

УДК 539.3:539.4

В.Ю. Грицюк, канд. техн. наук

Чернігівський державний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

РУХ ТІЛА ПО БАЛЦІ

Зазвичай під час розрахунку руху тіла по балці досліджується вплив тільки горизонтальної швидкості руху тіла по балці на результати розрахунку цієї системи. У представленій роботі досліджується також вплив початкової вертикальної складової швидкості руху тіла.

Ключові слова: балка, тіло, рух.

Обычно при расчёте движения тела по балке исследуется влияние только горизонтальной скорости движения тела по балке на результаты расчёта данной системы. В представленной работе исследуется также влияние начальной вертикальной составляющей скорости движения тела.

Usually, in case calculating of body movement along a beam, the influence only of the body horizontal velocity to the system calculation results is investigated. In this paper we investigate the influence of the initial vertical velocity component of the body.

Вступ. На стержневі системи можуть діяти різні види динамічного навантаження: вібраційне, рухоме, ударне, сейсмічне. Під час руху тіла вздовж балки, безумовно, вирішальним є величина складової швидкості руху тіла вздовж балки [1; 2]. Однак можуть впливати й інші фактори. Досі не досліджувався вплив початкової складової швидкості, яка перпендикулярна до подовжньої осі балки. У представленій роботі досліджується вплив цих двох складових швидкості.

Математична модель. Розглянемо рух тіла по шарнірно-опертій балці (рис. 1).

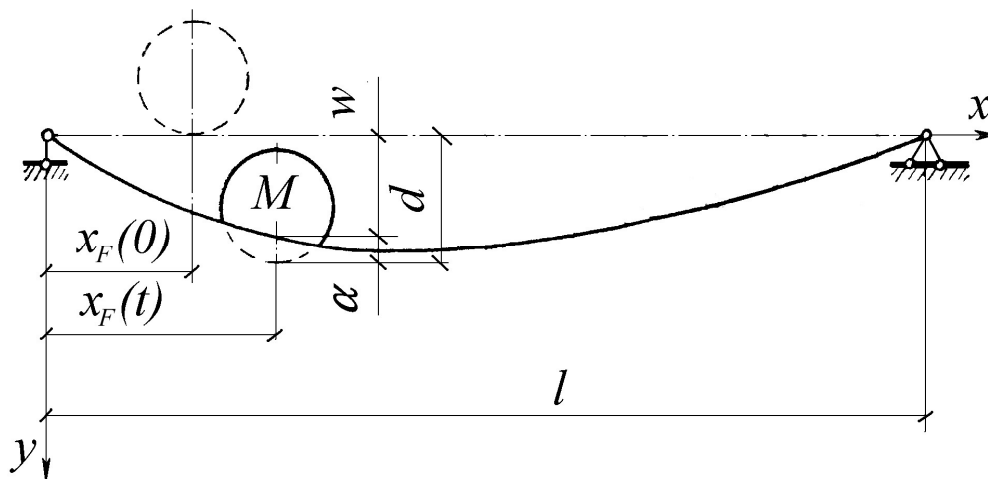


Рис. 1. Розрахункова схема

Силу контактної взаємодії $F(t)$ тіла і балки можна знайти з рівняння

$$d(F) = \alpha(F) + w_F(x_F, F), \quad (1)$$

де d – вертикальні переміщення тіла; α – вертикальні переміщення тіла, викликані контактними деформаціями у місці взаємодії тіла і балки; w_F – вертикальні переміщення балки у місці знаходження тіла; x_F – горизонтальна координата цього місця.

Рівняння (1) є узагальненням відомого рівняння поперечного удару тілом по балці, запропонованого С.П. Тимошенко [3].

Вертикальні переміщення тіла d можна визначити за допомогою формули

$$d(t) = d_0 + d_0 t + g \frac{t^2}{2} - \frac{1}{M} \int_0^t F(t_1)(t - t_1) dt_1, \quad (2)$$

де d_0 , \dot{d}_0 – початкові вертикальні переміщення і швидкість тіла; g – прискорення земного тяжіння; M – маса тіла; t – час.

Якщо горизонтальна швидкість руху тіла v стала, то

$$x_F(t) = x(0) + vt, \quad (3)$$

де $x(0)$ – початкова координата положення тіла на балці.

Переміщення α можна визначити за допомогою статичної контактної задачі Герца.

Для врахування розсіяння енергії у матеріалі балки пружні характеристики її матеріалу запишемо у комплексній формі

$$E = E(1 \pm i\beta), \quad (4)$$

де E – модуль Юнга матеріалу балки; β – коефіцієнт розсіяння енергії у матеріалі балки; i – уявна одиниця.

Розкладаючи переміщення балки і навантаження у тригонометричні ряди, одержуємо вертикальні переміщення балки

$$w(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} X_j(x) \cdot T_j(t). \quad (5)$$

Для шарнірно-опертої по кінцях балки довжиною l власні форми коливань балки

$$X_j(x) = \sin(\alpha_j x), \quad \alpha_j = \frac{j\pi}{l}. \quad (6)$$

Функції часу

$$T_j(t) = e^{-\mu_j t} \left[T(0) \left(\frac{\mu_j}{\omega_j} \sin \omega_j t + \cos \omega_j t \right) + \frac{\dot{T}_j}{\omega_j} \sin \omega_j t \right] + \frac{1}{m \cdot \int_0^l X_j(x)^2 dx \cdot \omega_j} \int_0^t F(t) \sin \alpha_j x_F(t) \cdot e^{-\mu_j(t-t_1)} \cdot \sin \omega_j(t-t_1) dt_1, \quad (7)$$

$$\omega_j = \alpha_j^2 \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{m}}, \quad \mu_j = \frac{\beta}{2} \omega_j = \frac{\psi}{4\pi} \omega_j, \quad (8)$$

де ω_j – частоти власних коливань балки; m – маса одиниці довжини балки; I_z – осьовий момент інерції балки.

Реалізація задачі. Рівняння (1) дозволяє визначити силу $F(t)$. Це робиться чисельно на послідовних малих кроках часу τ . Існують різні алгоритми чисельної реалізації [4]. У цій роботі застосовувалася ступінчаста апроксимація ядра інтегралу $F(t) \sin \alpha_j x_F(t)$ у формулі (7).

Реалізація задачі виконувалася за допомогою математичного пакета MathCAD.

Приклад розрахунку. Були виконані розрахунки, які дозволяють проаналізувати вплив горизонтальної швидкості руху тіла по балці і початкової вертикальної швидкості руху тіла на поведінку системи. Результати розрахунків наведені на рисунках 2 і 3.

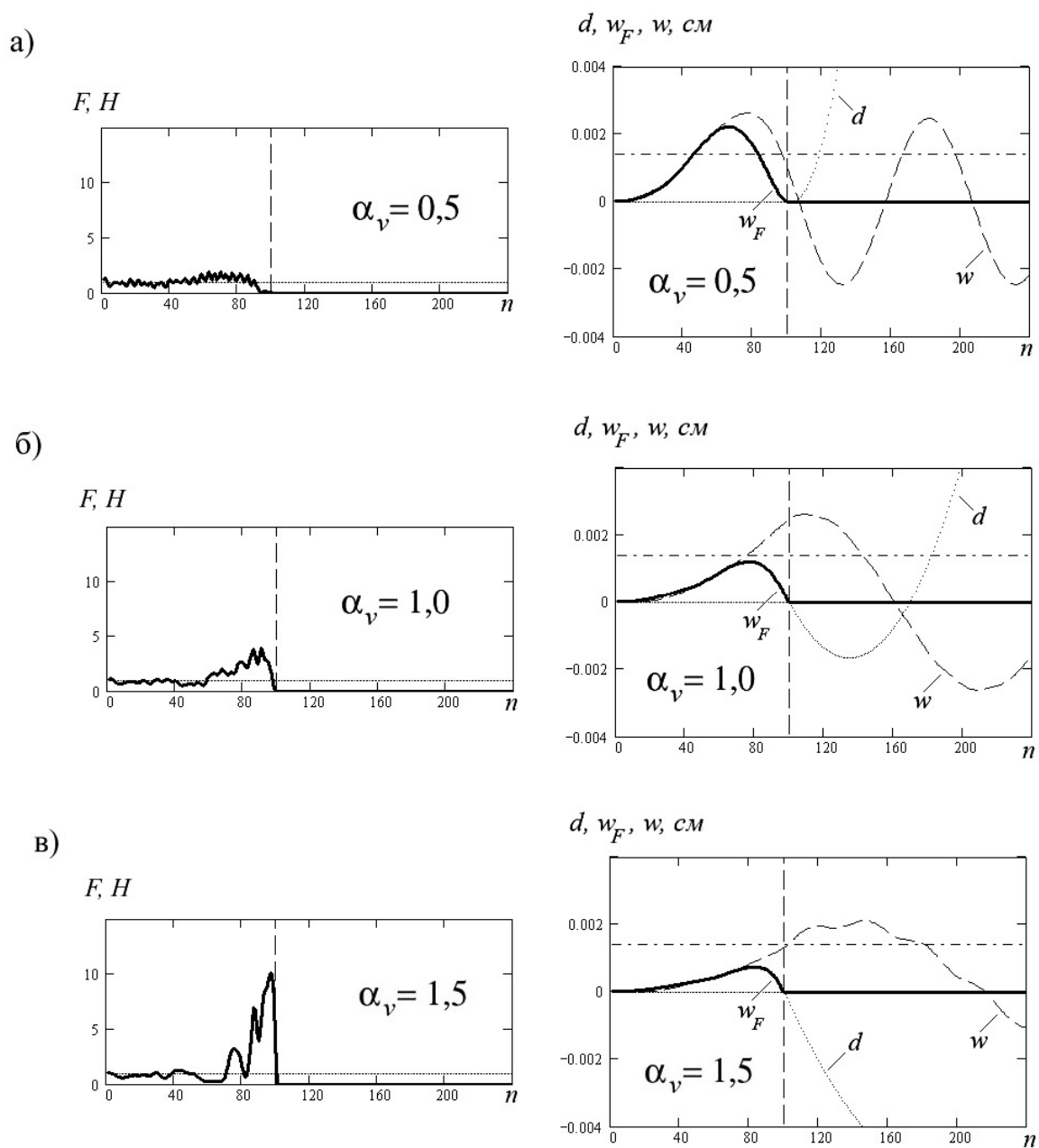


Рис. 2. Вплив швидкості руху тіла вздовж балки на поведінку системи

Розглянемо рух сталевго тіла по сталевій балці. Довжина балки дорівнює 50 см, ширина – 1 см, висота – 1 см. Маса тіла становить 0,25 маси балки, радіус поверхні тіла дорівнює 1 см. Поверхня балки плоска.

Рух тіла починається з лівого кінця балки. Горизонтальна швидкість дорівнює

$$v = \alpha_v \frac{l}{\pi} \omega_1, \quad (9)$$

де α_v – коефіцієнт горизонтальної швидкості;

ω_1 – частота першої форми власних коливань балки.

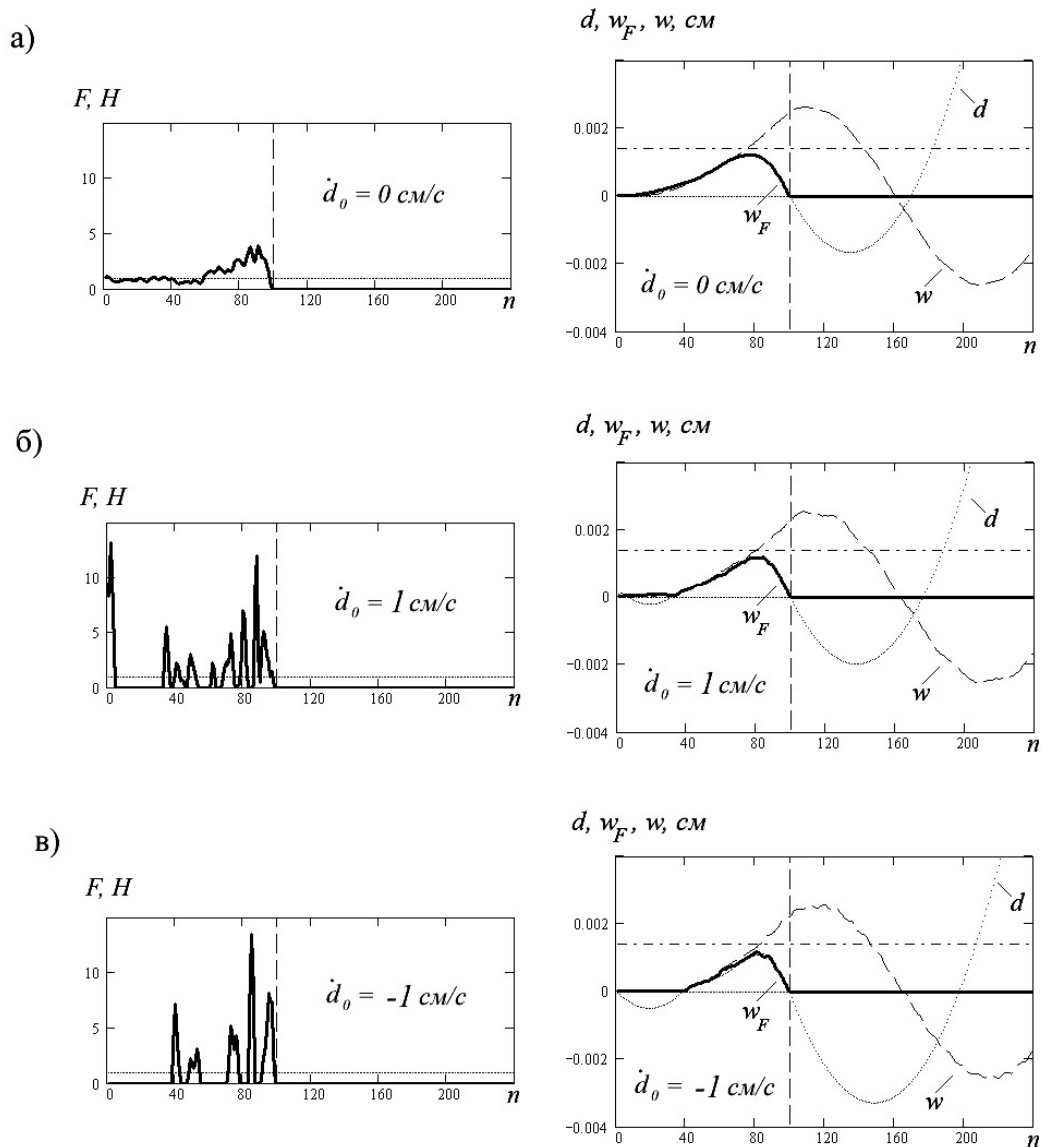


Рис. 3. Вплив початкової швидкості руху тіла поперек балки на поведінку системи

Крок часу τ вибирається такий, що тіло проходить балку за 100 кроків.

Для опису коливань балки враховано 20 гармонік. Сила контактної взаємодії визначалася методом послідовних наближень з точністю до 2 %.

Переміщення і швидкості, спрямовані вниз, вважалися додатними.

На рисунку 2 наведені результати розрахунків при різних значеннях горизонтальної швидкості тіла і при початковому значенні вертикальної швидкості $\dot{d}_0 = 0$ см/с. При $\alpha_v \ll 1$ максимальне значення прогину середини балки w досягається, коли тіло рухається по балці. При $\alpha_v \gg 1$ максимальне значення прогину середини балки w досягається, коли тіло вже давно покинуло балку. При цьому треба відзначити, збуджуються більш високі частоти коливань. При $\alpha_v = 1$ максимальне значення прогину середини балки w досягається, коли тіло знаходиться поблизу правого кінця балки.

При наведених значеннях горизонтальної швидкості контактна сила взаємодії збільшується, а прогини балки під тілом зменшуються.

На рисунку 3 наведені результати розрахунків при різних початкових значеннях вертикальної швидкості і при однаковій горизонтальній швидкості ($\alpha_v = 1$). При $\dot{d}_0 = 0$ см/с

динамічні ефекти мінімальні. При ненульовій початковій швидкості збурюються більш високі частоти коливань. Це не випадково, бо відбувається низка ударів тіла по балці. При додатній початковій швидкості, спрямованій униз, через деякий час після початку руху тіла по балці порушується взаємодія між ними. При від'ємній швидкості тіло спочатку летить над балкою, а лише через деякий час починається взаємодія тіла і балки. Динамічні ефекти більше впливають на тіло, ніж на балку.

Висновки. Наведені результати впливу горизонтальної швидкості тіла на поведінку системи. Підтверджені деякі висновки попередніх робіт [1; 2].

Також наведені результати впливу початкової вертикальної швидкості тіла на поведінку системи. У технічній літературі, зокрема у довідковій [1; 2], цей вплив не наводиться. Цікаві не тільки кількісні показники, але й якісні. При ненульовій початковій швидкості збурюються більш високі частоти коливань. Це не випадково, бо відбувається низка ударів тіла по балці.

Список використаних джерел

1. Справочник по динамике сооружений / под ред. Б. Г. Коренева, И. М. Рабиновича. – М.: Стройиздат, 1972. – 511 с.
2. Филиппов А. П. Воздействие динамических нагрузок на элементы конструкций / А. П. Филиппов, С. С. Кохманюк, Ю. С. Воробьёв; под ред. А. П. Филиппова. – К.: Наукова думка, 1974.
3. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко. – М.: Наука, 1967. – 444 с.
4. Грицюк В. Ю. Алгоритм чисельного розрахунку малих коливань механічних систем / В. Ю. Грицюк // Вісник Чернігівського держ. технол. ун-ту. – 2001. – № 12. – С. 43-46.

УДК 539.3:534.1

О.В. Савченко, канд. техн. наук

Чернігівський державний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

ЗАДАЧІ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ З КОМПОЗИЦІЙНИХ МАТЕРІАЛІВ

Розглядаються задачі багатокритеріальної оптимізації структури багатошарового стержня з композиційних в'язкопружних матеріалів, армованих волокнами.

Рассматриваются задачи многокритериальной оптимизации структуры многослойного стержня из композиционных вязкоупругих материалов, армированных волокнами.

Multi-criteria optimisation problems for structure of multilayered beam from composite viscoelastic fiber-reinforced materials are considered.

Вступ. Композиційні матеріали широко застосовуються для виготовлення несучих тонкостінних елементів оболонкових конструкцій, зокрема корпусів літальних апаратів, суднових конструкцій, корпусів двигунів, лопаток вітрових генераторів енергії, тобто конструкцій, де потрібне поєднання міцності, жорсткості, демпфірування при малій масі. Конструкції, виготовлені із сучасних композиційних матеріалів, мають істотні переваги перед конструкціями з однорідних матеріалів завдяки можливості одержання одночасно високих характеристик міцності, жорсткості, демпфірування, неможливих для конструкцій з однорідних матеріалів.

Проте ефективність композитних конструкцій залежить від вибору параметрів структури: коефіцієнтів армування, концентрації, топології, тобто розподілення матеріалу в об'ємі. Необхідність вибору оптимального рішення при проектуванні таких конструкцій обумовлює необхідність використання методів оптимізації.

Задачі оптимізації для конструкцій, які працюють в умовах динамічних навантажень, у більшості випадків формулюються як багатокритеріальні, оскільки під час проектування таких конструкцій необхідно забезпечити декілька умов оптимальності, які часто суперечать одна одній. До таких умов, як правило, відносять високі демпфіруючі властивості, мінімум амплітуд коливань, задане розподілення частот, швидкість затухання коливань, мінімальну