

3. Запропоновано формули для визначення гідродинамічного тиску, погонної рівнодійної несучої здатності мастильного клину для характерних елементів спряження циліндр-спідниця поршня.

#### Список використаних джерел

1. Профилирование юбок поршней / Б. Я. Гинцбург, Г. Я. Васильченко, Н. С. Судойский и др. – М.: Машиностроение, 1973. – 88 с.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа: учебн. для вузов / Л. Г. Лойцянский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 840 с.
3. Рауз Х. Механика жидкостей: сокр. пер. с англ. / Х. Рауз. – М.: Изд. лит. по стротельству, 1967. – 390 с.
4. Сомов В. А. Смазка машин и механизмов / В. А. Сомов. – Л., 1978. – 41 с.
5. Путинцев С. В. Основы расчета и проектирования узлов трения ДВС: учебное пособие / С. В. Путинцев, С. А. Аникин, Р. А. Галата. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000. – 35 с., 17 ил.
6. Рождественский Ю. В. Компьютерное моделирование динамики трибосопряжения «поршень-цилиндр»: учебное пособие / Ю. В. Рождественский. – Челябинск: Издательство ЮУрГУ, 2009. – 50 с.

УДК 621.787.4

**О.М. Чередніков**, канд. техн. наук

**О.О. Борисов**, асистент

**О.Г. Семеняко**, аспірант

Чернігівський державний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

### ГЕОМЕТРИЯ КОНТАКТУ ДЕТАЛЬ-ИНДЕНТОР ПІД ЧАС ОБРОБКИ ПОВЕРХНЕВИМ ПЛАСТИЧНИМ ДЕФОРМУВАННЯМ

*Розглянута геометрія контакту деталь-індентор під час обробки поверхневим пластичним деформуванням. Виведена формула для розрахунку площі поверхні контакту деталі з інструментом (деталь-індентор), яка може бути використана під час вибору форми і розмірів інструменту залежно від конкретних умов контакту.*

*Рассмотрена геометрия контакта деталь-индентор при обработке поверхностным пластическим деформированием. Выведена формула для расчета площади поверхности контакта детали с инструментом (деталь-индентор), которая может быть использована при выборе формы и размеров инструмента в зависимости от конкретных условий контакта.*

*The geometry of contact a detail-indenter is considered at processing by superficial ilowage. Formula is deduced out for the calculation of area of surface of contact of detail with an instrument (detail-indenter), which can be used for the choice of form and sizes of instrument depending on the concrete terms of contact.*

**Постановка проблеми.** На сьогодні обробка поверхневим пластичним деформуванням знайшла широке застосування в машинобудуванні під час виготовлення деталей, виконаних із сталі, кольорових металів, а також зі спечених порошків. Основним призначенням поверхневого пластичного деформування є підвищення якості поверхневого шару.

Між показниками якості поверхневого шару й умовами обробки при поверхневій пластичній деформації існує тісний взаємозв'язок. Умови обробки задаються через вибір геометричних параметрів деформуючих елементів – інденторів і технологічних чинників, до яких відносяться: глибина впровадження індентора в тіло деталі і зусилля деформації, а також подача. Вони ж визначають і геометричні параметри контактної зони, а через них і зусилля деформації.

**Аналіз досліджень і публікацій.** До теперішнього часу у сфері дослідження поверхневого пластичного деформування накопичений значний теоретичний і експериментальний матеріал, в якому розглядається вплив конструктивно-технологічних параметрів і чинників на продуктивність і якість обробленої поверхні. В результаті цього встановле-

но, що якість поверхонь деталей залежить від великої кількості технологічних чинників обробки, конструктивних параметрів деформуючих елементів і розмірів деталей [4].

Нині є загально визнаним, що основним чинником, який впливає на показники якості поверхневого шару під час обробки деталей поверхневим пластичним деформуванням, є зусилля деформації. Проте аналіз літературних джерел і результатів експериментальних досліджень показує, що під час обробки з одним і тим же зусиллям деформації, але різними за розмірами і формою робочої поверхні інденторами результати виходять різні. У зв'язку з цим рядом авторів [4; 2; 3; 1] було висловлено думку, що замість зусилля деформації, як інтегруючий показник, слід прийняти площу поверхні контакту. Проте площа поверхні контакту також не є параметром, що однозначно описує умови і результати обробки [4]:

$$S = 2 \cdot \int_0^{L_k} r_p \cdot \arcsin\left(\frac{z_k}{r_p}\right) dl_k, \quad (1)$$

де  $L_k$  – довжина контакту;  $r_p$  – залежність зміни поточних значень радіуса індентора від довжини контакту;  $z_k$  – напівширина контакту.

$L_k$ ,  $r_p$  і  $z_k$  визначаються виходячи з конкретної схеми обробки.

Наприклад, під час використання як індентора кульки, розрахункова схема матиме вигляд (рис. 1, а; 1, б).

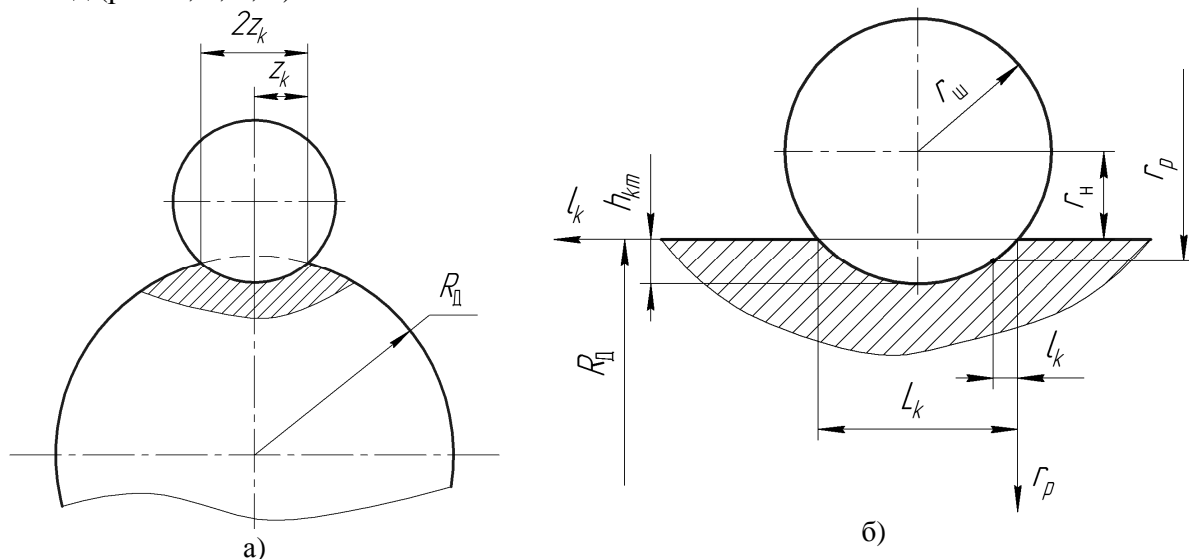


Рис. 1. Схема контакту деталь-індентор під час обробки кулькою:  
а) у поперечному перерізі; б) у поздовжньому перерізі

Напівширина контакту визначається за формулою:

$$z_k = \sqrt{R_d^2 - \left[ \frac{(R_d \pm r_p) \cdot (R_d \mp h_k)}{R_d \pm (r_p \mp h_k)} \right]^2}, \quad (2)$$

де  $R_d$  – радіус оброблюваної деталі;  $h_k$  – залежність зміни поточних значень глибини впровадження індентора в поверхню деталі,  $0 \leq h_k \leq h_{km}$ .

Верхній знак під час визначення напівширини контакту (2) потрібно використовувати під час впровадження індентора в поверхню вала, а нижній – в поверхню отвору.

Залежність для визначення довжини контакту:

$$L_k = 2 \cdot \sqrt{r_{ш}^2 - (r_{ш} - h_{km})^2}, \quad (3)$$

де  $r_{ш}$  – радіус індентора;  $h_{km}$  – максимальне значення глибини впровадження індентора в поверхню деталі.

Залежності для визначення зміни поточних значень радіуса індентора і глибини впровадження індентора в поверхню деталі від довжини контакту, для цієї схеми:

$$r_p = \sqrt{r_{ш}^2 - \left( l_k - \frac{L_k}{2} \right)^2}, \quad (4)$$

де  $l_k$  – залежність зміни поточних значень довжини контакту,  $0 \leq l_k \leq L_k$ .

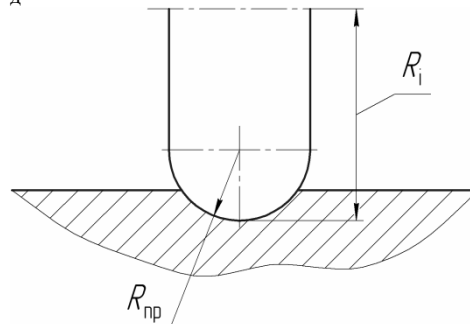
$$h_k = r_p - r_n, \quad (5)$$

де  $r_n$  – різниця радіуса індентора і максимального значення глибини впровадження індентора в поверхню деталі,  $r_n = r_{ш} - h_{km}$ , тобто  $h_k = r_p - r_{ш} + h_{km}$ .

**Мета статті.** Метою роботи є розробка математичної залежності для розрахунку площі поверхні контакту деталі з інструментом (деталь-індентор) під час обробки поверхневим пластичним деформуванням, що дозволить прогнозувати якість під час обробки криволінійних поверхонь із змінними радіусами кривизни, а особливо якість поверхонь маложорстких крутильних кілець з пористих спечених композицій.

**Виклад основного матеріалу.** Під час обробки поверхневим пластичним деформуванням використовуються різні за формою індентори, робоча поверхня яких характеризується такими основними геометричними параметрами (рис. 2).

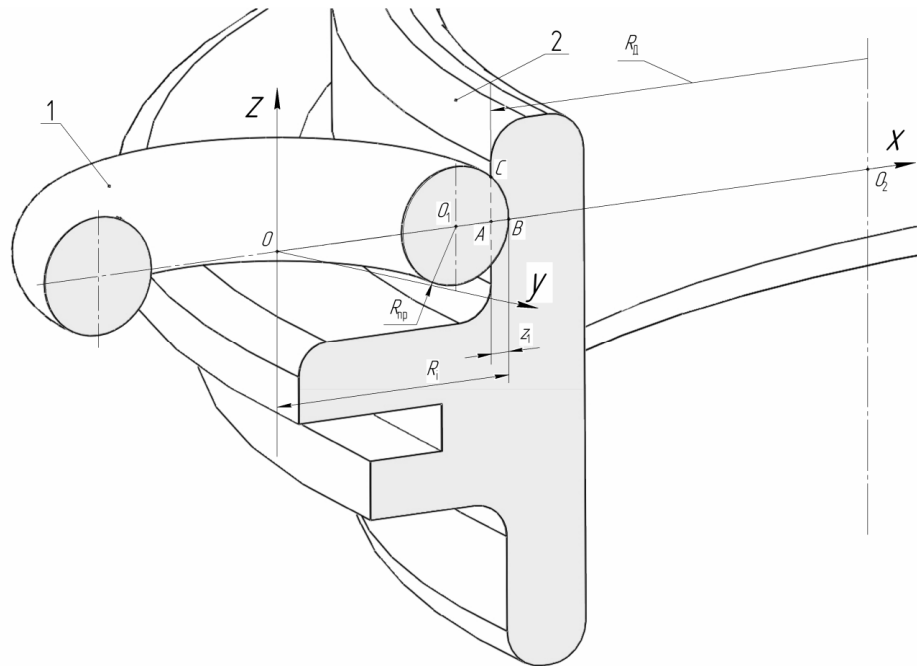
Під час реалізації обробки кулькою [5] найчастіше застосовуються  $R_i = R_{пр} = 3...25$  мм; роликком  $R_i \neq R_{пр}$ ,  $R_i = 10...100$  мм,  $R_{пр} = 3...25$  мм; плашкою  $R_i = \infty$ ,  $R_{пр} = 3...25$  мм; під час обкатування кільцем залежно від діаметра деталі можуть застосовуватися  $R_i < 0$ ;  $R_i = -40...200$  мм. Такі види інструментів приводяться до одного вигляду – тору. Тоді узагальнена схема процесу може бути представлена під час обробки зовнішніх циліндричних поверхонь радіусом деталі  $R_d > 0$ , плоских поверхонь  $R_d = \infty$ , внутрішніх циліндричних поверхонь  $R_d < 0$ .



$R_i$  – радіус індентора;  $R_{пр}$  – профільний радіус

Рис. 2. Геометричні параметри інденторів

Поверхня місця деформації, що належить оброблюваній деталі, може бути визначена як ділянка поверхні індентора, обмежена лінією контакту з оброблюваною поверхнею. Отже, завдання зводиться до визначення площі поверхні контакту двох фігур (рис. 3).



1 – інденатор; 2 – оброблювана деталь (маложорстке крутильне кільце)

Рис. 3. Узагальнена розрахункова схема контакту деталь-інденатор

Рівняння поверхні деталі має вигляд:

$$(x - a)^2 + y^2 = R_d^2 \tag{6}$$

$$a = OO_2 = R_i + R_d - Z_1, \tag{7}$$

де  $Z_1$  – глибина впровадження інденатора в поверхню деталі.

Для складання рівняння поверхні інденатора, який є тілом обертання, необхідно знати радіус обертання в довільній точці поверхні. Але оскільки має місце радіус профілю  $R_{пр}$ , то радіус обертання твірної буде залежати від координати (рис. 4). Виберемо довільну точку  $E$  на осі  $OZ$ , яка лежить між точками  $O$  і  $F$ , що мають по  $Z$  координати  $Z = 0$  і  $Z = R_{пр}$  відповідно. Тоді внаслідок того, що  $ED' = OD = OO_1 + O_1D = R_i - R_{пр} + O_1D$  з прямокутного трикутника  $O_1DD'$  знаходимо  $O_1D$ :

$$OD = \sqrt{O_1D'^2 - DD'^2} = \sqrt{R_{пр}^2 - Z^2}$$

$$ED' = R_i - R_{пр} + \sqrt{R_{пр}^2 - Z^2} \tag{8}$$

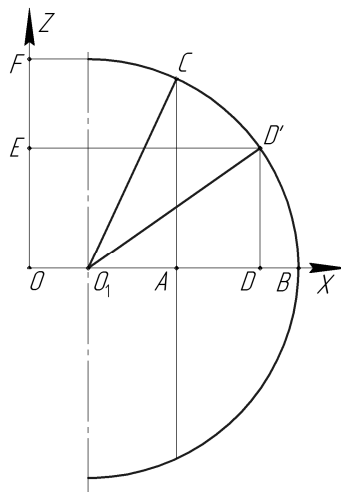


Рис. 4. Графічна інтерпретація робочої поверхні інденатора

Знаючи радіус обертання точок твірної індентора залежно від координати  $Z$ , можна записати рівняння поверхні індентора:

$$x^2 + y^2 = \left( R_i - R_{np} + \sqrt{R_{np}^2 - Z^2} \right)^2. \quad (9)$$

Щоб визначити межі зміни, знайдемо координату точки  $C$  (рис. 3, 4) з прямокутного трикутника:

$$AC = \sqrt{O_1C^2 - O_1A^2} = \sqrt{R_{np}^2 - (R_{np} - Z_1)^2}. \quad (10)$$

Знайдемо межі зміни  $X$ , як функції від  $Z$ .  $X$  змінюється в межах від кривої перетину поверхонь індентора і поверхні деталі до кривої, що описує твірну індентора при  $Y = 0$ . Для визначення кривої перетину двох поверхонь необхідно вирішити систему, що складається з рівняння поверхні індентора (9) і рівняння поверхні деталі (6), тобто систему рівнянь (11):

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \left( R_i - R_{np} + \sqrt{R_{np}^2 - Z^2} \right)^2 \\ (x - a)^2 = R_d^2 - y^2 \end{cases}. \quad (11)$$

З другого рівняння системи (11) знаходимо:

$$y^2 = R_d^2 - (x - a)^2.$$

Підставивши отриманий вираз у перше рівняння системи (11) і вирішивши його відносно  $X$ , отримаємо нижню межу зміни  $X$ :

$$x = \frac{a^2 + \left( R_i - R_{np} + \sqrt{R_{np}^2 - Z^2} \right)^2 - R_d}{2 \cdot a}. \quad (12)$$

З рівняння (9) при  $Y = 0$  знаходимо верхню межу зміни:

$$x = R_i - R_{np} + \sqrt{R_{np}^2 - z^2} \quad (13)$$

Якщо гладка однозначна поверхня задана рівнянням  $Y = f(X)$ , то площа поверхні виражається формулою:

$$S = \iint_D \sqrt{1 + \left( \frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial z} \right)^2} dx dz, \quad (14)$$

де  $D$  – проекція цієї поверхні на площину  $XOZ$ .

Оскільки така поверхня симетрична щодо координатних площин  $XOZ$  і  $XOY$ , то досить знайти площу поверхні, розташовану в першому октанті, обмежену по  $Z$  площиною  $XOY$  і точкою  $C$ , і по  $X$  – кривими, заданими рівняннями (12) і (13). Оскільки шукана поверхня належить поверхні інструменту, то вирішити рівняння поверхні інструменту (9) відносно  $Y$ , і підставивши отриманий вираз в (14), знайдемо:

$$S = 4 \int_0^{\sqrt{Z_1(2R_{np}-Z_1)}} dz \int_{\frac{a^2 + \left( R_i - R_{np} + \sqrt{R_{np}^2 - Z^2} \right)^2 - R_d}{2a}}^{R_i - R_{np} + \sqrt{R_{np}^2 - z^2}} \frac{R_{np} \cdot \left( R_i - R_{np} + \sqrt{R_{np}^2 - Z^2} \right)}{\sqrt{R_{np}^2 - z^2} \sqrt{\left( R_i - R_{np} + \sqrt{R_{np}^2 - z^2} \right)^2 - X^2}} dx. \quad (15)$$

Для спрощення подальшої викладки позначимо:

$$C(Z) = R_i - R_{np} + \sqrt{R_{np}^2 - Z^2} \quad (16)$$

і провівши інтегрування по  $X$ , а потім заміну  $t = C(Z)$ , отримаємо:

$$S = 4 \cdot R_{\text{np}} \int_{R_1 - Z_1}^{R_1} \frac{t}{\sqrt{R_{\text{np}}^2 - (t + R_{\text{np}} - R_1)^2}} \arcsin \left( \frac{\sqrt{t^2 - (a - R_{\text{д}})^2} \cdot \sqrt{(a + R_{\text{д}})^2 - t^2}}{2 \cdot a \cdot t} \right) dt. \quad (17)$$

Для того щоб показати, що неможливо отримати аналітичний вираз для точного обчислення площі поверхні контакту, покажемо, що інтеграл у формулі (17) не береться в елементарних функціях. Для цього у формулу (17) вводим спрощення, допустимо, що обробка проводиться кулькою, тобто  $R_1 = R_{\text{np}}$ . Тоді формулу (17) можна представити у вигляді:

$$S = 4 \cdot R_1 \int_0^{\sqrt{Z_1(2R_1 - Z_1)}} \left( \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{a^2 + R_1^2 - Z^2 - R_{\text{д}}^2}{2 \cdot a \cdot \sqrt{R_1^2 - Z^2}} \right) dz. \quad (18)$$

Розглянемо невизначений інтеграл:

$$J = \int \arcsin \frac{a^2 + R_1^2 - Z^2 - R_{\text{д}}^2}{2 \cdot a \cdot \sqrt{R_1^2 - Z^2}} dz. \quad (19)$$

Інтегруючи, по частинах знайдемо:

$$J = Z \cdot \arcsin \frac{a^2 + R_1^2 - Z^2 - R_{\text{д}}^2}{2 \cdot a \cdot \sqrt{R_1^2 - Z^2}} + J_1, \quad (20)$$

де

$$J_1 = \int \frac{Z^2 \cdot (a^2 - R_1^2 - R_{\text{д}}^2 + Z^2)}{\sqrt{\left((a + R_{\text{д}})^2 - R_1^2\right)^2 + Z^2} \cdot \sqrt{\left(R_1 - (a - R_{\text{д}})^2\right)^2 - Z^2}} dz. \quad (21)$$

Оскільки  $R_1^2 - (a - R_{\text{д}})^2 = R_1^2 - (R_1 - Z_1)^2 > 0$ , то проведемо заміну:

$$\frac{Z}{\sqrt{R_1^2 - (a - R_{\text{д}})^2}} = \sqrt{1 - t^2}. \quad (22)$$

Тоді після відповідних спрощень формула (21) прийме вигляд:

$$J_1 = \int \frac{Z_1(2R_{\text{np}} - Z_1)(1 - t^2)(2R_{\text{д}}(R_1 - Z_1) + Z_1(2R_1 - Z_1)t^2)}{2\sqrt{a \cdot R_{\text{д}}} \cdot \sqrt{1 - t} \cdot \sqrt{1 - \frac{Z_1(2R_1 - Z_1)}{4 \cdot a \cdot R_{\text{д}}} \cdot t^2}} dt. \quad (23)$$

Якщо тепер припустити, що  $k = \sqrt{\frac{Z_1(2R_1 - Z_1)}{4 \cdot a \cdot R_{\text{д}}}}$ , то отримаємо

$$J_1 = -\frac{Z_1(2R_1 - Z_1)}{2\sqrt{a \cdot R_{\text{д}}}} \int \frac{f(t^2)}{\sqrt{1 - t^2} \cdot \sqrt{1 - k^2 \cdot t^2}} dt, \quad (24)$$

де  $f(t^2) = (1 - t^2) \cdot (2R_{\text{д}} \cdot (R_1 - Z_1) + Z_1(2R_1 - Z_1) \cdot t^2)$ . (25)

Так як  $f(t^2)$  є поліномом від  $t^2$ , то інтеграл у виразі (24) в кінцевому вигляді не береться. Він може бути представлений у вигляді суми еліптичних інтегралів.

Підставляючи  $J_1$  формулу (20), бачимо, що й інтеграл  $J$  не береться в кінцевому вигляді. Отже, інтеграл у формулі (18) також не береться в кінцевому вигляді.

Таким чином доведено, що неможливо отримати аналітичний вираз для точного обчислення площі поверхні контакту. Тому доцільно обчислювати площу поверхні конта-

кту у формулі (17) наближеними методами, не представляючи площу поверхні контакту у вигляді суми еліптичних інтегралів.

Для визначення меж застосування формули (17) для обчислення площі поверхні контакту деталі з індентором розглянемо положення точки щодо поверхні деталі (рис. 4). Оскільки поверхня деталі обмежена радіусом  $R_d$ , точка  $C$  може опинитися за її межами внаслідок того, що координата точки  $C$  по  $Z$  залежить від радіусу профілю індентора  $R_{np}$ .

У цьому випадку необхідно проводити інтегрування по  $Z$  з врахуванням реальних розмірів деталі, тобто формула (17) непридатна для обчислення площі поверхні контакту. Інший випадок непридатності формули (17), коли ширина індентора така, що точка  $C$  виявляється поза поверхнею індентора. В цьому випадку необхідно проводити інтегрування з урахуванням реальних розмірів індентора. Отже, з урахуванням вказаних випадків формула (17) повинна бути скоректована.

$$S = 4 \cdot R_{np} \int_0^b \frac{C(Z)}{\sqrt{R_{np}^2 - Z^2}} \arcsin \left( \frac{\sqrt{C^2(Z) - (a - R_d)^2} \cdot \sqrt{(a + R_d)^2 - C^2(Z)}}{2 \cdot a \cdot C(Z)} \right) dz, \quad (26)$$

де  $a$  – визначається за формулою (7);  $C(Z)$  – за формулою (16).

$$b = \min \left( \frac{H_d}{2}, \frac{H_i}{2}, \sqrt{Z_1(2R_{np} - Z_1)} \right), \quad (27)$$

де  $H_d$  – ширина деталі;  $H_i$  – ширина індентора.

На основі розглянутих публікацій, формула (1) й отримана формула (26) за допомогою MathCAD, побудовано графіки залежності площі поверхні контакту  $S = f(r)$  від радіуса індентора (кульки)  $r$  для маложорстких крутильних кілець з пористих спечених композицій діаметрами 56 мм, 89 мм і 150 мм (рис. 5, 6). Для всіх досліджень прийнято:  $z_1 = 0,3$  мм,  $R_i = R_{np} = 4-8$  мм. Також за допомогою SolidWorks було змодельовано впровадження індентора в деталь для всіх випадків (рис. 7) і отримана площа поверхні контакту. Всі результати зведено в таблицю 1.

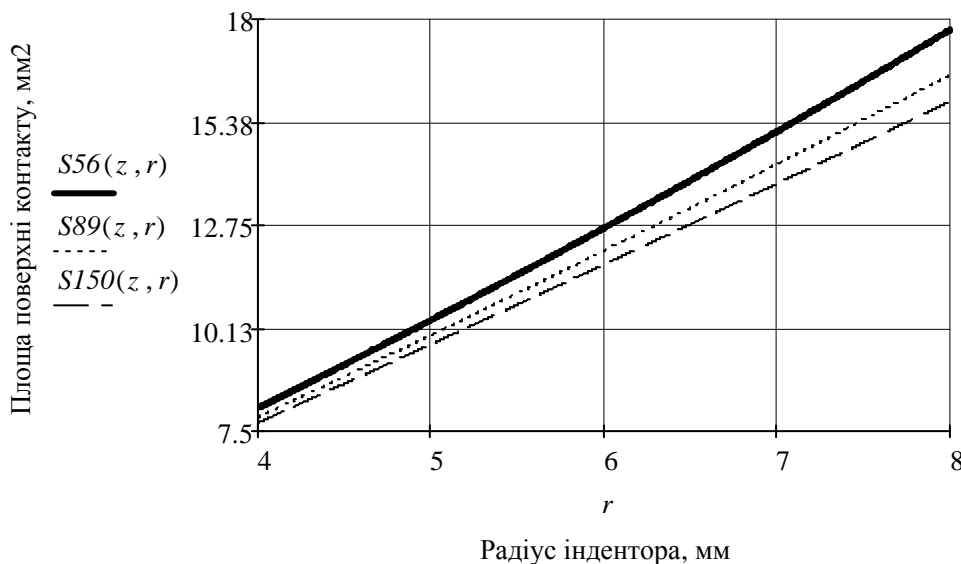
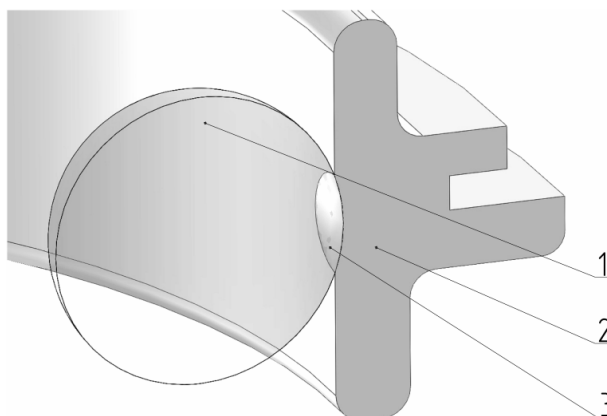


Рис. 5. Залежність площі поверхні контакту від радіуса індентора - формула (1)



1 – індентор; 2 – оброблювана деталь (маложорстке крутильне кільце); 3 – поверхня контакту  
Рис. 7. Моделювання схеми впровадження індентора в деталь за допомогою SolidWorks

Таблиця 1

Значення площі поверхні контакту залежно від діаметра кільця і радіуса індентора

$D_{\text{кільця}}, \text{мм}$	$R_i, \text{мм}$	$S_1, \text{мм}^2$	$S_2, \text{мм}^2$	$S_3, \text{мм}^2$
56	4	8,0884	8,116	8,1127
	5	10,3305	10,3608	10,3566
	6	12,6768	12,7091	12,7041
	7	15,1379	15,172	15,1665
	8	17,7265	17,7621	17,7563
89	4	7,8607	7,8879	7,8848
	5	9,9535	9,983	9,9792
	6	12,102	12,1332	12,1287
	7	14,309	14,3416	14,3363
	8	16,5781	16,6118	16,6059
150	4	7,7139	7,7408	7,7379
	5	9,7156	9,7446	9,7411
	6	11,7471	11,7777	11,7734
	7	13,8092	13,8409	13,8359
	8	15,9027	15,9353	15,9297

**Примітка:**  $D_{\text{кільця}}$  – діаметр маложорсткого кільця;  $R_i$  – радіус індентора;  $S_1$  – площа поверхні контакту, визначена за формулою (1);  $S_2$  – площа поверхні контакту визначена за формулою (26);  $S_3$  – площа поверхні контакту, отримана за допомогою моделювання в SolidWorks схеми впровадження індентора в деталь.

На підставі отриманих значень площі поверхні контакту (табл. 1), можна вважати формулу (26) придатною для розрахунків. Якщо прийняти  $S_3$  за еталон, так як це значення отримано з 3D моделі, то середня різниця значень  $S_1$  відносно  $S_3$  в процентному відношенні буде становити 0,23 %, а середня різниця значень  $S_2$  відносно  $S_3$  у процентному відношенні буде становити 0,04 %. Отже, розрахунки за формулою (26) більш точні, ніж за формулою (1).

**Висновки.** Отримана залежність площі контакту індентор-заготовка залежно від геометричних параметрів оброблюваної поверхні та інструменту може бути використана під час вибору форми і розмірів інструменту залежно від конкретних умов контакту, під час конструювання нових і вдосконаленні старих методів та засобів поверхневого пластичного деформування.

Наведені формули дозволять прогнозувати якість під час обробки криволінійних поверхонь із змінними радіусами кривизни. Так як питомий тиск необхідний для протікання процесу пластичної деформації, знаходиться у відомій залежності від площі контакту і си-



ли, що прикладається до індентора, то можна регулювати процес зміцнення, змінюючи силу, що прикладається до індентора залежно від площі контакту, яка змінюється.

Аналіз залежностей площі контакту від режимів ППД доводить можливість використання різних за розмірами інденторів. З метою досягнення найбільшої глибини зміцнення слід віддавати перевагу інденторам великих розмірів, при цьому досягаються і кращі показники за шорсткістю поверхні, зменшується вірогідність перенаклепу. Проте в цьому випадку потрібна і більша кількість циклів навантаження, оскільки збільшуються відстані між вогнищами деформацій і збільшуються необхідні силові характеристики пристроїв для забезпечення необхідного питомого тиску під час збільшення площі контакту індентор-заготовка.

#### Список використаних джерел

1. Дрозд М. С. Расчет глубины распространения пластической деформации в зоне контакта тел произвольной кривизны / М. С. Дрозд, А. В. Федоров, Ю. И. Сидякин // Вестник машиностроения. – 1971. – № 1. – С. 20-23.
2. Жасимов М. М. Форма и площадь поверхности контакта инструмента с деталью при поверхностном пластическом деформировании / М. М. Жасимов // Вестник машиностроения. – 1974. – № 7. – С. 42–44.
3. Кудрявцев И. В. Выбор основных параметров упрочнения валов обкатыванием роликами / И. В. Кудрявцев, Л. Н. Бурмистрова // Вестник машиностроения. – 1983. – № 4. – С. 8-10.
4. Отений Я. Н. Прогрессивные методы обработки глубоких отверстий: монография / Я. Н. Отений, Н. Я. Смольников, Н. В. Ольштынский. – Волгоград: ВолгГТУ, 2003. – 136 с.
5. Руденко П. А. Разработка и исследование технологических методов повышения качества деталей машин и эффективности их изготовления / П. А. Руденко, О. Н. Чередников. – Чернигов: Черниговский филиал Киевского ордена Ленина политехнического института, 1983. – 36 с.