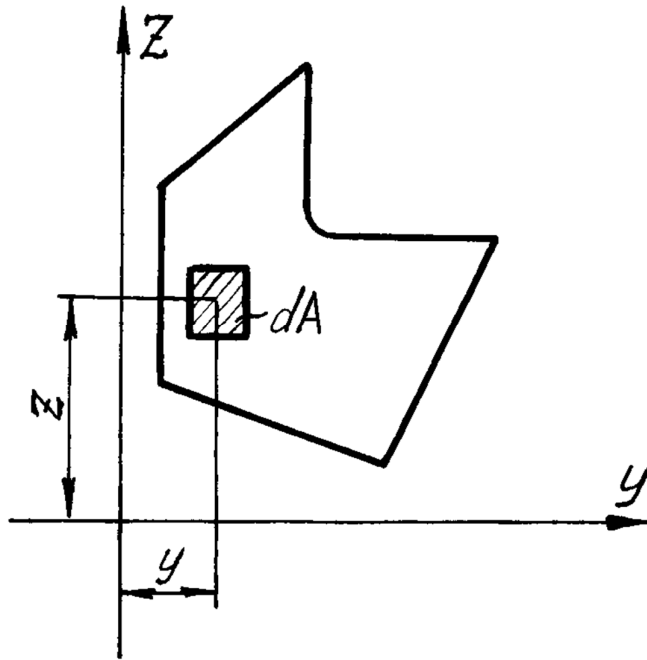


Рис. 25. Плоска фігура

Знаючи величини статичних моментів площі фігури, можна обчислити координати її центра ваги. Якщо заданий переріз можна розбити на частини, для яких відомі положення їх центрів тяжіння і величини площ, координати центру ваги всієї фігури визначаються за формулами

$$y_c = \frac{S_z}{A} = \frac{y_{c1}A_1 + y_{c2}A_2 + \dots + y_{cn}A_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}; z_c = \frac{S_y}{A} = \frac{z_{c1}A_1 + z_{c2}A_2 + \dots + z_{cn}A_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n}, \quad (5.2)$$

де n - число елементів, на яке розбивається переріз;

A_i - площі окремих елементів перерізу;

y_{ci}, z_{ci} - координати центрів ваги цих елементів у вибраній системі координат y, z .

Центр тяжіння лежить на осі симетрії перерізу, а якщо таких осей декілька, то в точці їх перетину.

Моментами інерції (осьовими моментами інерції) щодо осей y і z відповідно називаються інтеграли виду

$$I_y = \int_A z^2 dA; J_z = \int_A y^2 dA \quad (5.3)$$

Для найпростіших фігур і прокатних профілів величини моментів інерції приводяться в навчальній і довідковій літературі.

Вираз

$$I_{yz} = \int_A yz dA \quad (5.4)$$

називається відцентровим моментом інерції. Осі, відносно яких відцентровий момент інерції дорівнює нулю, називаються головними осями. Якщо хоча б одна з обраних координатних осей є віссю симетрії, то обидві ці осі будуть головними. Осьові моменти інерції щодо головних центральних осей називаються головними центральними моментами інерції. Вони є екстремальними за величиною: один з них максимальний, інший мінімальний.

Осьовий момент інерції складеного перерізу обчислюється як сума осьових моментів інерції окремих складових фігур щодо однієї і тієї ж осі. При цьому необхідно пам'ятати, що в таблицях сортаменту прокатних профілів моменти інерції простих елементів визначені щодо їх власних центральних осей, які показуються на кресленнях. Центральні осі складеної фігури зазвичай не збігаються з табличними, і для обчислення моментів інерції подібних фігур доводиться використовувати залежність між моментами інерції щодо паралельних осей:

$$I_y = I_{y_0} + a^2 A; \quad I_z = I_{z_0} + b^2 A, \quad (5.5)$$

де I_y, I_z – моменти інерції перерізу відносно довільних осей;

I_{y_0}, I_{z_0} – моменти інерції перерізу відносно центральних осей;

A – площа фігури;

a і b – відстань між осями y, y_0 і z, z_0 відповідно.

Приклад рішення задачі №5 (Перший переріз)

Задано переріз, складений з прокатних профілів: швелера №16а і двох нерівнобічних кутників $80 \times 50 \times 6$ (рис. 26). Потрібно обчислити головні центральні моменти інерції.

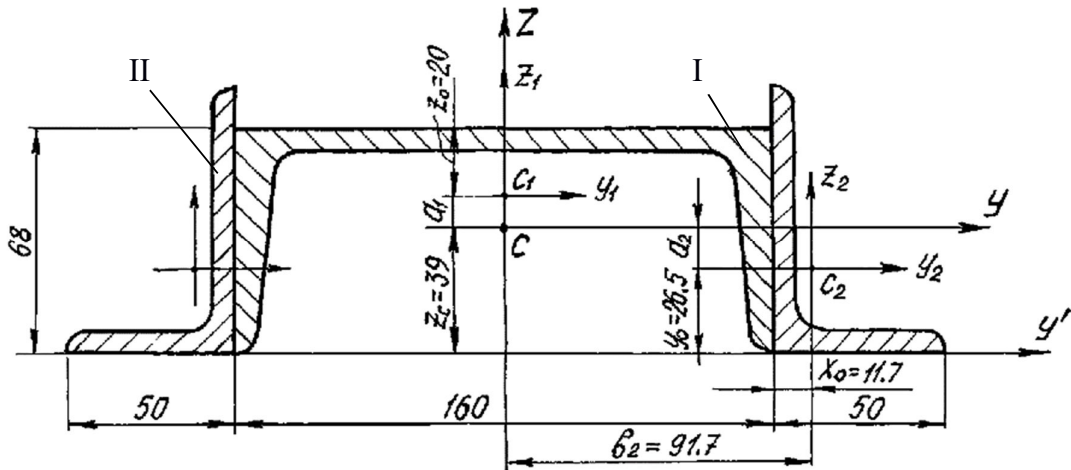


Рис. 26. Розрахункова схема першого перерізу

1. З таблиць сортаменту (додаток Б) виписуються геометричні характеристики прокатних профілів з яких складається заданий переріз.

Швелер №16а: розміри $h = 160$ мм, $b = 68$ мм, площа перерізу $A_1 = 19,5$ см²; осьові моменти інерції $I_{z_1}^I = 823$ см⁴, $I_{y_1}^I = 78,8$ см⁴, координата центра ваги $z_0 = 2$ см.

Нерівнобічний кутник $80 \times 50 \times 6$: Площа перерізу $A_2 = 7,55$ см², осьові моменти інерції $I_{z_2}^{II} = 49$ см⁴, $I_{y_2}^{II} = 14,8$ см⁴, координати центру ваги $y_0 = 2,65$

см і $x_0 = 1,17$ см.

Примітка. Якщо до складу перерізу входить прямокутник, то для нього за формулами (5.6) слід обчислити площу і осьові моменти інерції

$$A = b \cdot h; I_y = \frac{b \cdot h^3}{12}; I_z = \frac{h \cdot b^3}{12}. \quad (5.6)$$

У відповідності із заданим варіантом перерізу виконується креслення в масштабі 1:2 із зазначенням характерних розмірів.

На кресленнях позначаються центри тяжіння швелера C_1 і кутника C_2 і проводяться їх власні центральні осі y_1, z_1 і y_2, z_2 (див. рис. 26).

2. Визначення положення центра ваги заданого перерізу.

Заданий переріз має одну вісь симетрії, яка є головною центральною віссю. Вибираємо вихідну систему координат: вісь абсцис y' поєднуємо з нижньою межею перерізу, а вісь ординат Z - з віссю симетрії. Координати точок C_1 і C_2 легко визначаються за кресленням.

Використовуючи формулу (5.2) і з огляду на симетрію перерізу, обчислюємо ординату його центра ваги за формулою

$$z_c = \frac{z_{c1}A_1 + 2 \cdot z_{c2}A_2}{A_1 + 2 \cdot A_2},$$

де A_1 - площа перерізу швелера, $A_1 = 19,5$ см²;

z_{c1} - ордината точки C_1 , $z_{c1} = 6,8 - 2$ см;

A_2 - площа перерізу одного кутника, $A_2 = 7,55$ см²;

z_{c2} - ордината точки C_2 , $z_{c2} = y_0 = 2,65$ см².

Після підстановки числових значень отримуємо

$$z_c = \frac{4,8 \cdot 19,5 + 2 \cdot 7,55 \cdot 2,65}{19,5 + 2 \cdot 7,55} = 3,9 \text{ см.}$$

Відкладаючи знайдене значення $z_c = 3,9$ см на осі Z вгору від осі y' , знаходимо положення центру тяжіння C всього перерізу і проводимо головні центральні осі Y, Z .

Примітка. Якщо фігура має дві осі симетрії, то центр ваги лежить на їх перетині, тому виконувати обчислення для визначення його положення не потрібно.

3. Обчислення головних центральних моментів інерції перерізу щодо осей Y і Z .

Відстані між осями визначаються за кресленням:

$$a_1 = 6,8 - 3,9 - 2 = 0,90 \text{ см;}$$

$$a_2 = 3,9 - 2,65 = 1,25 \text{ см;}$$

$b_1 = 0$, так як осі Z і z_1 збігаються;

$b_2 = 8 + 1,17 = 9,17$ см.

Головні центральні моменти інерції складеного перерізу I_y і I_z обчислюються за формулами (5.7):

$$I_Y = I_y^I + 2I_y^{II} = (I_{y_1}^I + a_1^2 A_1) + 2(I_{y_2}^{II} + a_2^2 A_2);$$

$$I_Z = I_Z^I + 2I_Z^{II} = (I_{z_1}^I + b_1^2 A_1) + 2(I_{z_2}^{II} + b_2^2 A_2). \quad (5.7)$$

Після підстановки числових значень в формули (5.7), отримуємо:

$$I_Y = (78,8 + 0,9^2 \cdot 19,5) + 2 \cdot (49 + 1,25^2 \cdot 7,55) = 216,2 \text{ см}^4;$$

$$I_Z = (823) + 2 \cdot (14,8 + 9,17^2 \cdot 7,55) = 2122 \text{ см}^4.$$

Приклад рішення задачі №5 (Другий переріз)

Задано переріз (рис. 27). Розміри перерізу задані в сантиметрах.

Потрібно визначити головні центральні моменти інерції цього перерізу.

1. Заданий переріз викреслюється в масштабі 1:2 і розбивається на найпростіші фігури: квадрат (I), прямокутник (II) і круговий отвір (III). На кресленні показуються центри тяжіння складових фігур (точки C_1 і $C_{2,3}$) і проводяться їх головні центральні осі y_1, z_1 ; y_2, z_2 і y_3, z_3 (див. рис. 27). Площі і моменти інерції складових фігур відносно їх центральних осей обчислюються за відомими формулами.

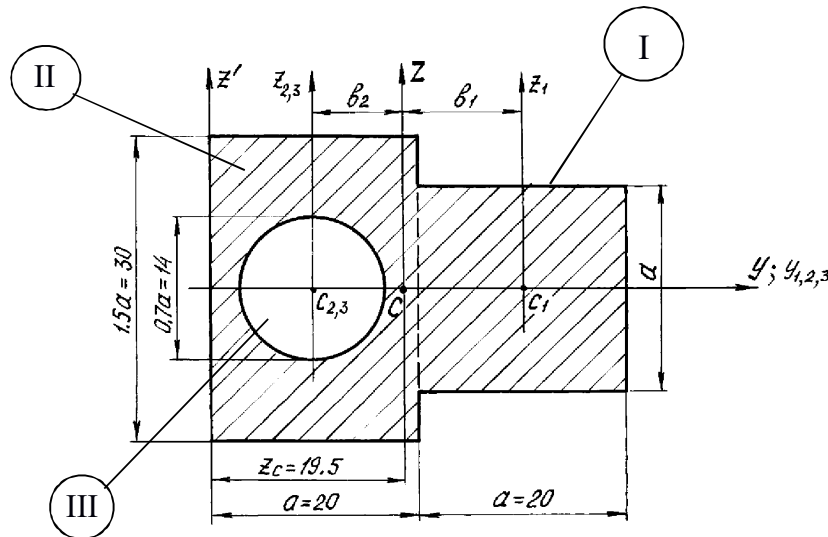


Рис. 27. Розрахункова схема другого перерізу

Для квадрата

$$A_1 = a^2 = 20^2 = 400 \text{ см}^2;$$

$$I_{y_1}^I = I_{z_1}^I = \frac{a^4}{12} = \frac{20^4}{12} = 13333 \text{ см}^4.$$

Для прямокутника

$$A_2 = a \cdot 1,5a = 20 \cdot 1,5 \cdot 20 = 600 \text{ см}^2;$$

$$I_{y_2}^{II} = \frac{a \cdot (1,5a)^3}{12} = \frac{20 \cdot (1,5 \cdot 20)^3}{12} = 45000 \text{ см}^4;$$

$$I_{z_2}^{II} = \frac{(1,5 \cdot a)a^3}{12} = \frac{(1,5 \cdot 20) \cdot 20^3}{12} = 20000 \text{ см}^4.$$

Для кола

$$A_3 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0,7 \cdot a)^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0,7 \cdot 20)^2}{4} = 154 \text{ см}^2;$$

$$I_{y_3}^{III} = I_{z_3}^{III} = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{\pi \cdot (0,7 \cdot a)^4}{64} = \frac{\pi \cdot (0,7 \cdot 20)^4}{64} = 1885 \text{ см}^4.$$

2. Визначення положення центра ваги складеного перерізу.

Центр тяжіння складеної фігури лежить на її осі симетрії Y . Допоміжна вісь z' суміщається з лівою границею перерізу. Координата центру тяжіння всього перерізу y_c в системі Yoz' визначається за формулою (5.2):

$$y_c = \frac{y_{c_1} \cdot A_1 + y_{c_2} \cdot A_2 - y_{c_3} \cdot A_3}{A_1 + A_2 - A_3}.$$

За кресленням визначаються абсциси точок C_1 і $C_{2,3}$:

$$y_{c_1} = 1,5a = 1,5 \cdot 20 = 30 \text{ см};$$

$$y_{c_2} = y_{c_3} = 0,5a = 0,5 \cdot 20 = 10 \text{ см}.$$

Площа круга підставляється в формулу (5.2) зі знаком мінус, так як площу отвору прийнято вважати від'ємною величиною.

Підставляючи числові значення, отримуємо

$$y_c = \frac{30 \cdot 400 + 10 \cdot 600 - 10 \cdot 154}{400 + 600 - 154} = 19,5 \text{ см}.$$

Відкладаючи на осі Y відрізок $OC = 19,5$ см, знаходимо точку C - центр ваги складеного перерізу і проводимо головну центральну вісь Z , паралельну осі z' (див. рис.27).

3. Обчислення моментів інерції відносно головних центральних осей Y, Z .

Використовуємо формули (5.5), як і в попередньому прикладі. Перед останнім доданком в дужках ставиться знак мінус, так як моменти інерції отвору вважаються від'ємними:

$$I_Y = (I_{y_1} + A_1 a_1^2) + (I_{y_2} + A_2 a_2^2) - (I_{y_3} + A_3 a_3^2);$$

$$I_Z = (I_{z_1} + A_1 b_1^2) + (I_{z_2} + A_2 b_2^2) - (I_{z_3} + A_3 b_3^2). \quad (5.8)$$

Моменти інерції складових фігур відносно власних головних центральних осей обчислені раніше. Осі y_1, y_2 і y_3 збігаються з головною центральною віссю Y всієї фігури, тому відстані між цими осями і віссю Y дорівнюють нулю:

$$a_1 = a_2 = a_3 = 0.$$

За кресленням знаходимо відстань між осями Z і z_1

$$b_1 = a + 0,5 \cdot a - y_c = 20 + 0,5 \cdot 20 - 19,5 = 10,5 \text{ см}.$$

І відстань між осями Z і z_2

$$b_2 = b_3 = z_c - 0,5a = 19,5 - 0,5 \cdot 20 = 9,5 \text{ см}.$$

Підставляючи числові значення в (5.8), обчислюємо головні центральні

моменти інерції складеного перерізу:

$$I_Y = 13333 + 45000 - 1885 = 56448 \text{ см}^4;$$

$$I_Z = (13333 + 400 \cdot 10,5^2) + (20000 + 600 \cdot 9,5^2) - (1885 + 154 \cdot 9,5^2) = \\ = 115800 \text{ см}^4$$

Контрольні питання

1. Що таке статичний момент площі? Як змінюється момент площі при паралельному перенесенні осей?
2. Які осі називаються центральними? Як визначити координати центру ваги перерізу? Як визначити координати центру ваги перерізу складної фігури?
3. Що таке осьові та відцентровий моменти інерції? Як визначаються їх знаки? Як визначається центр ваги і моменти інерції простих і складних фігур?
4. Який порядок визначення положення головних центральних осей і величин головних центральних моментів інерції складного профілю?
5. Що таке осьовий момент опору? Як визначити осьові моменти опору відносно головних центральних осей простих фігур?

Задача № 6. Поперечний згин. Підбір перерізу балок

Для виконання завдань задачі №6 необхідно використати епюри поперечних сил і згинальних моментів, побудованих для трьох балок, які були задані в задачі №3.

Поперечні перерізи заданих балок потрібно підібрати за наступними варіантами:

а) для сталеві балки (рис. 6, *a*) – двотавровий; прямокутний висотою h і основою b при співвідношенні сторін $h/b = 2$; круглий - діаметром d ;

б) для чавунної балки (рис. 6, *б*) – форму перерізу вибрати за рис. 28, визначити розміри перерізу з умови міцності за допустимими напруженнями;

в) для сталеві балки (рис. 6, *в*) – переріз, що складається з двох швелерів.

Для сталеві двотаврової балки (варіант *a*) і чавунної балки (варіант *б*) побудувати епюри розподілу нормальних напружень за висотою перерізу.

Числові дані беруться з табл. 6, розрахункові схеми – за рис. 6 (задача №3).

Таблиця 6

Числові дані до задачі №6

Номер строки	Номер розрахункової схеми (рис. 6 і 28)	Сила		Момент		Довжина ділянки a , м	Інтенсивність розподіленого навантаження q , кН/м	Допустимі напруження, [σ], МПа		
		F_1 кН	F_2 кН	m_1 кН·м	m_2 кН·м			Сталь	Чавун	
									[σ] _с	[σ] _р
1	1	40	90	10	10	1	10	200	600	120
2	2	45	80	12	10	1,5	15	160	700	150
3	3	50	85	15	14	2	20	180	500	100
4	4	35	70	12	12	1	10	250	800	150
5	5	50	80	10	15	2	10	160	600	120
6	6	60	70	10	12	1	15	180	700	150
7	7	45	60	12	10	1,5	20	180	500	100
8	8	35	65	10	10	1	10	160	800	150
9	9	40	75	13	10	1	10	160	650	130
0	10	30	90	18	12	2	15	220	750	200

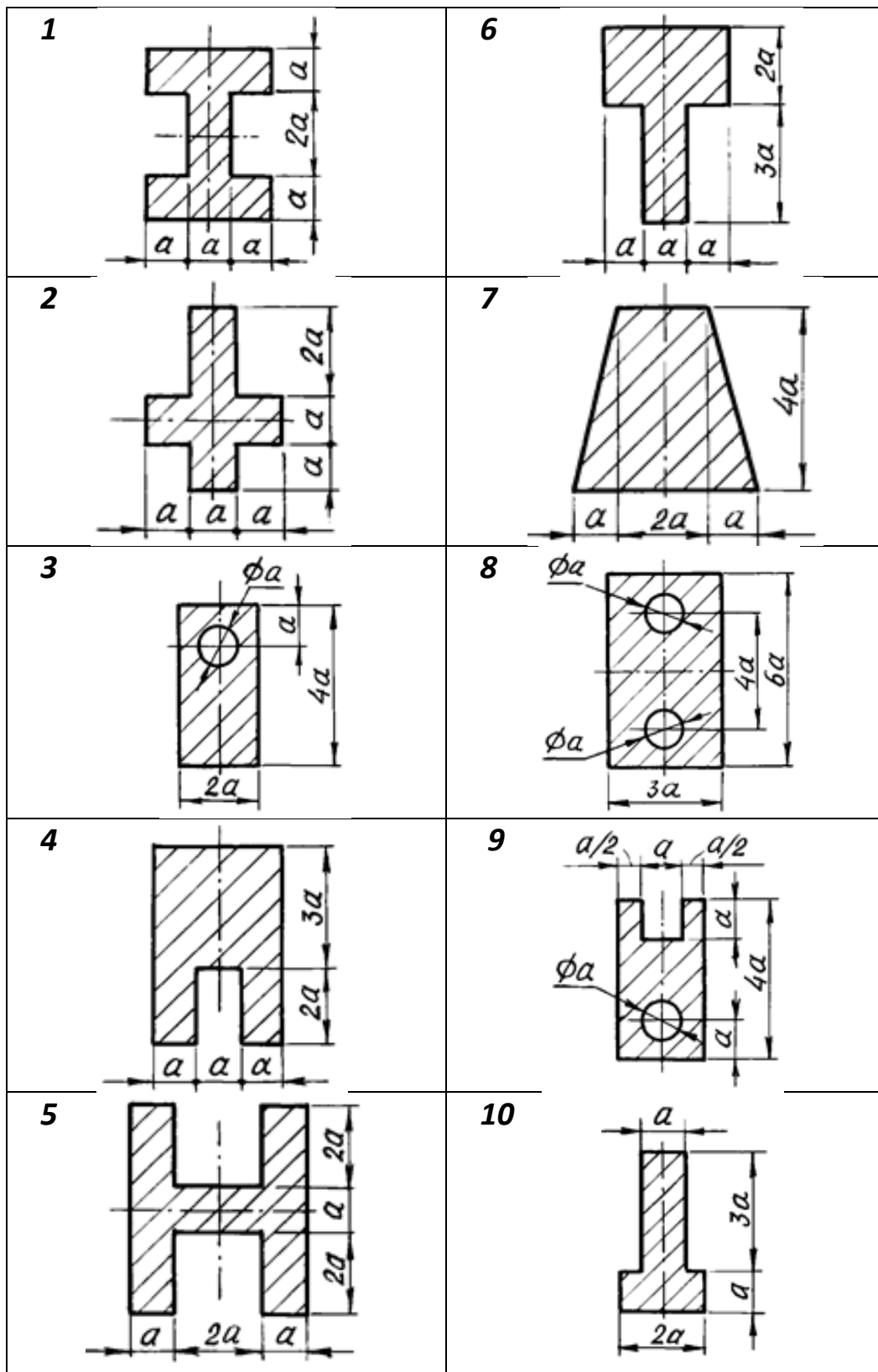


Рис. 28. Форми перерізів чавунних балок до задачі № 6

Методичні вказівки до рішення задачі № 6

Основні теоретичні відомості та розрахункові формули

Побудовані епюри внутрішніх зусиль (див. задачу №3) при поперечному згинанні балок дають можливість визначити координати перерізів в яких величини поперечних сил Q і згинальних моментів M_z мають екстремальні значення. Максимальні значення внутрішніх зусиль для заданого навантаження балок використовуються при підборі перерізів відповідних згинальних елементів.

Розглянемо порядок підбору перерізів балок після побудови епюри M_z .

При згинанні балки в її поперечному перерізі виникають нормальні і дотичні напруження. Нормальні напруження визначаються за формулою

$$\sigma = \frac{M_z}{I_z} y, \quad (6.1)$$

де M_z – згинальний момент в перерізі;

I_z – осьовий момент інерції поперечного перерізу відносно нейтральної осі;

y – відстань від нейтральної осі до точки, де визначаються напруження.

Умова міцності при згинанні для пластичних матеріалів

$$\sigma_{max} = \frac{M_z^{max}}{W_z} \leq [\sigma], \quad (6.2)$$

де W_z – осьовий момент опору при згинанні, який визначається відносно нейтральної осі. Для простих геометричних фігур його обчислюють за формулами:

для прямокутника $W_z = \frac{bh^2}{6}$,

для кола $W_z = \frac{\pi d^3}{32}$.

Моменти опору прокатних профілів наводяться в таблицях сортаменту (див. Додаток Б).

Для крихких матеріалів (чавун, високо вуглецеві сталі), що мають суттєво різну границю міцності при розтягуванні σ_{ep} і стисненні σ_{ec} , необхідна перевірка їх міцності за найбільшими напруженнями на розтяг σ_p і на стиск σ_c :

$$\sigma_p = \frac{M_z^{max}}{I_z} y_p \leq [\sigma]_p, \quad \sigma_c = \frac{M_z^{max}}{I_z} y_c \leq [\sigma]_c,$$

де $[\sigma]_p = \sigma_{ep}/n$, $[\sigma]_c = \sigma_{ec}/n$; n – запас міцності.

Приклад рішення задачі №6

За епюрою M_z (рис. 15) знаходимо небезпечний переріз балки – переріз, в якому згинальний момент максимальний за абсолютною величиною. Для заданої балки згинальний момент в небезпечному перерізі $M_z^{max} = M_z(2a) = 1,5qa^2$ або після підстановки числових значень $M_z^{max} = 1,5 \cdot 10 \cdot 1^2 = 15$ кН·м.

З умови міцності визначимо необхідний момент опору перерізу

$$W_z \geq \frac{M_z^{max}}{[\sigma]} = \frac{15 \cdot 10^3}{190 \cdot 10^6} = 79 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 79 \text{ см}^3$$

Номер двотавра знаходимо за розрахунковим значенням моменту опору W_z , використовуючи таблиці сортаменту прокатної сталі.

Увага! У таблицях сортаменту прокатної сталі (див. додаток Б) осі z відповідає вісь x, це означає, що $W_z = W_x$.

Найбільш близький до необхідного момент опору двотавра №14, рівний $W_x=81,7\text{см}^3$. Вибравши цей переріз, визначаємо нормальне напруження в поперечному перерізі балки:

$$\sigma = \frac{M_z^{max}}{W_x} = \frac{15 \cdot 10^3}{81,7 \cdot 10^{-6}} = 184 \cdot 10^6 \text{ Па} = 184 \text{ МПа.}$$

Підбираємо прямокутний переріз, момент опору якого визначається з урахуванням того, що $h=2b$:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{b \cdot (2b)^2}{6} = \frac{2}{3} b^3 = 79 \text{ см}^3.$$

Звідси

$$b = \sqrt[3]{\frac{3W_z}{2}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 79}{2}} = 4,9 \text{ см}, \quad h = 2b = 2 \cdot 4,9 = 9,8 \text{ см.}$$

Круглий поперечний переріз має момент опору

$$W_z = \frac{\pi d^3}{32} = 79 \text{ см}^3.$$

Діаметр кола

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 79}{3,14}} = 9,3 \text{ см.}$$

Розглянемо задачу підбору перерізу балки, виготовленої з крихкого матеріалу. Балка (рис. 16) виготовляється з чавуну і має переріз, показаний на рис.30.

Потрібно визначити з розрахунку на міцність за допустимими напруженнями розміри поперечного перерізу, якщо матеріал балки – чавун з допустимим напруженням на стиск $[\sigma]_c=700 \text{ МПа}$ і на розтяг $[\sigma]_p=140 \text{ МПа}$; $a=1\text{м}$; $q=10\text{кН/м}$.

Скористаємося епюрою M_z побудованою для чавунної балки в задачі №3 (рис.29). Бачимо, що небезпечний переріз знаходиться в затисненні і розрахунковий згинальний момент $M_z^{max} = 5,5qa^2 = 5,5 \cdot 10 \cdot 1^2 \text{ Н}\cdot\text{м} = 55 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

Для визначення розмірів поперечного перерізу необхідно знайти з умови

міцності балки осьової момент опору щодо його нейтральної осі.

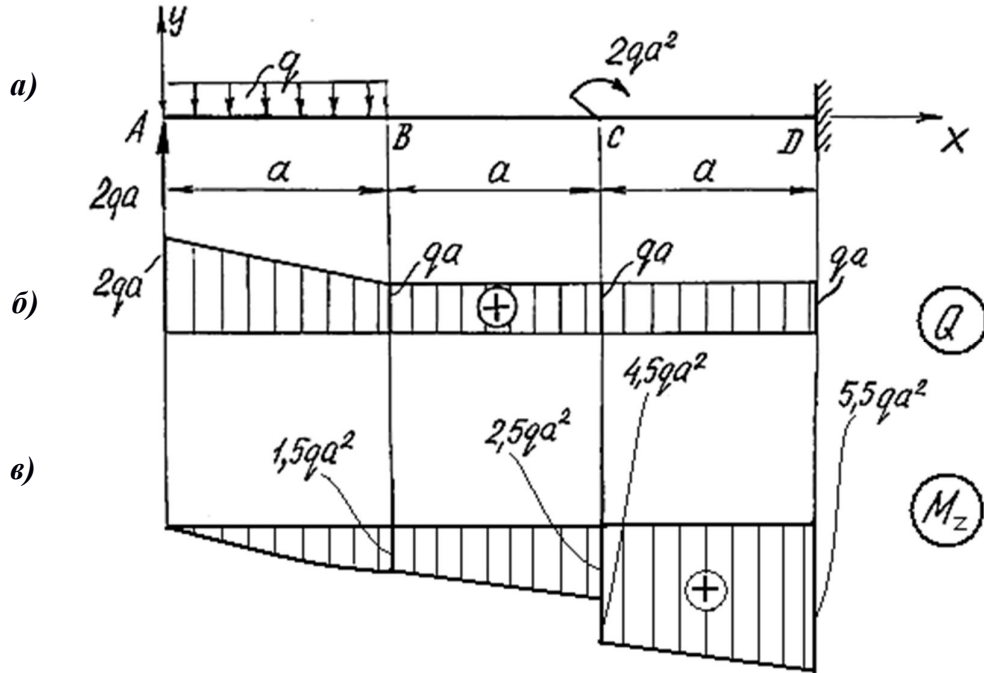


Рис. 29. Розрахункова схема чавунної балки. Епюри поперечних сил і згинальних моментів.

Заданий профіль перерізу чавунної балки (рис.30) має вісь симетрії, і для визначення положення його центра ваги досить обчислити тільки одну його координату – ординату y_c .

Розіб'ємо задану фігуру на дві прості частини: прямокутник (1) і півколо (2). В якості вихідних осей приймаємо головні центральні осі прямокутника y_1, z_1 . Тоді ордината центра ваги всієї фігури визначиться за формулою

$$y_c = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{0 + 1,924a \cdot 0,5\pi a^2}{2a \cdot 3a + 0,5\pi a^2} = 0,4a$$

Визначивши положення центра ваги, проводимо головні центральні осі Y, Z складеної фігури.

Обчислюємо момент інерції заданого перерізу щодо головної центральної осі Z^*):

$$\begin{aligned} I_z &= I_z^{(1)} + I_z^{(2)} = \\ &= \left[\frac{2a \cdot (3a)^3}{12} + (0,4a)^2 \cdot 6a^2 \right] + \left[0,11a^4 + (1,924a - 0,4a)^2 \frac{\pi a^2}{2} \right] = \\ &= 9,22a^4 \end{aligned}$$

*) При розгляді півкола, головна центральна ось інерції якого z_2 , використані наближені значення $y_0 = 0,424a$; $I_{z_2} = 0,11a^4$

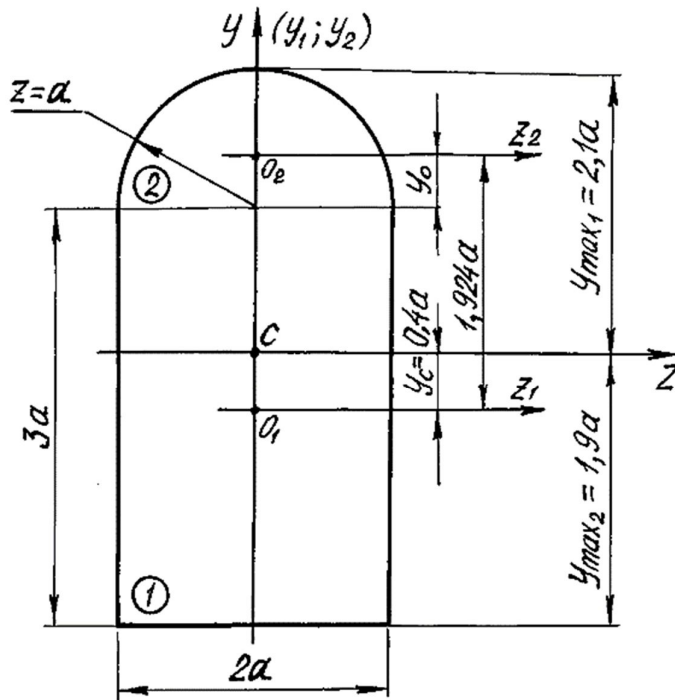


Рис. 30. Поперечний переріз чавунної балки

При розрахунку на міцність балок, виготовлених з крихких матеріалів, для перерізів з однією віссю симетрії необхідно обчислювати два моменти опору щодо осі Z:

$$W_z' = \frac{I_z}{y_{1\max}} = \frac{9,22a^4}{2,1a} = 4,39a^3;$$

$$W_z'' = \frac{I_z}{y_{2\max}} = \frac{9,22a^4}{1,9a} = 4,85a^3.$$

З епюри згинальних моментів (рис. 29, в), побудованої на розтягнутому волокні, випливає, що в небезпечному перерізі верхні волокна балки стиснуті, а нижні розтягнуті. Умова міцності для небезпечних точок в розтягнутій зоні перерізу має вигляд

$$\frac{M_z^{\max}}{W_z''} \leq [\sigma]_p; \quad \frac{55 \cdot 10^3}{4,85a^3} = 140 \cdot 10^6.$$

Звідки $a = 0,043 \text{ м} = 4,3 \text{ см}$.

Небезпечною точкою в стиснутій зоні є точка, найбільш віддалена від осі z на відстань $y'_{\max} = 2,1a$. Умова міцності балки за допустимими напруженнями

на стиск

$$\frac{M_z^{\max}}{W_z'} \leq [\sigma]_c; \quad \frac{55 \cdot 10^3}{4,39a^3} = 700 \cdot 10^6.$$

Звідки $a = 0,026 \text{ м} = 2,6 \text{ см}$.

В розрахунку за нормальними напруженнями з двох знайдених значень a приймаємо більше ($a = 4,3 \text{ см}$), що забезпечує міцність матеріалу балки як в розтягнутій, так і в стиснутій зонах.

Розглянемо приклад підбору складеного перерізу сталеві балки.

Для балки (рис.31) потрібно підібрати переріз, що складаються з двох сталевих швелерів. Прийняти $a = 1 \text{ м}$; $q = 10 \text{ кН / м}$; $[\sigma] = 190 \text{ МПа}$.

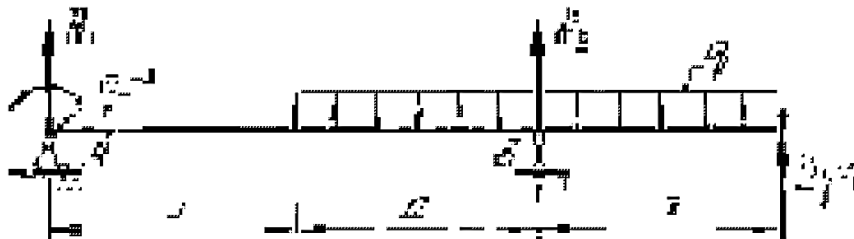


Рис. 31. Розрахункова схема балки

Епюри Q , і M_z для заданої балки побудовані при розв'язку задачі №3 і приведені на рис.32.

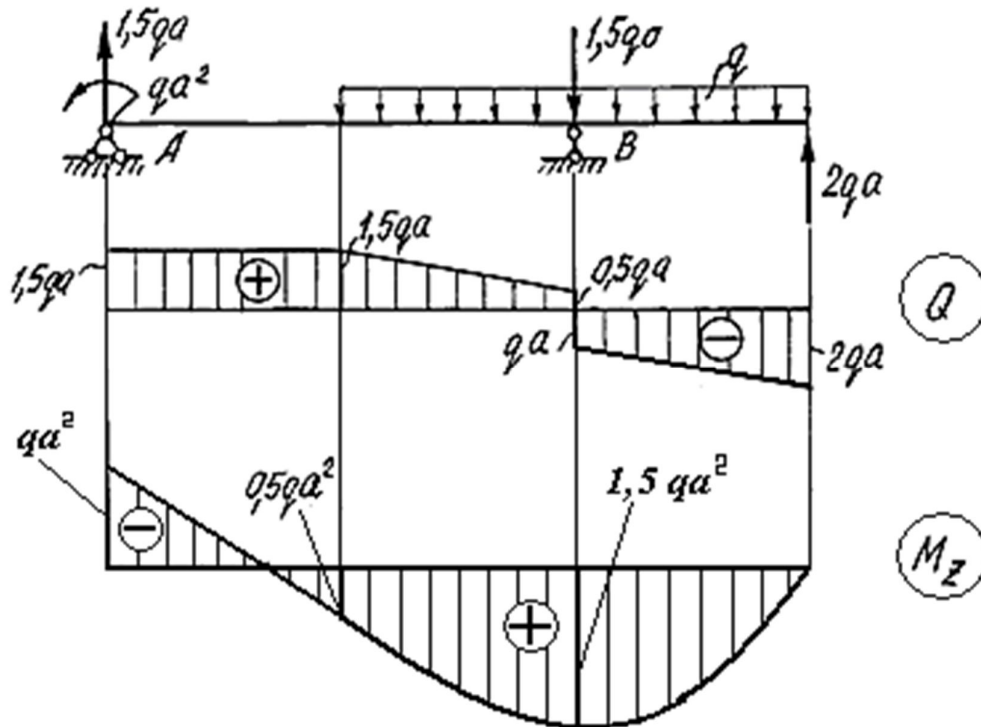


Рис. 32. Розрахункова схема сталеві балки. Епюри поперечних сил і

згинальних моментів

На епюрі M_z знаходимо величину максимального за модулем згинального моменту

$$M_z^{\max} = 1,5qa^2 = 1,5 \cdot 10 \cdot 1^2 = 15 \text{ кНм}$$

Переріз балки підбираємо з умови міцності при згинанні. Необхідний момент опору перерізу, що складається з двох швелерів

$$W_z \geq \frac{M_z^{\max}}{[\sigma]} = \frac{15 \cdot 10^3}{190 \cdot 10^6} = 79 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 79 \text{ см}^3.$$

Осьовий момент опору одного швелера буде в два рази менше – $W_z = 39,5 \text{ см}^3$.

За таблицею сортаменту прокатної сталі знаходимо, що найближчий підходящий момент опору має швелер № 12, для якого $W_z = W_x = 50,6 \text{ см}^3$. Швелер № 10 з осьовим моментом опору $34,8 \text{ см}^3$ прийняти не можна, так як в цьому випадку момент опору перерізу, який складається з двох швелерів, буде дорівнювати $69,6 \text{ см}^3 < 79 \text{ см}^3$ і напруження в балці перевищать допустимі на 13%, що є неприйнятним (в розрахунках допускається перенапруження $\leq 5\%$).

Розглянемо приклад рішення другої частини задачі № 6.

Побудуємо епюри розподілу нормальних напружень за висотою перерізу для двох балок – двотаврової сталеві і чавунної.

Нормальні напруження в поперечному перерізі балок при згинанні визначаються за формулою (6.1).

За шириною перерізу нормальні напруження розподіляються рівномірно. Залежність між σ і y лінійна, нормальні напруження прямо пропорційні відстані шару волокон від нейтральної осі, що збігається з головною центральною віссю інерції Z .

Обчислимо максимальні нормальні напруження в двотавровому перерізі балки за формулою (6.1):

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_z} = \frac{15 \cdot 10^3}{81,7 \cdot 10^{-6}} = 183,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 183,6 \text{ МПа}$$

Мінімальні (стискаючі) напруження в двотавровому перерізі за абсолютною величиною дорівнюватимуть максимальним розтягуючим напруженням.

Для чавунної балки величина максимальних (розтягуючих) напружень

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z^{\max}}{W_z^{//}} = \frac{55 \cdot 10^3}{4,85 \cdot (4,3 \cdot 10^{-2})^3} = 142,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 142,6 \text{ МПа}$$

Мінімальні (стискаючі) напруження

$$\sigma_{\min} = \frac{M_z^{\max}}{W_z^{/}} = \frac{55 \cdot 10^3}{4,39 \cdot (4,3 \cdot 10^{-2})^3} = 157,6 \cdot 10^6 \text{ Па} = 157,6 \text{ МПа}$$

Вибравши масштаб, будемо епюри розподілу нормальних напружень за висотою сталеві (рис.33, а) і чавунної (рис.33, б) балок.

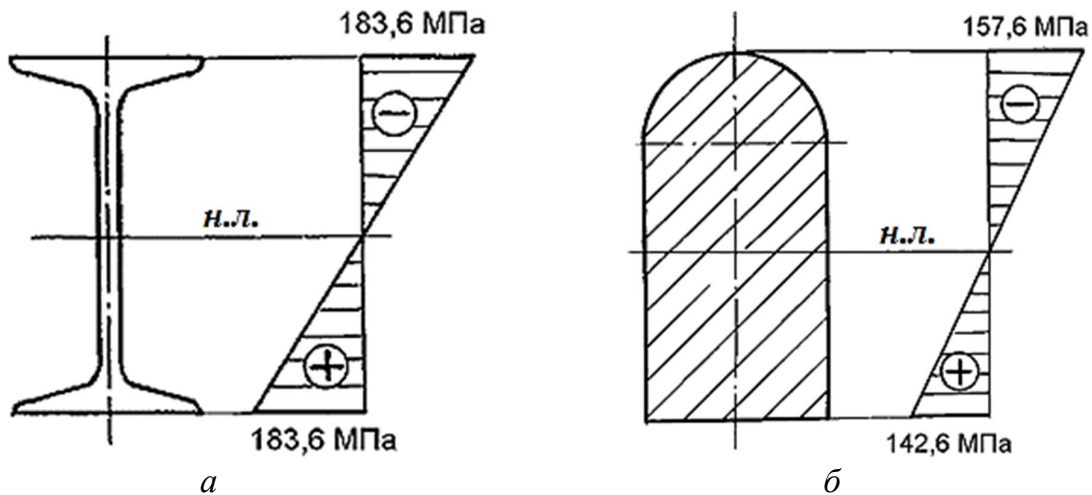


Рис. 33. Розподіл нормальних напружень за висотою балок:
а – сталева двотаврова; *б* – чавунна з несиметричним перерізом відносно нейтральної лінії

Контрольні питання

1. Що таке жорсткість при згинанні?
2. Що таке нейтральний шар, нейтральна вісь?
3. Що являє собою зігнута вісь балки при згинанні?
4. Який вигляд має епюра нормальних напружень при згинанні?
5. Як визначаються нормальні напруження при згинанні?
6. Який вигляд має умова міцності при згинанні?
7. Чому дорівнює момент опору перерізу?
8. Який переріз є раціональним при згинанні й чому?
9. Як визначаються дотичні напруження при згинанні (формула Журавського) і як вони розподіляються за перерізом?
10. Який вигляд мають епюри дотичних напружень для двотаврового та таврового перерізу?

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна:

1. Шваб'юк В.І. Опір матеріалів: підручник. – К.: Знання, 2016. – 407 с.
2. Шкельов, Л.Т. та ін. Опір матеріалів: Підручник для студентів вищих навчальних закладів / Л. Т. Шкельов, А. М. Станкевич, Д. В. Пошивач. – К.: ЗАТ «Віпол», 2011. – 456 с.
3. Філатов Г. В. Опір матеріалів в задачах і прикладах: Розрахунок статично визначуваних стержневих систем Кн. 1: Навч. посіб. – Київ: Видавництво Ліра-К, 2019. – 360 с.
4. Theory of Structures: Fundamentals, Framed Structures, Plates and Shells, 1st Edition, Peter Marti, Ernst & Sohn, March 27, 2013, 680 p.
5. Савченко О.В. Практикум з опору матеріалів: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О.В. Савченко. – Чернігів: ЧДТУ, 2007. – 316 с.

Допоміжна:

6. Писаренко, Г.С. Опір матеріалів: підручник для вузів: /Г.С. Писаренко та ін. – К.: Вища школа, 2004. – 656 с.
7. Писаренко, Г.С. Справочник по сопроотивленію материалов /Г.С. Писаренко и др. Киев.: Наукова думка. 1988. – 704 с.
8. Ободовский, Б.А. Пособие по сопроотивленію материалов в примерах и задачах. /Б.А. Ободовский – Харьков: ХГУ, 1987. – 383 с.
9. Феодосьев, В.И. Сопроотивление материалов: учебник для вузов / В.И. Феодосьев – М.: Наука, 1998. – 612 с.
- 10.Беляев, Н.М. Сборник задач по сопроотивленію материалов: /Н.М. Беляев – М.: Наука, 1976. – 670 с.
- 11.Дарков, А.В. Сопроотивление материалов: учебник для вузов /А.В. Дарков – М.: Высшая. школа., 1989. – 624 с.
- 12.Качурин В.К. Сборник задач по сопроотивленію материалов: /В.К. Качурин и др.– М.: Наука, 1970. – 432 с.
- 13.Basic Structural Theory, 1st Edition, Jacques Heyman, Cambridge University Press, (May 1, 2008), 152 pages.

Інформаційні ресурси:

1. Система дистанційного навчання ЧНТУ. Курс: Опір матеріалів. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://eln.stu.cn.ua/>
2. Computer Vision System Toolbox. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://ww2.mathworks.cn/help/vision/index.html>
3. Open Source Computer Vision Library. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <https://opencv.org/>
4. Інтегрований веб-сайт книг [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.imageprocessingplace.com/>
5. Національна бібліотека ім. В.І. Вернадського / Електронний каталог/ [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_64.exe

ДОДАТКИ

Додаток А

Зразок оформлення титульної сторінки звіту про виконання РГР

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Чернігівська політехніка»
Навчально-науковий інститут архітектури, дизайну та геодезії
Кафедра архітектури та дизайну середовища

ОПІР МАТЕРІАЛІВ

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА № 1

Варіант № _____

Керівник

доц. Завацький С.В.

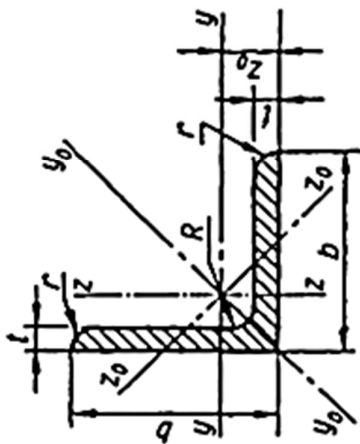
Виконав
студент II-го курсу
група

(прізвище, ініціали, підпис)

Чернігів 20 ____

Сортамент прокатної сталі

Кутники рівнобічні



Позначення:

b — ширина полки; t — товщина полки; R — радіус внутрішнього заокруглення; r — радіус заокруглення полки; J — момент інерції; i — радіус інерції; z_0 — відстань від центра ваги до зовнішньої грані полки; J_{yz} — відцентровий момент інерції; W — момент опору

Номер про-філю	Розміри, мм			Площа попе-речного перері-зу, см ²	Довідкові значення для осей										Маса, кг
	b	t	r		$y - y_0$					$z_0 - z_0$					
					J_{y_0} см ⁴	W_{y_0} см ³	i_{y_0} см	$J_{y_0 \max}$ см ⁴	$i_{y_0 \max}$ см	$J_{z_0 \min}$ см ⁴	W_{z_0} см ³	$i_{z_0 \min}$ см ⁴	J_{yz} см ⁴	z_0 см	
2	20	3	1,2	0,40 0,50	0,28 0,37	0,59 0,58	0,63 0,78	0,75 0,73	0,17 0,22	0,20 0,24	0,39 0,38	0,23 0,28	0,60 0,64	0,89 1,15	
2,5	25	3	1,2	0,81 1,03 1,22	0,46 0,59 0,72	0,75 0,74 0,73	1,29 1,62 1,91	0,95 0,93 0,92	0,34 0,44 0,53	0,33 0,41 0,47	0,49 0,48 0,48	0,47 0,59 0,69	0,73 0,76 0,80	1,12 1,46 1,78	
2,8	28	3	1,3	1,16	0,58	0,85	1,84	1,07	0,48	0,42	0,55	0,68	0,80	1,27	
3	30	3	1,3	1,45 1,84 2,20	0,67 0,87 1,06	0,91 0,90 0,89	2,30 2,92 3,47	1,15 1,13 1,12	0,60 0,77 0,94	0,53 0,61 0,71	0,59 0,58 0,58	0,85 1,08 1,27	0,85 0,89 0,93	1,36 1,78 2,18	
3,2	32	3	1,5	1,77 2,26	0,77 1	0,97 0,96	2,80 3,58	1,23 1,21	0,74 0,94	0,59 0,71	0,63 0,62	1,03 1,32	0,89 0,94	1,46 1,91	
3,5	35	3	1,5	2,35 3,01 3,61	0,93 1,21 1,47	1,07 1,06 1,05	3,72 4,76 5,71	1,35 1,33 1,32	0,97 1,25 1,52	0,71 0,88 1,02	0,69 0,68 0,68	1,37 1,75 2,10	0,97 1,01 1,05	1,60 2,10 2,58	

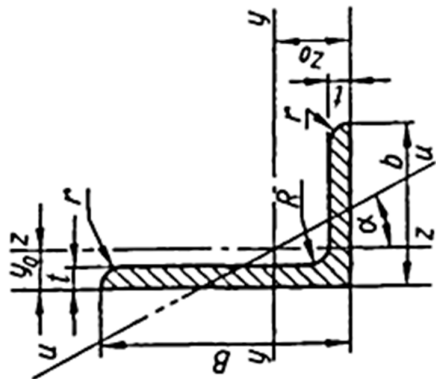
Номер профілю	Розміри, мм			Площа поперечного перерізу, см ²	Довідкові значення для осей												Маса, кг
					y—y				y ₀ —y ₀				z ₀ —z ₀				
	b	r	R		r	J _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	J _{y₀ max} , см ⁴	i _{y₀ max} , см	J _{y₀ min} , см ⁴	W _{y₀} , см ³	i _{y₀ min} , см	J _{z₀} , см ⁴	i _{z₀} , см	J _{z₀ min} , см ⁴	
4	40	3	5	1,7	3,55	1,22	1,23	5,63	1,55	1,47	0,95	0,79	2,08	1,09	1,85		
		4			4,58	1,60	1,22	7,26	1,53	1,90	1,19	0,78	2,68	1,13	2,42		
		5			5,53	1,95	1,21	8,75	1,52	2,30	1,39	0,78	3,22	1,17	2,98		
		6			6,41	2,30	1,20	10,13	1,50	2,70	1,58	0,78	3,72	1,21	3,52		
	4,5	45	3	5	1,7	5,13	1,56	1,39	8,13	1,75	2,12	1,24	0,89	3	1,21	2,08	
			4			6,63	2,04	1,38	10,52	1,74	2,74	1,54	0,89	3,89	1,26	2,73	
		5			8,03	2,51	1,37	12,74	1,72	3,33	1,81	0,88	4,71	1,30	3,37		
		6			9,35	2,95	1,36	14,80	1,71	3,90	2,96	0,88	5,45	1,34	3,99		
5	50	3	5,5	1,8	7,11	1,94	1,55	11,27	1,95	2,95	1,57	1	4,16	1,33	2,32		
		4			9,21	2,54	1,54	14,63	1,94	3,80	1,95	0,99	5,42	1,38	3,05		
		5			11,20	3,13	1,53	17,77	1,92	4,63	2,30	0,98	6,57	1,42	3,77		
		6			13,07	3,69	1,52	20,72	1,91	5,43	2,63	0,98	7,65	1,46	4,47		
		7			14,84	4,23	1,50	23,47	1,89	6,21	2,93	0,97	8,63	1,50	5,15		
		8			16,51	4,76	1,49	26,03	1,87	6,98	3,22	0,97	9,52	1,53	5,82		
	5,6	56	4	6	2	13,10	3,21	1,73	20,79	2,18	5,41	2,52	1,11	7,69	1,52	3,44	
			5			15,97	3,96	1,72	25,36	2,16	6,59	2,97	1,10	9,41	1,57	4,25	
6	60	4	7	2,3	16,21	3,70	1,85	25,69	2,33	6,72	2,93	1,19	9,48	1,62	3,71		
		5			19,79	4,56	1,84	31,40	2,32	8,18	3,49	1,18	11,61	1,66	4,58		
		6			23,21	5,40	1,83	36,81	2,31	9,60	3,99	1,18	13,60	1,70	5,43		
		8			29,55	7	1,81	46,77	2,27	12,34	4,90	1,17	17,22	1,78	7,10		
		10			35,32	8,52	1,79	55,64	2,24	15	5,70	1,16	20,32	1,85	8,70		
	6,3	63	4	7	2,3	18,86	4,09	1,95	29,90	2,45	7,81	3,26	1,25	11	1,69	3,90	
		5			23,10	5,05	1,94	36,80	2,44	9,52	3,87	1,25	13,70	1,74	4,81		
		6			27,06	5,98	1,93	42,91	2,43	11,18	4,44	1,24	15,90	1,78	5,72		
7	70	4,5	8	2,7	29,04	5,67	2,16	46,03	2,72	12,04	4,53	1,39	17	1,88	4,87		
		5			31,94	6,27	2,16	50,67	2,72	13,22	4,92	1,39	18,70	1,90	5,38		
		6			37,58	7,42	2,15	59,64	2,71	15,52	5,66	1,38	22,10	1,94	6,39		
		7			42,98	8,57	2,14	68,19	2,69	17,77	6,31	1,37	25,20	1,99	7,39		
		8			48,16	9,68	2,12	76,35	2,68	19,97	6,99	1,37	28,20	2,02	8,37		
		10			57,90	11,82	2,10	91,52	2,64	24,27	8,17	1,36	33,60	2,10	10,29		

Номер про-філю	Розміри, мм				Площа поперечного перерізу, см ²	Довідкові значення для осей											
						y — y ₀						z ₀ — z ₀					
	b	t	R	r		J _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см	J _{y₀ max} , см ⁴	i _{y₀ max} , см	J _{z₀ min} , см ⁴	W _{z₀} , см ³	i _{z₀ min} , см ⁴	J _y , см ⁴	z ₀ , см	Маса, кг	
																	J _{y₀ max} , см ⁴
14	10				512,29	50,32	4,33	813,62	5,46	210,96	39,05	2,78	301	3,82	21,45		
	12				602,49	59,66	4,31	956,98	5,43	248,01	44,97	2,76	354	3,90	29,50		
15	10				634,76	58,07	4,65	1008,56	5,86	260,97	45,34	2,98	374	4,07	23,02		
	12				747,48	68,90	4,63	1187,86	5,83	307,09	52,32	2,97	440	4,15	27,39		
	15			4,6	908,38	84,66	4,59	1442,60	5,79	374,17	61,96	2,95	534	4,27	33,82		
	18				1060,08	99,86	4,56	1680,92	5,74	439,24	70,91	2,93	621	4,38	40,11		
16	10				774,24	66,19	4,96	1229,10	6,25	319,38	52,52	3,19	455	4,30	24,67		
	11				844,21	72,44	4,95	1340,66	6,24	347,77	56,52	3,18	496	4,35	27,02		
	12				912,89	78,62	4,94	1450	6,23	375,78	60,53	3,17	537	4,39	29,35		
	14				1046,47	90,77	4,92	1662,13	6,20	430,81	68,15	3,16	615	4,47	33,97		
	16				1175,19	102,64	4,89	1865,73	6,17	484,64	75,92	3,14	690	4,55	38,52		
	18				1290,24	114,24	4,87	2061,03	6,13	537,46	82,08	3,13	671	4,63	43,01		
	20				1418,85	125,00	4,85	2248,26	6,10	589,43	90,02	3,12	830	4,70	47,44		
	20			5,3	1216,44	92,47	5,60	1933,10	7,06	499,78	72,86	3,59	716	4,85	30,47		
18	12				1316,62	100,41	5,59	2092,78	7,04	540,45	78,15	3,58	776	4,89	33,12		
	15				1607,36	123,74	5,55	2554,99	7	659,73	93,11	3,56	948	5,01	40,96		
	18				1884,07	146,36	5,51	2992,69	6,95	775,44	106,88	3,54	1108	5,13	48,66		
	20				2061,11	161,07	5,49	3271,31	6,91	850,92	115,71	3,53	1210	5,20	53,72		
20	12				1822,78	124,61	6,22	2896,16	7,84	749,40	98,68	3,99	1073	5,37	36,97		
	13			6	1960,77	134,44	6,21	3116,18	7,83	805,35	105,07	3,98	1156	5,42	39,92		
	14				2097	144,17	6,20	3333	7,81	861	111,50	3,97	1236	5,46	42,80		
	16				2362,57	163,37	6,17	3755,39	7,78	969,74	123,77	3,96	1393	5,54	48,65		
	18				2620,64	182,22	6,15	4164,54	7,75	1076,74	135,48	3,94	1544	5,62	54,40		
	20				2871,47	200,73	6,12	4560,42	7,72	1181,92	146,62	3,93	1689	5,70	60,08		
	24				3350,66	236,77	6,08	5313,59	7,65	1387,73	167,74	3,91	1963	5,85	71,26		
22	25				3466,21	245,59	6,06	5494,04	7,63	1438,38	172,68	3,91	2028	5,89	74,02		
	30				4019,60	288,57	6	6351,05	7,55	1698,16	193,06	3,89	2332	6,07	87,56		
	14			7	2814,36	175,18	6,83	4470,15	8,60	158,56	138,62	4,38	1655	5,91	47,40		
	16				3175,44	198,71	6,80	5045,37	8,58	1305,52	153,34	4,36	1862	6,02	53,83		

Кутники нерівнобічні

Позначення:

B — ширина більшої полиці; b — ширина меншої полиці; l — товщина полиці; R — радіус внутрішнього заокруглення; r — радіус заокруглення полиць; J — момент інерції; i — радіус інерції; y_0 , z_0 — відстань від центра ваги до зовнішніх граней полиць; J_{y^*} , J_{z^*} — відцентровий момент інерції

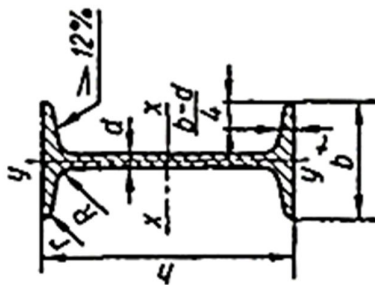


Номер про-філю	Розміри, мм				Площа поперечного перерізу, см^2	Довідкові значення для осей										Кут нахилу осей $\text{tg } \alpha$	Маса l м, кг			
	B	b	l	R		$y - y^*$					$z - z^*$							y_0 , см	z_0 , см	J_{y^*} , см^4
						J_{y^*} , см^4	W_{y^*} , см^3	i_{y^*} , см	J_{z^*} , см^4	W_{z^*} , см^3	i_{z^*} , см	$J_{u \text{ min}^*}$, см^4	$W_{u \text{ min}^*}$, см^3	$i_{u \text{ min}^*}$, см						
2,5/1,6	25	16	3	3,5	1,16	0,70	0,43	0,78	0,22	0,19	0,44	0,13	0,16	0,34	0,42	0,86	0,22	0,392	0,91	
3/2	30	20	3	3,5	1,43	1,27	0,62	0,94	0,45	0,30	0,56	0,26	0,25	0,43	0,51	1,00	0,43	0,427	1,12	
			4		1,86	1,61	0,82	0,93	0,56	0,39	0,55	0,34	0,32	0,43	0,54	1,04	0,54	0,421	1,46	
3,2/2	32	20	3	3,5	1,49	1,52	0,72	1,01	0,46	0,30	0,55	0,28	0,25	0,43	0,49	1,08	0,47	0,382	1,17	
			4		1,94	1,93	0,93	1	0,57	0,39	0,54	0,35	0,33	0,43	0,53	1,12	0,59	0,374	1,52	

Номер про- фильо	Розміри, мм				Площа поперечного перізу, см^2	Довідкові значення для осей												Кут нахилу осей $\text{tg } \alpha$	Маса Γ , кг
						y — y				z — z				x — x					
	B	b	r	R		r	J_y , см^4	W_y , см^3	i_y , см	J_z , см^4	W_z , см^3	i_z , см	J_x , см^4	W_x , см^3	$i_{x \text{ min}}$, см	y_0 , см	z_0 , см		
4/2,5	40	25	3	4	1,3	3,06	1,14	1,27	0,93	0,49	0,70	0,56	0,41	0,54	0,59	1,32	0,96	0,385	1,48
			4			3,93	1,49	1,26	1,18	0,63	0,69	0,71	0,52	0,54	0,63	1,37	1,22	0,381	1,94
			5			4,73	1,82	1,25	1,41	0,77	0,68	0,86	0,64	0,53	0,66	1,41	1,44	0,374	2,38
4/3	40	30	4	4	1,3	4,18	1,54	1,25	2,01	0,91	0,87	1,09	0,75	0,64	0,78	1,28	1,68	0,544	2,09
			5			5,04	1,88	1,24	2,41	1,11	0,86	1,33	0,91	0,64	0,82	1,32	2	0,539	2,57
4,5/2,8	45	28	3	5	1,7	4,41	1,45	1,43	1,32	0,61	0,79	0,79	0,52	0,61	0,64	1,47	1,38	0,382	1,68
			4			5,68	1,90	1,42	1,60	0,80	0,78	1,02	0,67	0,60	0,68	1,51	1,77	0,379	2,20
5/3,2	50	32	3	5,5	1,8	6,18	1,82	1,60	1,99	0,81	0,91	1,18	0,68	0,70	0,72	1,60	2,01	0,403	1,90
			4			7,98	2,38	1,59	2,56	1,05	0,90	1,52	0,88	0,69	0,76	1,65	2,59	0,401	2,49
5,6/3,6	56	36	4	6	2	11,37	3,01	1,78	3,70	1,34	1,02	2,19	1,13	0,78	0,84	1,82	3,74	0,406	2,81
			5			13,82	3,70	1,77	4,48	1,65	1,01	2,65	1,37	0,78	0,88	1,87	4,50	0,404	3,46
6,3/4	63	40	4	7	2,3	16,33	3,83	2,01	5,16	1,67	1,13	3,07	1,41	0,87	0,91	2,03	5,25	0,397	3,17
			5			19,91	4,72	2	6,26	2,05	1,12	3,73	1,72	0,86	0,95	2,08	6,41	0,396	3,91
			6			23,31	5,58	1,99	7,29	2,42	1,11	4,36	2,02	0,86	0,99	2,12	7,44	0,393	4,63
			8			29,60	7,22	1,96	9,15	3,12	1,09	5,58	2,60	0,85	1,07	2,20	9,27	0,387	6,03
6,5/5	65	50	5	6	2	23,41	5,20	2,05	12,08	3,23	1,47	6,41	2,68	1,07	1,26	2	9,77	0,576	4,36
			6			27,46	6,16	2,04	14,12	3,82	1,46	7,52	3,15	1,07	1,30	2,04	11,46	0,575	5,18
			7			31,32	7,08	2,03	16,05	4,38	1,45	8,60	3,59	1,06	1,34	2,08	12,94	0,571	5,98
			8			35	7,99	2,02	18,88	4,93	1,44	9,65	4,02	1,06	1,37	2,12	13,61	0,570	6,77
7/4,5	70	45	5	7,5	2,5	27,76	5,88	2,23	9,05	2,62	1,27	5,34	2,20	0,98	1,05	2,28	9,12	0,406	4,39
7,5/5	75	50	5	8	2,7	34,81	6,81	2,39	12,47	3,25	1,43	7,24	2,73	1,09	1,17	2,39	12	0,436	4,79
			6			40,92	8,08	2,38	14,60	3,85	1,42	8,48	3,21	1,08	1,21	2,44	14,10	0,435	5,69
			7			46,77	9,31	2,36	16,61	4,43	1,41	9,69	3,69	1,08	1,25	2,48	16,18	0,435	6,57
			8			52,38	10,52	2,35	18,52	4,88	1,40	10,87	4,14	1,07	1,29	2,62	17,80	0,430	7,43
8/5	80	50	5	8	2,7	41,64	7,71	2,56	12,68	3,28	1,41	7,57	2,75	1,09	1,13	2,60	13,20	0,387	4,99
			6			48,98	9,15	2,55	14,85	3,88	1,40	8,88	3,24	1,08	1,17	2,65	15,50	0,386	5,92

8/6	80	60	6	8	2,7	8,15	52,06	9,42	2,53	25,18	5,58	1,76	13,61	4,66	1,29	1,49	2,47	20,98	0,547	6,39
9/5,6	90	56	5,5	9	3	7,86	65,28	10,74	2,88	19,67	4,53	1,58	11,77	3,81	1,22	1,26	2,92	20,54	0,384	6,17
			6	6		8,54	70,58	11,66	2,88	21,22	4,91	1,58	12,70	4,12	1,22	1,28	2,95	22,23	0,384	6,70
			8	8		11,18	90,87	15,24	2,85	27,08	6,39	1,39	1,56	16,29	5,32	1,21	1,36	3,04	0,380	8,77
10/6,3	100	63	6	10	3,3	9,58	98,29	14,52	3,20	30,58	6,27	1,79	18,20	5,27	1,38	1,42	3,23	31,50	0,393	7,53
			7	7		11,09	112,86	16,78	3,19	34,99	7,23	1,78	20,83	6,06	1,37	1,46	3,28	36,10	0,392	8,70
			8	8		12,57	126,96	19,01	3,18	39,21	8,17	1,77	23,38	6,82	1,36	1,50	3,32	40,50	0,391	9,87
			10	10		15,47	153,83	23,32	3,15	47,18	9,99	1,75	28,34	8,31	1,35	1,58	3,40	48,60	0,387	12,14
10/6,5	100	65	7	10	3,3	11,23	114,05	16,87	3,19	38,32	7,70	1,85	22,77	6,43	1,41	1,52	3,24	38	0,415	8,81
			8	8		12,73	138,31	19,11	3,18	42,96	8,70	1,84	25,24	7,26	1,41	1,56	3,28	42,54	0,414	9,99
			10	10		15,67	155,52	23,45	3,15	51,68	10,64	1,82	30,60	8,83	1,40	1,64	3,37	51,18	0,410	12,30
11/7	110	70	6,5	10	3,3	11,45	142,42	19,11	3,53	45,61	8,42	2	26,94	7,05	1,53	1,58	3,55	46,80	0,402	8,98
			8	8		13,93	171,54	23,22	3,51	54,64	10,20	1,98	32,31	8,50	1,52	1,64	3,61	55,90	0,400	10,93
12,5/8	125	80	7	11	3,7	14,06	226,53	26,67	4,01	73,73	11,89	2,29	43,40	9,96	1,76	1,80	4,01	74,70	0,407	11,04
			8	8		15,98	255,62	30,27	4	80,95	13,47	2,28	48,82	11,25	1,75	1,84	4,04	84,10	0,406	12,54
			10	10		19,70	311,61	37,27	3,98	100,47	16,52	2,26	59,33	13,74	1,74	1,92	4,14	102	0,404	15,47
			12	12		23,36	364,79	44,03	3,95	116,84	19,46	2,24	69,47	16,11	1,72	2,00	4,22	118	0,400	18,34
14/9	140	90	8	12	4	18	363,68	38,25	4,49	119,79	17,19	2,58	70,27	14,39	1,98	2,03	4,49	121	0,411	14,13
			10	10		22,24	444,45	47,19	4,47	145,54	21,14	2,56	85,51	17,58	1,96	2,12	4,58	147	0,409	17,46
16/10	160	100	9	13	4,3	22,87	605,97	56,04	5,15	186,03	23,96	2,85	110,40	20,01	2,20	2,24	5,19	194	0,391	17,96
			10	10		25,28	666,59	61,91	5,13	204,09	26,42	2,84	121,16	22	2,19	2,28	5,23	213	0,390	19,85
			12	12		30,04	784,22	73,42	5,11	238,75	31,23	2,82	142,14	25,93	2,18	2,36	5,32	249	0,388	23,58
			14	14		34,72	897,19	84,65	5,08	271,60	35,89	2,80	162,49	29,75	2,16	2,43	5,40	282	0,385	27,26
18/11	180	110	10	14	4,7	28,33	952,28	78,59	5,80	276,37	32,27	3,12	165,44	26,96	2,42	2,44	5,88	295	0,376	22,24
			12	12		33,69	1122,56	93,33	5,77	324,09	38,20	3,10	194,28	31,83	2,40	2,52	5,97	348	0,374	26,45
20/12,5	200	125	11	14	4,7	34,87	1449,02	107,31	6,45	446,36	45,98	3,58	263,84	38,27	2,75	2,79	6,50	465	0,392	27,37
			12	12		37,89	1568,19	116,51	6,43	481,93	49,85	3,57	285,04	41,45	2,74	2,83	6,54	503	0,392	29,74
			14	14		43,87	1800,83	134,64	6,41	550,77	57,43	3,54	326,54	47,57	2,73	2,91	6,62	575	0,390	34,43
			16	16		49,77	2026,08	152,41	6,38	616,66	64,83	3,52	366,99	53,56	2,72	2,99	6,71	643	0,388	39,07

Балки двотаврові

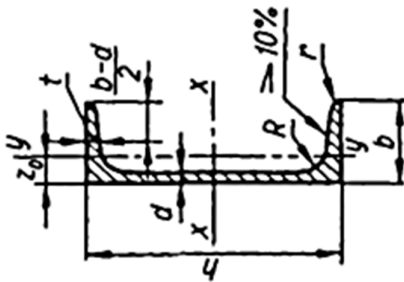


Позначення:

h — висота балки; b — ширина полки; d — товщина стінки; t — середня товщина полки; J — момент інерції; W — момент опору; i — радіус інерції; S — статичний момент півперерізу

Номер про-філю	Розміри, мм				Площа перерізу F , см^2	J_x , см^4	W_x , см^3	i_x , см	S_x , см^3	J_y , см^4	W_y , см^3	i_y , см	Маса l м, кг
	h	b	d	t									
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	9,46
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	11,5
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	13,7
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	15,9
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	18,4
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	19,9
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	21,0
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	22,7
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	24,0
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	25,8
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	27,3
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	29,4
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54	31,5
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	33,9
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	36,5
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	39,2
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	42,2
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	48,6
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03	57,0
45	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09	66,5
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23	78,5
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39	92,6
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54	108

Швелери з нахилом внутрішніх граней полиць



Позначення:

h — висота швелера; b — ширина полиці; d — товщина стінки; t — середня товщина полиці; J — момент інерції; W — момент опору; i — радіус інерції; S — статичний момент півперерізу; z_0 — відстань від осі u до зовнішньої грані стінки

Номер про-філю	Розміри, мм			Площа перерізу F , см^2	J_x , см^4	W_x , см^3	i_x , см	S_x , см^3	J_y , см^4	W_y , см^3	i_y , см	z_0 , см	Маса l м, кг
	h	b	d										
5	50	32	4,4	7,0	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	4,84
6,5	65	36	4,4	7,2	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24	5,90
8	80	40	4,5	7,4	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	7,05
10	100	46	4,5	7,6	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	8,59
12	120	52	4,8	7,8	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	10,4
14	140	58	4,9	8,1	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67	12,3
14a	140	62	4,9	8,7	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	13,3
16	160	64	5,0	8,4	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80	14,2
16a	160	68	5,0	9,0	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	15,3
18	180	70	5,1	8,7	1090	121	7,24	69,8	86	17,0	2,04	1,94	16,3
18a	180	74	5,1	9,3	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	17,4
20	200	76	5,2	9,0	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07	18,4
20a	200	80	5,2	9,7	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	19,8
22	220	82	5,4	9,5	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	21,0
22a	220	87	5,4	10,2	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	22,6
24	240	90	5,6	10,0	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	24,0
24a	240	95	5,6	10,7	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	25,8
27	270	95	6,0	10,5	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	27,7
30	300	100	6,5	11,0	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	31,8
33	330	105	7,0	11,7	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	36,5
36	360	110	7,5	12,6	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	41,9
40	400	115	8,0	13,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75	48,3

Додаток В

«Кодекс академічної доброчесності Національного університету «Чернігівська політехніка»», затвердженого Вченою радою Національного університету «Чернігівська політехніка» 31 травня 2021 р. протокол № 5 та введеного в дію наказом ректора від 31 травня 2021 р. №100

п. 4.2. Дотримання академічної доброчесності здобувачами освіти передбачає:

- ✓ самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей);
- ✓ посилення на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей;
- ✓ дотримання норм законодавства про авторське право і суміжні права;
- ✓ надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використані методики досліджень і джерела інформації.

п. 4.3. Основними формами порушення академічної доброчесності є:

- ✓ академічний плагіат;
- ✓ самоплагіат;
- ✓ фабрикація;
- ✓ фальсифікація;
- ✓ списування;
- ✓ обман
- ✓ хабарництво;
- ✓ необ'єктивне оцінювання.

п. 5.7. Порушення академічної доброчесності здобувачами вищої освіти можуть мати наслідки:

- ✓ повторне проходження підсумкового оцінювання;
- ✓ повторне вивчення відповідного освітнього компонента освітньої програми;
- ✓ відрахування з Університету;
- ✓ позбавлення академічної стипендії.