

УДК 534.1:539.3

**В.Г. Дубенець**, д-р техн. наук**О.О. Горбатко**, канд. техн. наук**О.Л. Деркач**, студент

Чернігівський державний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

## ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЕФЕКТИВНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАНОКОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ

*Побудовано математичні моделі і визначено ефективні характеристики наноконкомпозитних матеріалів складної внутрішньої структури за допомогою енергетичного методу.*

### Постановка проблеми

Наноконкомпозити є неоднорідними структурами, побудованими за методами нанотехнологій. Термін «нанотехнології» було введено у 1974 році японським ученим Норіо Танігуті для опису процесу побудови об'єктів за допомогою маніпуляцій окремими атомами. Успіхи у фізиці та хімії, стрімкий розвиток експериментальних методів досліджень і поява потужної обчислювальної техніки перевели нанотехнології із футурологічної у природничу галузь знань. Наукові проблеми в галузі наноматеріалів є найактуальнішими та відносяться до міждисциплінарних, оскільки знаходяться на перетині сучасних знань з матеріалознавства, фізики та хімії [1].

Уже сьогодні нанотехнології та наноматеріали відіграють важливу роль у багатьох галузях виробництва [2] і є найбільш активною й інтенсивною сферою досліджень з початку цього сторіччя. До наноструктурних матеріалів відносять нанопорошки металів, сплавів, інтерметалідів, оксидів, карбідів, нітридів, боридів, а також нанополімери, вуглецеві наноструктури, нанопористі матеріали, наноконкомпозити [3]. Найбільш поширені наноматеріали двох класів: конструкційні і функціональні. Для одержання наноматеріалів використовують чотири методи: порошкова металургія, кристалізація з аморфного стану, інтенсивна пластична деформація та різноманітні методи нанесення наноструктурних покриттів з метою зміцнення поверхневого шару. Дослідження конструкційних наноматеріалів, придатних для широкого практичного використання в галузі машинобудування, знаходяться на початковій стадії розвитку і потребують використання різноманітних нанотехнологій [4].

Розробка конструкцій із наноконкомпозитів можлива тільки при застосуванні наномеханіки, що є наступним історичним кроком розвитку структурної механіки матеріалів після макромеханіки, мезомеханіки і мікромеханіки. Для реальних експериментів на наноструктурних об'єктах необхідно використовувати складне, високоточне і дороге обладнання [4]. Схеми проведення експериментів є унікальними, але не відрізняються різноманітністю, хоча лабораторних експериментів виконано дуже багато [5]. У таких умовах особливу роль відіграють чисельні методи моделювання механічних випробувань наноструктурних об'єктів.

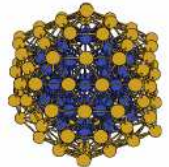

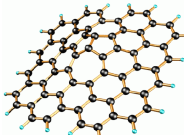
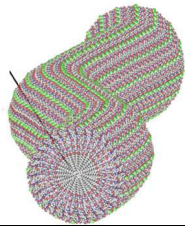


Використання композиційних матеріалів відкриває широкі можливості у регулюванні фізико-механічних характеристик: зміцнення зі збереженням пластичності і високої в'язкості [4], зменшення або підвищення коефіцієнта тертя, надання матеріалам дисипативних характеристик [6]. Однак основною з проблем, що виникає при використанні таких матеріалів, є необхідність визначення їх характеристик, що значно ускладнено різноманітною внутрішньою структурою наноконкомпозитів. Враховуючи стратегію технологічних розробок конструкцій із нових матеріалів, актуальним є дослідження наноконкомпозитних матеріалів з метою подальшого аналізу одержаних результатів та синтеза конструкцій.

### Аналіз досліджень і публікацій

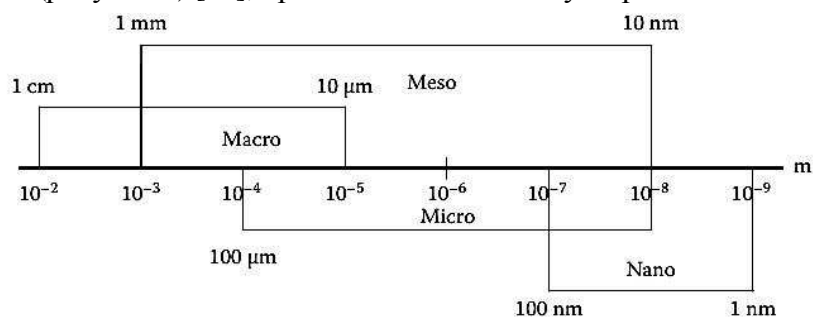
Існує багато класифікацій наноструктур [7; 8], найпоширенішу з яких наведено у таблиці 1 [9]. Усі наведені наноструктури застосовуються у нанотехнологіях.

Таблиця 1

*Класифікація наноструктур*

Суцільні			Пористі	
	Клас	Зображення	Клас	Зображення
3D	Наночастинки – нанокристали, нанокластери		Нанотрубки	
2D	Наноплівки			
1D	Нанонитки, нановолокна		Об'ємні наноструктури	
0D	Квантові точки			

Армуючі елементи у вигляді наноутворень можуть бути складені із найпростіших наноструктур: набору нанониток, зв'язок нанотрубок, нановолокон та інших утворень зі складною внутрішньою структурою у вигляді декількох підрівнів. Такі наноструктурні утворення називають складними. Складні утворення поділяють на 13 типів [10]. Наноструктурні утворення складаються із наномолекул, розміри яких відповідають нанометровому діапазону розмірів (рисунок 1) [11], проте довжина деяких утворень досягає макрорівня.



*Рис. 1. Розміри наноструктурних утворень*

У нанометровому масштабі стають суттєвими сили міжатомної взаємодії, магнітні, розмірні та інші ефекти, які в основному описуються квантовою механікою [4]. Механіка деформівного твердого тіла цю проблему вирішує послідовним застосуванням принципів континуалізації та гомогенізації [8].

Оскільки наноструктури складаються з дискретних елементів (молекул і атомів), виникає питання щодо меж застосування методів механіки суцільного середовища [11, 13], які описують механічні процеси у кожному компоненті композитного матеріалу. Точного і математично обґрунтованого рішення цього питання поки що не існує. Найчастіше застосовують межі механіки мікрокомпозитів [8]. Такий крок не є істинним для всіх рівнів у рамках механіки матеріалів, межа застосування якої значно розширилася.

Наноструктури як простої, так і складної конфігурації широко застосовуються у нанокompозитних матеріалах (НКМ) з полімерною матрицею. Про це свідчать чисельні публікації у наукових періодичних виданнях, нових монографіях та матеріалах конференцій. Проте, як засвідчують автори найбільш об'ємного в галузі наноструктур і наноматеріалів посібника [11], систематичної розробки моделей наномеханіки і їх застосування для дослідження наноматеріалів до 2007 року здійснено не було. Хоча відома монографія [12] автора W. K. Liu, а також більш пізня монографія автора K.T. Ramesh [13], де було побудовано елементи основ наномеханіки, ще й досі дана наука перебуває у початковому стані свого розвитку.

Систематизації існуючих методів досліджень полімерних НКМ присвячена стаття [14]. Ця проблема, а також основні підходи до її вирішення висвітлюються у роботах [12-14]. Найбільш поширеними методами досліджень НКМ є:

1) методи молекулярного рівня (молекулярної динаміки, статистичний метод Монте-Карло);

2) методи мікрорівня (броунівська динаміка, дисипативна динаміка частинок, решіток Больцмана, нестационарний метод Гінзбурга-Ландау);

3) мезо- і мікромасштабні методи (методи мікромеханіки, механіки еквівалентного континуума з осередненими властивостями, метод скінчених елементів).

За допомогою розроблених моделей наноутворень у рамках механіки нанокompозитів із полімерною матрицею [8] стає можливим дослідження проблем статички, динаміки, стійкості і руйнування НКМ [11]. Слід зазначити, що при цьому використовують методи і підходи, розроблені для механіки мікрокомпозитів. У механіці мікрокомпозитів для вирішення таких задач, як правило, застосовується модель частинно-однорідного середовища з осередненими властивостями.

При проведенні теоретичних досліджень у рамках механіки елементів конструкцій з НКМ застосовують феноменологічний підхід, який приймає постулати механіки суцільного середовища. Оскільки НКМ розглядається як однорідний або квазіоднорідний матеріал з осередненими властивостями, стає можливим застосування інтегрального і диференціального числення. Виділяють диференціально малий елемент  $dV$ , так званий представницький елемент, усереднені характеристики якого відображають властивості всього об'єму матеріалу. Для такого елемента усереднені за об'ємом компоненти тензорів напружень і деформацій при певних граничних умовах дорівнюють відповідним величинам для всього НКМ. Характеристики цього квазіоднорідного матеріалу називають ефективними характеристиками. Метод усереднення дозволяє знайти матеріальні тензори теоретично. Це важливо, оскільки не має потреби у додаткових експериментальних дослідженнях [13]. Вхідними параметрами при використанні методу усереднення є механічні характеристики матеріалів композитів та їх геометричні моделі.

Ефективні характеристики НКМ можна визначити за допомогою наближених методів. Ці методи не завжди відображають реальну картину розподілу напружень і деформацій і є прийнятними лише для матеріалів регулярної структури – коли форма армуючих елементів наближається до простих геометричних форм, що не характерно для більшості НКМ, за винятком вуглецевих нанотрубок у досить вузькому діапазоні структур [10]. Неточність методів є причиною значних відмінностей знайдених характеристик від реальних, тому постає питання про підвищення точності розрахунків.

Підвищити точність розрахунків дозволяють варіаційні методи механіки деформованого твердого тіла. Енергетичні методи широко використовуються для визначення ефективних характеристик композиційних матеріалів [15] і, враховуючи наведені припущення, можуть бути застосовані для НКМ.

Ефективні характеристики визначаються усередненими тензорами напружень та деформацій і залежать від точності їх визначення. Врахувати складні граничні умови, структурну неоднорідність, реальний розподіл напружень і деформацій у матеріалі можна за допомогою чисельних методів. Серед таких методів найбільше розповсюдження

одержав метод скінченних елементів (МСЕ). Застосування МСЕ для визначення характеристик НКМ не стало виключенням.

**Цілі досліджень.** Аналіз існуючих публікацій показав, що наукові дослідження у сфері наноматеріалів спрямовані на побудову математичних моделей і визначення ефективних характеристик нового класу матеріалів – нанокомпозитних матеріалів. У зв'язку з цим було сформульовано наступні цілі досліджень:

1. Побудова математичних моделей нанокомпозитних матеріалів зі складними наноструктурами.
2. Знаходження ефективних фізико-механічних характеристик нанокомпозитних матеріалів (пружних і дисипативних).
3. Аналіз характеристик нанокомпозитних матеріалів.

**Виклад основного матеріалу.** У цій роботі для знаходження рішень крайових задач у представницьких об'ємах використовується метод скінченних елементів у варіанті методу переміщень, що дозволяє одержати уточнену картину напружено-деформованого стану [15]. Реалізацію МСЕ здійснено за допомогою ліцензійного програмного забезпечення ANSYS 12.0 Academic Teaching. Основуючись на прийнятих припущеннях [11], проводимо процедуру гомогенізації наноструктур і моделюємо полімерний НКМ як в'язкопружний композиційний матеріал.

Для побудови скінченно-елементних моделей нанокомпозитних матеріалів було використано об'ємний 20-вузловий скінченний елемент 20node 186 з бібліотеки ANSYS.

Для одержання компонент матриці комплексних модулів розглядаються відповідні до варіанта анізотропії граничні умови, а також їх комбінації. Варіантів комбінацій граничних умов ( $n$ ) стільки, скільки незалежних компонент містить матриця модулів.

Після забезпечення граничних умов і розв'язання задачі відносно деформацій визначаються пружна  $U'_{НКМ}$  і дисипативна  $U''_{НКМ}$  частини енергії матеріалу.

Для визначення компонент матриці модулів прирівнюються вирази для пружної і дисипативної частини енергії нанокомпозитного і квазіоднорідного матеріалів:

$$U'_H = U'_e, U''_H = U''_e, a \quad U'_H = \frac{1}{2} \varepsilon_0^T C'_e \varepsilon_0, U''_H = \frac{1}{2} \pi_0^T C''_e \varepsilon_0 \quad (1)$$

Дійсні й уявні компоненти матриці модулів знаходяться як корені системи рівнянь:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0^{(k)} C'_e \varepsilon^{(k)} &= 2U'_H^{(k)}, \\ \varepsilon_0^{(k)} C''_e \varepsilon^{(k)} &= \frac{1}{\pi} U''_H^{(k)}, \end{aligned} \quad (2)$$

Декременти коливань для кожної комбінації визначаються за формулою:

$$\Delta^{(k)} = \pi \frac{\varepsilon_0^{(k)T} C''_e \varepsilon^{(k)}}{\varepsilon_0^{(k)T} C'_e \varepsilon^{(k)}}. \quad (3)$$

За енергетичним методом проведемо аналіз залежностей компонент дійсної та уявної частини матриці модулів і декрементів коливань від коефіцієнта армування наноструктурами. Коефіцієнт армування наноструктурними елементами визначається за формулою [8]:

$$\eta_f^{(c)} = \frac{V_f^{(c)}}{V}, \quad (4)$$

де  $V_f^{(c)}$  – об'єм матеріалу наповнювача (наноструктура);  $V$  – загальний об'єм представницького елемента.

Звісно, що справедливими є залежності:

$$V_m^{(c)} = V - V_f^{(c)}, \quad \eta_f^{(c)} + \eta_m^{(c)} = 1 \quad V = V_f^{(c)} + V_m^{(c)}, \quad (5)$$

де  $V_m^{(c)}$  – об'єм матеріалу матриці;  $\eta_m^{(c)}$  – об'ємна концентрація елементів зв'язки.

Наповнення матеріалу матриці наноструктурами має свої особливості. Якщо розглянути нанокомпозит і мікрокомпозит з однаковими коефіцієнтами армування ( $n_n^{(c)} = n_m^{(c)}$ ) то одержуємо співвідношення [9]

$$S_n \approx 1 \quad m, \quad (6)$$

де  $S_n, S_m$  – площі поверхонь розділу нано- та мікронаповнювача відповідно.

Для об'ємних концентрацій наповнювача при однакових площах розділу ( $S_n = S_m$ ) [8]

$$n_n^{(c)} \approx 1 \quad n^{-1} n_m^{(c)}. \quad (7)$$

Наведені оцінки більшою мірою пояснюють актуальність розробки полімерних матриць, які б забезпечили надійну адгезію при значному збільшенні площі поверхонь розділу, а також синтез відповідних до цих вимог наноструктур. Одними із таких структур є гранульовані наноструктури складної будови, до яких відносять «бородату кнедлеподібну» наногранулу або міцелу [3, 10].

**Моделі «бородатої кнедлеподібної» наногранули.** Міцелярні системи утворюють наноструктури, які можуть містити від десятків до сотень молекул, які у свою чергу складають міцелу (рис. 2) [16; 17]. Міцели відносять до самоорганізованих наносистем (нанокластерів). Вони являють собою найчастіше сферичну нанограну, густо покрити довгими нановолосками у вигляді волокон, – такі утворення називають наночастинками кнедлеподібного типу.

На рисунку 2, а показано полімерну міцелу з роботи [16]. Така кнедлеподібна міцела складається із суміші (50 % – 50 % по вазі) полімерів PEG-g-РАА-b-(PPF-co-PS) і PFCE, що самоутворюється при додаванні у суміш наночистої води. Діаметр міцели дорівнює 17-26 нм. Подальший розвиток питання синтеза такої наноструктури проводиться в роботі [17], звідки взято рисунок 2, б.

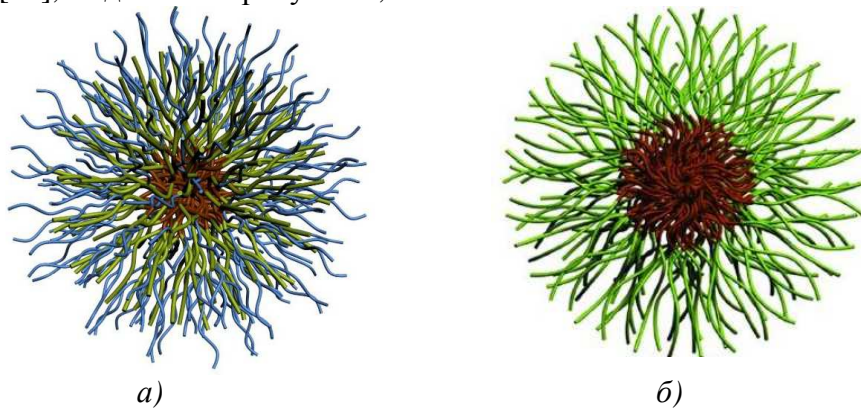


Рис. 2. «Бородата кнедлеподібна» міцела з роботи [16] (а) і з роботи [17] (б)

Механічні властивості наногранули вважаються відомими – це властивості ізотропного ядра та ізотропних волосків (рис. 3), які континуалізовані і розглядаються як виконані із одного і того ж матеріалу, але, можливо, різних властивостей через виникнення масштабних ефектів [10].



Рис. 3. Два варіанти ізотропних волосків

Розрахункова схема «бородатої кнедлеподібної» наногранули основана на ідеалізації геометричних і механічних характеристик. На рисунку 4 показано розроблені за допомогою САД-систем розрахункові параметричні моделі наногранули. За їх допомогою моделюємо механічні процеси взаємодії наповнювача, який має значну площу поверхонь розділу із матрицею.



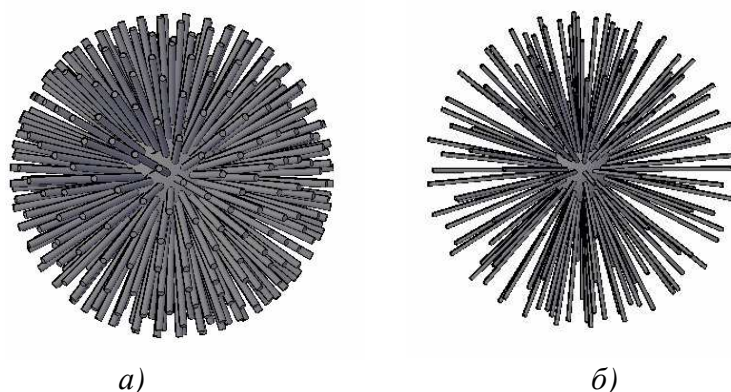


Рис. 4. Дві моделі наногранули з більшою (а) і меншою (б) кількістю волосків

Недоліком таких моделей є значні потреби у машинному часі та пам'яті при розрахунку. Тому в ході роботи було застосовано декілька підходів до вирішення цієї проблеми:

1) побудова розрахункової схеми з «приведеними волосками». Оскільки волосків багато, то деяку їх кількість моделюємо одним суцільним ізотропним тілом з властивостями ядра міцели (рис. 5, а). Структура наноматеріалу з таким включенням показано на рис. 5, б;

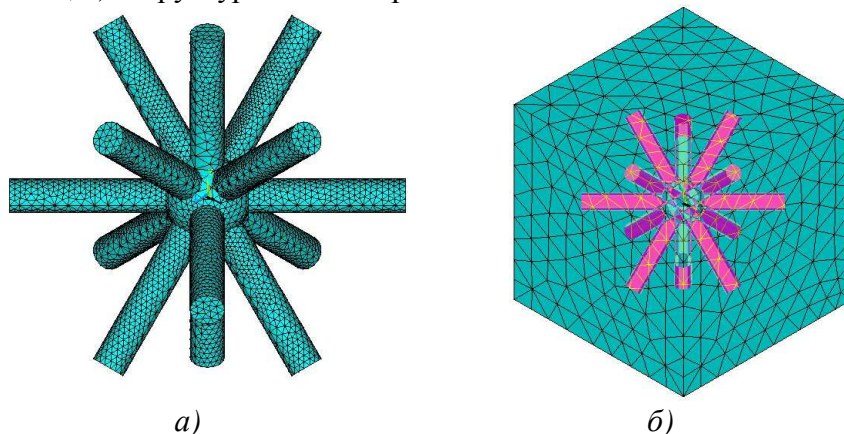


Рис. 5. Ядро з «приведеними» волосками (а) і структура наноматеріалу з міцелою (б)

2) застосування теорії суміші для моделювання шару волосків міцели. Вважається, що в результаті такого моделювання нанокompозитний матеріал складається із трьох компонентів: гранули – ядра, шару покриття, який моделює усереднений матеріал волосків і основи, та матриці (рис. 6) [10].

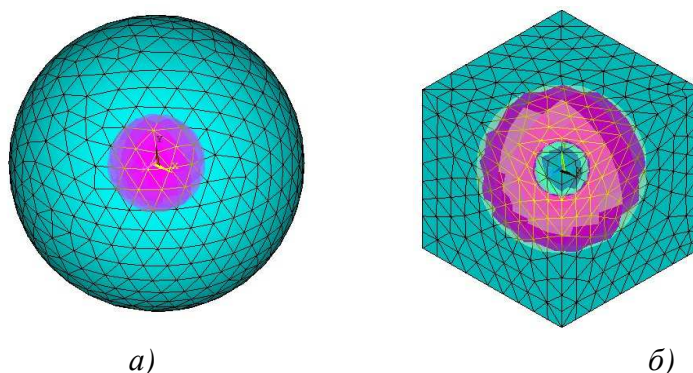


Рис. 6. Ядро з шаром покриття (а) і структура матеріалу (б)

У ході роботи було порівняно підходи, які застосувалися до розрахункових схем наногранул. Згідно з енергетичним методом для визначення ефективних характеристик із нанокompозита виділяємо представницький елемент об'єму (рис. 7).

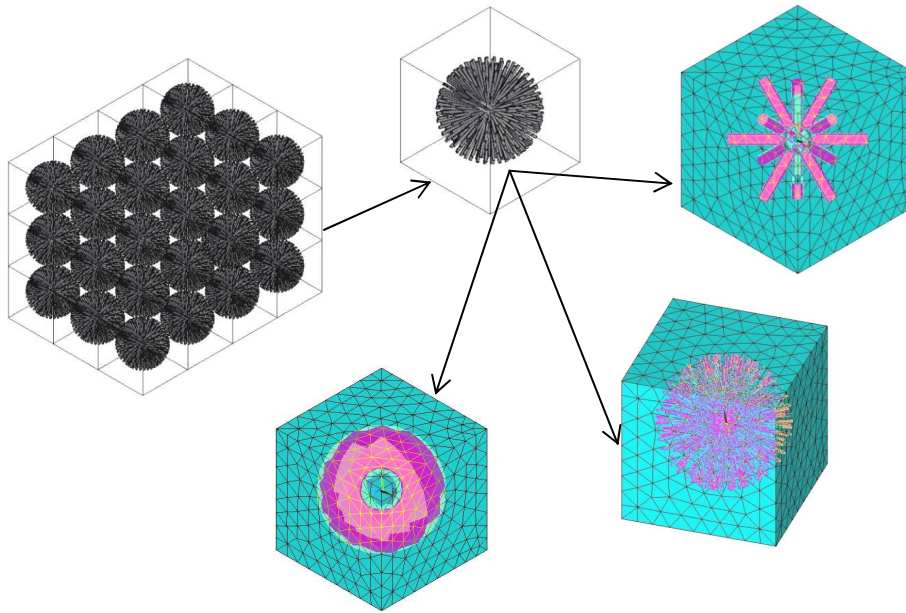


Рис. 7. Виділення представницького елемента об'єму

**Моделі волокнистого НКМ з періодичними викривленнями.** Викривлені волокнисті наноструктури поділяють на об'єкти з дрібномасштабними і великомасштабними викривленнями [10]. Актуальність питання зумовлено поширенням волокнистих наноструктур як самостійних армуючих елементів, а також як складових кнедлеподібної наногранули (рис. 8, а). Побудова основ механіки нанокомпозитів із викривленнями базується на застосуванні частинно-однорідної моделі матеріалу [11].

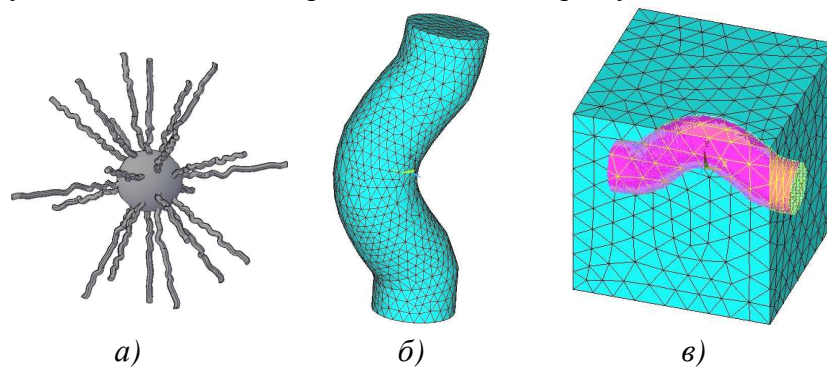


Рис. 8. Міцела з викривленими волосками (а), розрахункова модель нанотрубки (б), представницький елемент об'єму НКМ із періодичними викривленнями (в)

Розрахункова модель (рис. 8, б) відображає півхвилю однієї із великої кількості нанотрубок в об'ємі матеріалу. Представницький елемент об'єму волокнистого НКМ із періодичними викривленнями показано на рисунку 8, в.

Характеристики складових полімерного нанокомпозита представлено у таблиці 2 [9].

Таблиця 2

Характеристики складових полімерного НКМ

Матеріал	Модуль пружності, ГПа	Коефіцієнт Пуассона	Декремент коливань
Матриця – епоксидна смола EPON 828	2,68	0,4	0,2513
Наповнювач – міцела	268	0,3	0,0565
Наповнювач – нановолокно	268	0,3	0,0565

Взявши за основу положення теорії суміші, для тришарового нанокompозита визначимо дійсні  $E'$  і уявні  $E''$  модулі пружності шару покриття за формулою

$$E' = E'^{(f)}\eta^{(f)} + E'^{(m)}\eta^{(m)}, E'' = E''^{(f)}\eta^{(f)} + E''^{(m)}\eta^{(m)}, \quad (8)$$

де  $E'^{(f)}$ ,  $E'^{(m)}$  – відповідно дійсні модулі пружності наповнювача та матриці;  $E''^{(f)}$ ,  $E''^{(m)}$  – уявні модулі пружності наповнювача та матриці.

Результати обчислень модулів пружності для різних коефіцієнтів армування  $\eta^{(f)}$  наведено у таблиці 3. При виборі значень концентрацій враховувались особливості наноструктур.

Таблиця 3

Модулі пружності покриття наногранули

$\eta^{(f)}$	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,5
$E'$ , ГПа	29,212	55,744	69,010	82,276	95,542	108,808	135,340
$E''$ , ГПа	0,675	1,135	1,366	1,596	1,826	2,057	2,517

За результатами проведених досліджень з'ясуємо вплив геометричної форми моделей і коефіцієнта армування на пружні та дисипативні характеристики НКМ. Одержані результати для тришарової наногранули показано на рисунках 9-10, для наногранули з «приведеними волосками» – на рисунках 11-12.

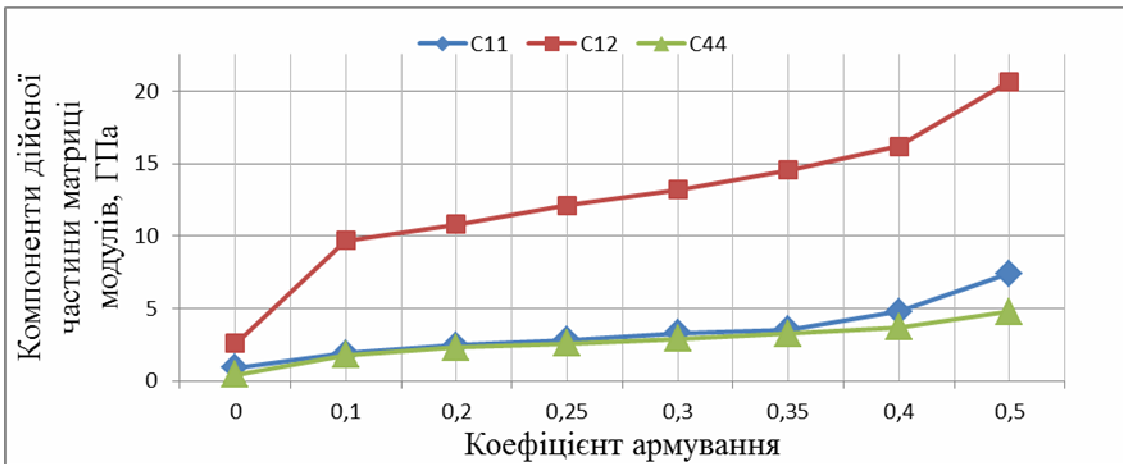


Рис. 9. Залежність компонент  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{44}$  дійсної частини матриці модулів від коефіцієнта армування для тришарової наногранули

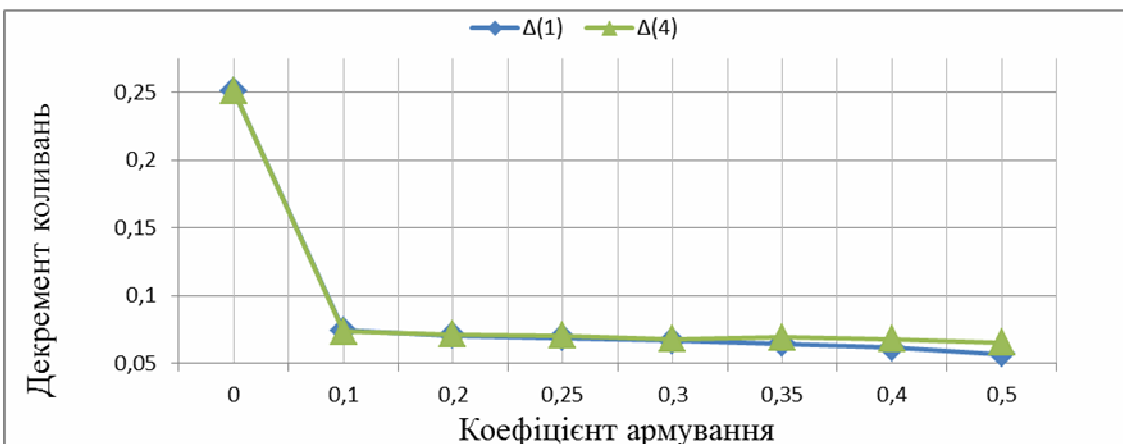


Рис. 10. Залежність декрементів коливань від коефіцієнта армування для тришарової наногранули



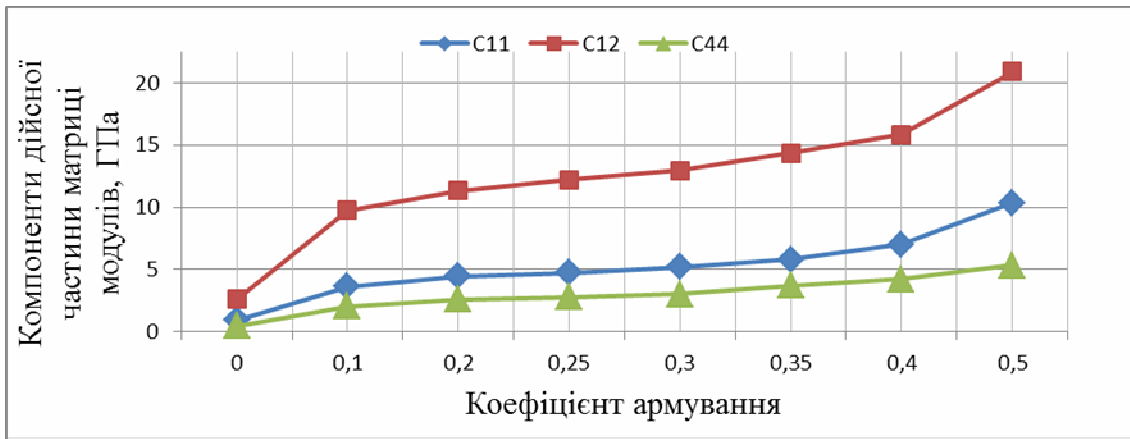


Рис. 11. Залежність компонент C11, C12, C44 дійсної частини матриці модулів від коефіцієнта армування для наногранули з приведеними волосками

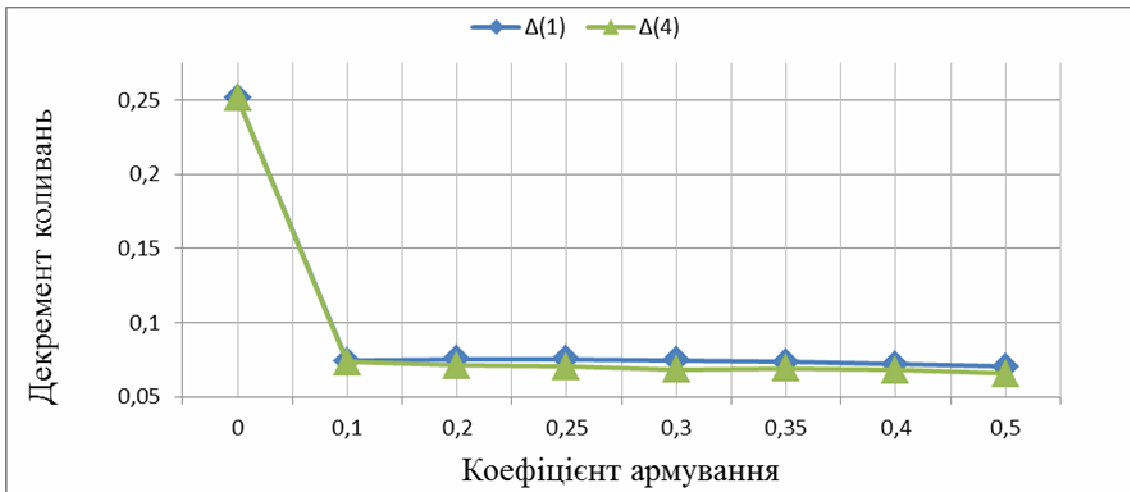


Рис. 12. Залежність декрементів коливань від коефіцієнта армування для наногранули з приведеними волосками

Результати досліджень для наногранули з матеріалу ядра показано на рисунках 13-14.

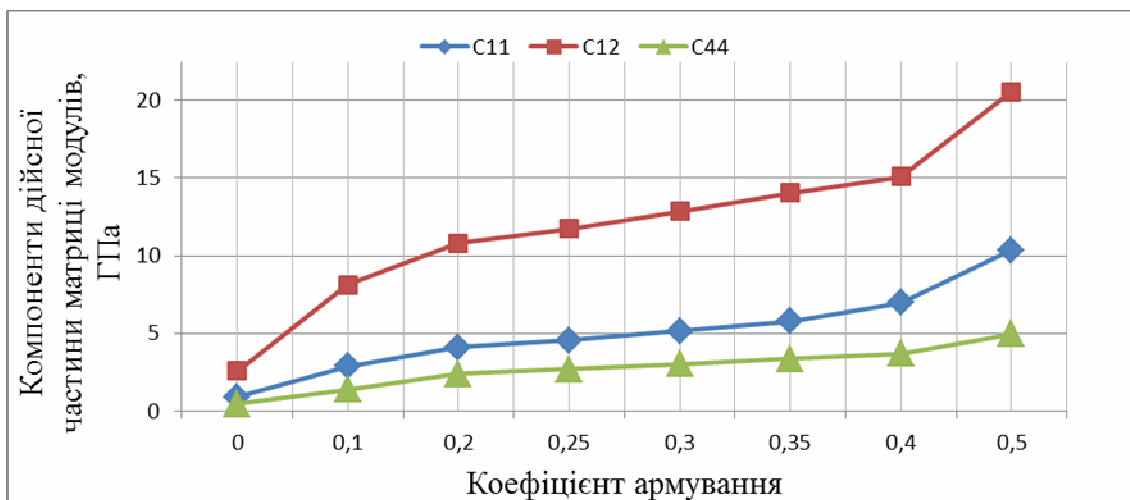


Рис. 13. Залежність компонент C11, C12, C44 дійсної частини матриці модулів від коефіцієнта армування для наногранули з матеріалу ядра

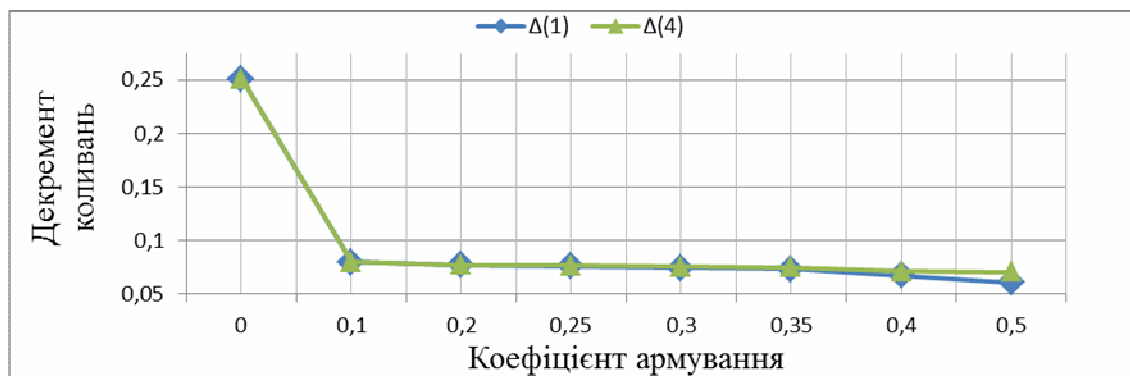


Рис. 14. Залежність декрементів коливань від коефіцієнта армування для наногранули з матеріалу ядра

Як видно з рисунків 9-14, дійсні компоненти матриці модулів зі зростанням коефіцієнта армування збільшуються, а значення декрементів коливань зменшуються. Майже незмінні значення декрементів коливань на проміжку від 0,1 до 0,5 для коефіцієнта армування вказують на гарні демпфіруючі властивості матеріалу, що забезпечує зменшення часу затухання нестационарних коливальних процесів.

Порівняємо одержані результати для декрементів коливань.

З рисунка 15 видно, що при невеликих значеннях коефіцієнта армування значення декрементів коливань для тришарової моделі та моделі з приведеними волосками майже співпадають. При великих значеннях коефіцієнта армування застосування цієї моделі є неефективним, оскільки результати є близькими до результатів для гранули з матеріалу ядра.

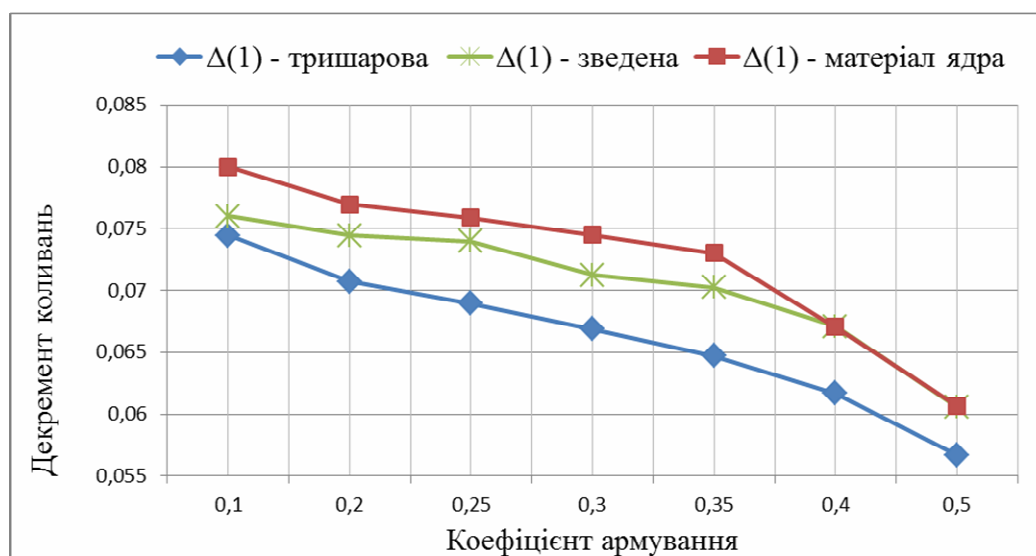


Рис. 15. Залежність декрементів коливань від коефіцієнта армування для різних моделей матеріалів

Для НКМ, армованого нановолокном, одержані результати показано у вигляді рисунків 16-19.

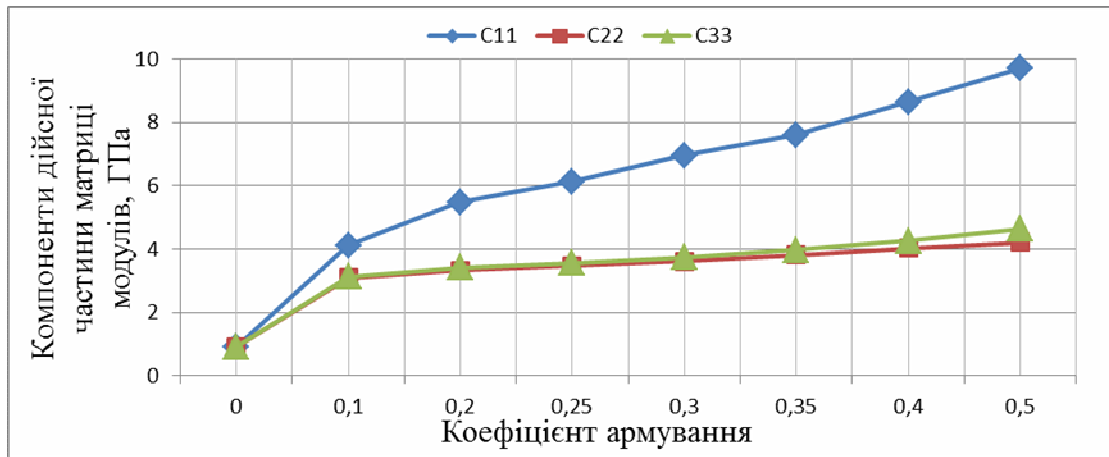


Рис. 16. Залежність компонент C11, C22, C33 дійсної частини матриці модулів від коефіцієнта армування для НМК, армованого нановолокном

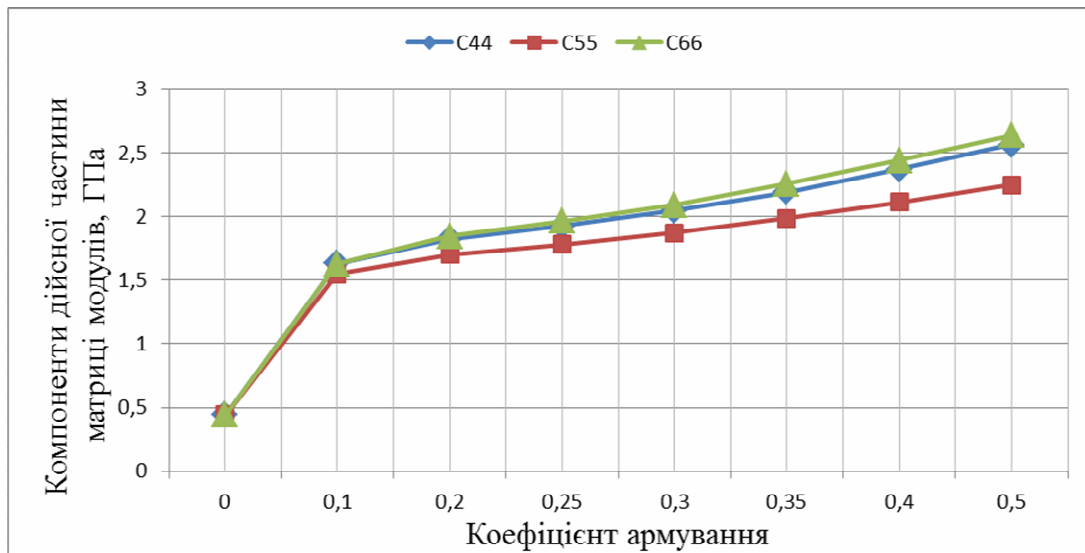


Рис. 17. Залежність компонент C44, C55, C66 дійсної частини матриці модулів від коефіцієнта армування для НМК, армованого нановолокном

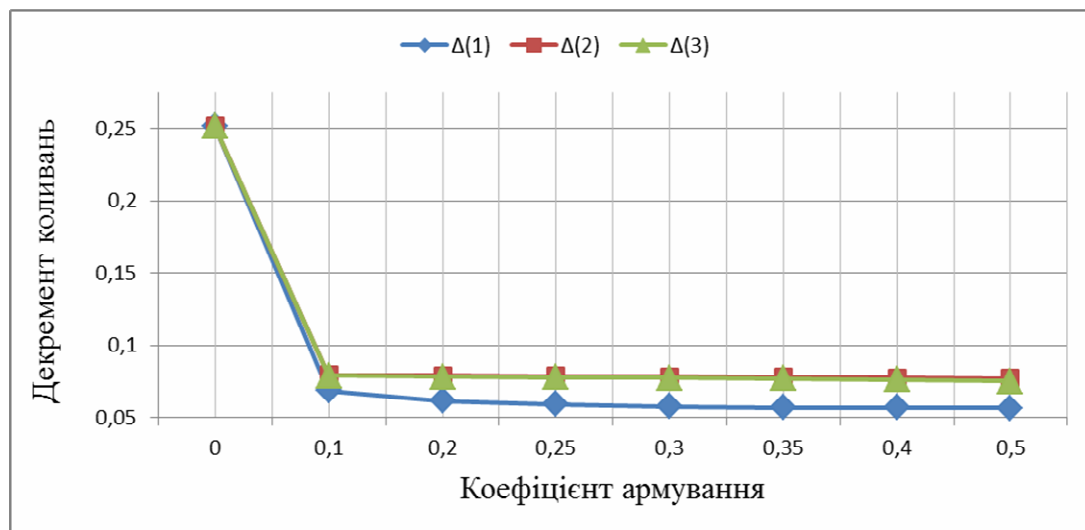


Рис. 18. Залежність декрементів коливань від коефіцієнта армування для НМК, армованого нановолокном, при розтягу

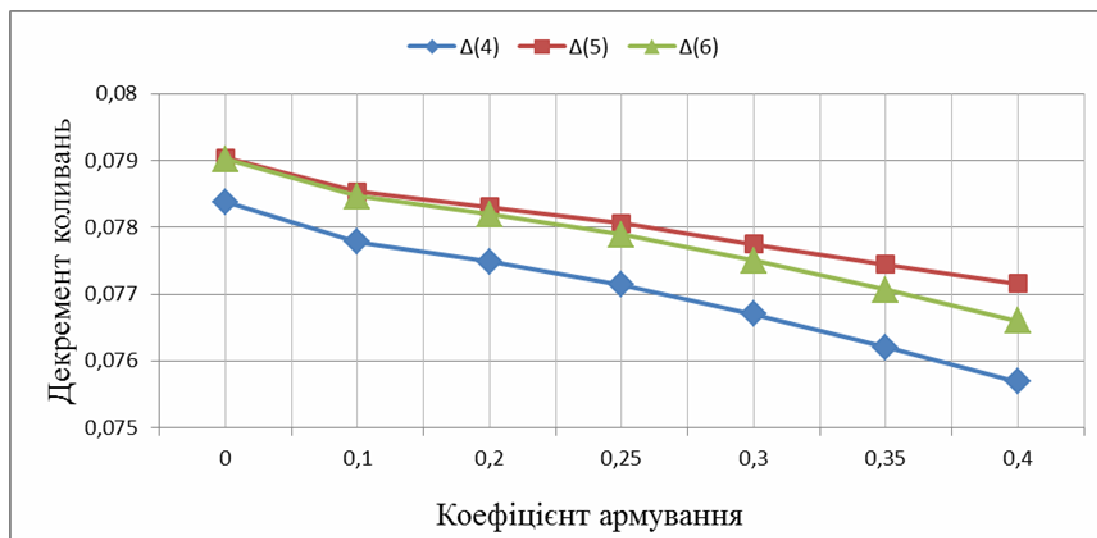


Рис. 19. Залежність декрементів коливань від коефіцієнта армування для НКМ, армованого нановолокном, при зсуві

Як видно із рисунків 16-19, дійсні компоненти матриці модулів зі зростанням коефіцієнта армування збільшуються, а значення декрементів коливань зменшуються. Порівняно з НКМ, армованого «бородатою кнедлеподібною» наногранулою, результати для цього НКМ вказують на менші значення декрементів коливань, а отже гірші дисипативні властивості при однакових коефіцієнтах армування.

Знайдені усереднені характеристики представницького елемента відображають характеристики всього нанокompозитного матеріалу (табл. 4).

Таблиця 4

*Пружні характеристики представницького елемента НКМ, армованого нановолокном*

$\eta^{(f)}$	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,5
E1, ГПа	7,070	7,356	7,779	8,535	8,879	9,938	11,421
E2, ГПа	5,810	7,033	7,832	9,034	9,621	11,20	12,60
E3, ГПа	19,439	23,318	27,0311	30,725	34,015	39,914	53,596
$\nu_{12}$	0,415	0,435	0,442	0,451	0,452	0,458	0,460

Як видно з таблиці 4, зі зростанням коефіцієнта армування відбувається збільшення пружних характеристик композиційного матеріалу. При максимальному значенні коефіцієнта армування 0,5 в порівнянні з нульовим спостерігається збільшення модуля пружності E1 в 4,3 рази, для модуля пружності E2 – в 4,7 рази, для модуля пружності E3 – в 20 разів.

### Висновки

У роботі одержано такі основні результати:

1. Показано можливість застосування енергетичного методу для визначення ефективних характеристик нанокompозитного матеріалу з елементами складної внутрішньої структури.

2. Побудовано математичні моделі нанокompозитних матеріалів з наповнювачами складної структури: «бородата кнедлеподібна» наногранула (міцела) та нановолокно з періодичними викривленнями. Розроблено три варіанта моделей складної наногранули і проведено порівняння моделей нанокompозитного матеріалу.

3. Визначено дійсні та уявні компоненти матриці модулів і декременти коливань матеріалів при різних коефіцієнтах армування. Досліджено вплив коефіцієнта армування на визначені ефективні характеристики нанокompозитних матеріалів з двома видами анізотропії: ізотропного та ортотропного матеріалів. Для ортотропного нанокompозит-

ного матеріалу, армованого періодично викривленими волокнами, одержано числові значення повздовжніх та поперечних модулів пружності та коефіцієнта Пуассона.

4. Значення декременту коливань нанокompозитного матеріалу, армованого наногранулою, з приведеними волосками при малих значеннях коефіцієнта армування наближається до значень для тришарової моделі. Оскільки в нанокompозитних матеріалах немає необхідності у великих коефіцієнтах армування, то доцільно продовжити дослідження моделі з приведеними волосками при малих коефіцієнтах армування з метою визначення ефективності застосування цієї математичної моделі.

Одержані результати можуть бути застосовані для аналізу розсіяння енергії в елементах конструкцій з нанокompозитних матеріалів на полімерній основі. Застосування нанокompозитних матеріалів на полімерній основі дозволяє підвищити рівень розсіяння енергії. Розробка і впровадження таких матеріалів є однією з основних задач інженерної діяльності. Використання наноматеріалів відкриває широкий клас задач, знаходження розв'язків яких дозволить створювати конструкції з регульованими й оптимізованими властивостями.

### Список використаних джерел

1. Наноструктурные материалы: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Р. А. Андриевский, А. В. Рагуля. – М.: Академия, 2005. – 192 с.
2. Механика материалов и структур нано- и микротехники: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / О. П. Кормилицын, Ю. А. Шукейло. – М.: Академия, 2008. – 224 с.
3. Основы нанотехнологий и наноматериалов: учеб. пособие / П. А. Витязь, Н. А. Свидуневич. – Минск: Выща шк., 2010. – 302 с.
4. Ковтун Г. Л. Наноматериалы: технологии и материаловедение: Обзор / Г. Л. Ковтун, А. Л. Веревкин – Харьков: ННЦ ХФТИ, 2010. – 73 с.
5. Polymer – based materials / Charef Harrats. – CRC Press Taylor & Francis Group, 2009. – 325 p.
6. Tribology of polymeric nanocomposites / Edited by Klaus Friedrich, Alois K. Schlarb. – Oxford.: Elsevier, 2011. – 551 p.
7. Ramesh K.T. Nanomaterials mechanics and mechanisms. – Baltimore: The Johns Hopkins University. – 2009. – 316 p.
8. Гузь А. Н. О построении основ механики нанокompозитов / А. Н. Гузь, Я. Я. Рущицкий, И. А. Гузь // Прикл. механика. – 2007. – Том 43. – № 3. – С. 3-35.
9. Гусев А. И. Наноматериалы, наноструктуры, нанотехнологии / А. И. Гусев – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 416 с.
10. Гузь А. Н. Анализ нанокompозитов сложной структуры (обзор) / А. Н. Гузь, Я. Я. Рущицкий // Прикл. механика. – 2011. – Том 47. – № 4. – С. 3-75.
11. Handbook of Nanophysics/ Ed. K. D. Sattler. – Boca Raton – London: CRC Press, Taylor and Francis Group, 2010. – 827 p.
12. Ramesh K.T. Nanomaterials mechanics and mechanisms. – Baltimore: The Johns Hopkins University. – 2009. – 316 p.
13. Zeng Q.H., Yu A.B., Lu G.Q. Multiscale modeling and simulation of polymer nanocomposites // Prog. Polym. Sci. – 2008. – №33. – P. 191-269.
14. Rubber nanocomposites preparation, properties, and applications / Edited by Sabu Thomas, Ranimol Stephen. – Singapore.: John Wiley & Sons (Asia) Pte Ltd. – PP. 651-674.
15. Яковенко О. О. Чисельний аналіз ефективних динамічних характеристик в'язкопружних композиційних матеріалів: дис... канд. техн. наук: 31.05.10 / О. О. Яковенко; НТУ України «КПІ». – К., 2010. – 153 с.
16. Nystrom A. M., Bartels J. W., Du W. – J., Wooley K. I. Perfluorocarbon-loaded Shell Crosslinked Knedel-like Nanoparticles: Lessons regarding polymer mobility and selfassembly // J. Polymer Science: Part A: Polymer Chemistry. – 2009. – 47. – P. 1023-1037.
17. Nystrom A. M., Karen L., Wooley K. I. The Importance of Chemistry in Creating Well-Defined Nanoscopic Embedded Therapeutics: Devices Capable of the Dual Functions of Imaging and Therapy // J. Polymer Science: Part A: Polymer Chemistry. – 2011. – 44 (10). – P. 969-978.