

УДК 674.494.051.532.1

**П.И. Чередниченко**, д-р техн. наук**С.П. Корниенко**, канд. техн. наук

Черниговский государственный технологический университет, г. Чернигов, Украина

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ ЖИДКОЙ ПЛЕНКИ НА ВРАЩАЮЩЕМСЯ ДИСКЕ

*В статье приведены результаты теоретического исследования процесса образования пленки смазочного материала на поверхности вращающегося диска, частично погруженного в смазочный материал. Показано, что толщина пленки смазочного материала, захватываемая диском зависит как от физических параметров смазочного материала, так и от окружной скорости диска и глубины его погружения в смазочный материал.*

**Ключевые слова:** смазывающий диск, смазочный материал, жидкая пленка, нить, окружная скорость, глубина погружения, толщина пленки.

*У статті наведені результати теоретичного дослідження процесу утворення плівки мастила на поверхні диска, що обертається, який частково занурений у мастило. Показано, що товщина плівки мастила, яка захоплюється диском, залежить як від фізичних параметрів мастила, так і від окружної швидкості диска і глибини його занурення у мастило.*

**Ключові слова:** диск, що замащує, мастило, рідка плівка, нитка, кругова швидкість, глибина занурення, товщина плівки.

*Theoretical experimental results of the lubricant film formation process on the rotating disk surface partially immersed into lubricant are given the article. It is shown that the lubricant film thickness on the disk surface depends on lubricant physical parameters, disk rotation speed and dept of disk immersion into lubricant.*

**Key words:** lubricant disk, lubricator, liquid film, filament, speed of rotation, dept of immersion, film thickness.

**Актуальность проблемы.** В настоящее время производство химических нитей и волокон относится к числу наиболее прогрессивных и быстро развивающихся отраслей химической промышленности. На свойства химических нитей оказывают влияние многочисленные, преимущественно взаимосвязанные факторы, и, как правило, улучшение свойств нити может быть получено в результате усовершенствования технологии и оборудования на всех стадиях производства [1]. Одним из таких является участок нанесения на нить смазочного материала при формовании. На качество смазывания химических нитей существенное влияние оказывает как технологический режим проведения процесса, так и способ нанесения смазочного материала, зависящий от конструкции устройств для их нанесения. В связи с этим теоретические и экспериментальные исследования, направленные на усовершенствование технологических режимов смазывания и создание новых конструкций смазывающих устройств и систем, обеспечивающих повышение качества выпускаемых нитей, представляет большой практический интерес и является актуальной научной задачей.

**Постановка задачи.** В настоящее время дисковый способ нанесения различных отделочных жидкостей на движущиеся нити наиболее распространенный в производстве химических нитей и волокон. Количество наносимой на нити жидкости, а также точность и равномерность ее нанесения существенно зависят от толщины и равномерности пленки на рабочей поверхности диска. Следовательно, для правильного ведения процесса смазывания, а также для расчета и проектирования дисковых устройств важно знать математические зависимости для определения толщины пленки жидкости на рабочей поверхности диска.

**Основная часть.** Как известно [2], движущееся в жидкой среде твердое тело увлекает за собой прилегающие частицы жидкости вследствие прилипания последних к поверхности тела. При движении диска в жидкости на погруженной части его поверхности образуется пограничный слой, который развивается от нулевой толщины при входе поверхности диска в жидкость до максимального значения при выходе поверхности диска в воздушную среду. Толщина пограничного слоя является величиной переменной, возрастающей в направлении вращения диска.

При выводе теоретических зависимостей для определения толщины жидкой пленки в основном используются уравнения Навье-Стокса и уравнение неразрывности пото-

ка [2]. Движение пленки замазливателя на поверхности диска можно описать уравнениями Навье-Стокса для пограничного слоя и уравнением неразрывности, которые в данном случае имеют вид:

$$\frac{v_\phi^2}{r} + \frac{k_2}{\rho} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial r} = 0; \tag{1}$$

$$v_r \frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \cdot \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} + \frac{v_r v_\phi}{r} = \frac{k_\phi}{\rho} - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial P}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\phi}); \tag{2}$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v_\phi}{\partial \phi} = 0, \tag{3}$$

где  $r, \phi$  – соответственно, радиальная и окружная координаты цилиндрической системы координат;  $v_r, v_\phi$  – составляющие скорости в направлении этих координат;  $P$  – давление;  $\rho$  – плотность жидкости;  $\tau_{r\phi}$  – касательное напряжение;  $K_r, K_\phi$  – массовые силы.

Касательное напряжение

$$\tau_{r\phi} = \mu \cdot r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v_\phi}{r} \right), \tag{4}$$

а массовые силы

$$k_\phi = -\rho \cdot g \sin \phi; \quad k_r = \rho \cdot g \cos \phi, \tag{5}$$

где  $\mu$  – коэффициент динамической вязкости жидкости;  $g$  – ускорение свободного падения.

Преобразуя данные уравнения и используя новую (криволинейную) систему координат, а также учитывая малость толщины пленки по сравнению с радиусом диска, уравнения (1) и (2) можно представить в упрощенном виде:

$$\frac{\partial v_y v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_x^2}{\partial x} = -g \sin \left( \phi_0 + \frac{x}{R_0} \right) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}; \tag{6}$$

$$\frac{v_x^2}{R_0} + g \cos \left( \phi_0 + \frac{x}{R_0} \right) - \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} = 0, \tag{7}$$

а уравнение неразрывности

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0, \tag{8}$$

где  $y$  – координата, направленная по нормали к поверхности пленки жидкости,  $y = r - R_0$ ;  $R_0$  – радиус диска;  $x$  – координата вдоль дуги меридиана поверхности жидкой пленки,  $x = (\phi - \phi_0)R_0$ ;  $\phi_0$  – угол погружения диска в жидкость.

Уравнение для касательного напряжения (4) представим в виде:

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial v_x}{\partial y}. \tag{9}$$

Пренебрегая инерционными членами и решая полученные уравнения с граничными условиями, приведенными в работе [3], после неоднократного интегрирования, находим выражение для определения окружной скорости диска  $v_x$ :

$$v_x = v_0 + \left\{ \frac{\sigma}{\mu} \frac{d^3 h}{dx^3} + \left[ \frac{\sigma}{\mu R_0^2} + \frac{g}{v} \cos \left( \varphi_0 + \frac{x}{R_0} \right) \right] \frac{dh}{dx} - \frac{g}{v} \sin \left( \varphi_0 + \frac{x}{R_0} \right) \right\} \left( h - \frac{y}{2} \right) y - \frac{1}{6} (3h^2 y - 3hy^2 + y^3) \frac{g}{v R_0} \sin \left( \varphi_0 + \frac{x}{R_0} \right), \quad (10)$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения жидкости;  $h$  – толщина пленки жидкости (текущее значение);  $v$  – коэффициент кинематической вязкости жидкости.

Откуда после интегрирования получаем дифференциальное уравнение, определяющее зависимость толщины пленки от координаты вдоль течения пленки  $x$ :

$$\frac{\sigma}{\mu} \frac{d^3 h}{dx^3} + \frac{g}{v} \left[ \frac{\sigma}{\rho \cdot g \cdot R_0^2} + \cos \left( \varphi_0 + \frac{x}{R_0} \right) \right] \frac{dh}{dx} - \frac{g}{v} \left( \frac{3}{8} \frac{h}{R_0} + 1 \right) \sin \left( \varphi_0 + \frac{x}{R_0} \right) = \frac{3(j - v_0 h)}{h^3}, \quad (11)$$

где  $v_0$  – окружная скорость диска;  $j$  – плотность потока жидкости (поток, приходящийся на единицу толщины диска), увлекаемой вращающимся диском.

На границе диск – поверхность жидкости, образуется мениск, в области которого  $\frac{dh}{dx}$  достигает максимума, поэтому уравнение (11) описывает толщину пленки вдали от мениска, где выполняется условие [3]

$$\frac{dh}{dx} \ll 1. \quad (12)$$

Анализ дифференциального уравнения (11) в предположении, что

$$\frac{\sigma}{\rho \cdot g \cdot R_0^2} \ll 1, \quad (13)$$

показывает, что некоторыми членами уравнения, ввиду их малости, можно пренебречь. Вводя безразмерные переменные, получим уравнение (11) в безразмерном виде:

$$\frac{d^3 \eta}{d\xi^3} - \frac{g j^2}{3v v_0^3} \sin \left( \varphi_0 + \frac{x}{R_0} \right) = \frac{(1 - \eta)}{\eta^3}, \quad (14)$$

где  $\eta$  и  $\xi$  – безразмерные переменные,

$$\eta = \frac{v_0 h}{j}, \quad \xi = \left( \frac{3\mu}{\sigma} \right)^{1/3} \frac{v_0^{3/4}}{j}.$$

Учитывая граничные условия, изложенные в работе [3], при медленном вращении диска толщина пленки в области мениска может быть описана уравнением для статического мениска, которое можно представить для диска, погруженного в жидкость с неограниченной поверхностью, в виде [3]:

$$\frac{\frac{d^2 h}{dx^2}}{\left[ 1 + \left( \frac{dh}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}} = \sqrt{\frac{2\rho g}{\sigma} (1 + \cos \Psi)}, \quad (15)$$

где  $\Psi$  – угол наклона к горизонту касательной плоскости в любой точке поверхности пленки в области мениска.

Для того, чтобы решение уравнения статического мениска (15) переходило в решение уравнения для увлекаемой диском пленки (14), в области перехода принимается

требование непрерывности второй производной [3]. Поскольку в этой области  $\psi = \varphi_0$ , а  $\frac{dh}{dx} \rightarrow 0$ , то для статического мениска выполняется условие

$$\left. \frac{d^2 h}{dx^2} \right|_{x=x_0} = \sqrt{\frac{2\rho \cdot g}{\sigma} (1 + \cos \varphi_0)}. \quad (16)$$

Перейдя к безразмерным переменным, получим

$$\left. \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} \right|_{\xi=\xi_0} = \frac{j}{v_0^{5/3}} \left( \frac{\sigma}{3\mu} \right) \left( \frac{2\rho \cdot g}{\sigma} \right)^{1/2} \sqrt{1 + \cos \varphi_0}. \quad (17)$$

Решение уравнения (14) с граничными условиями, приведенными в работе [3] приводит к следующему значению второй производной  $\left. \frac{d^2 \eta}{d\xi^2} \right|_{\xi=\xi_0} = 0,63$ .

Подставляя найденное значение в уравнение (17) и, исходя из условий (11), получаем уравнение для толщина пленки вдали от мениска:

$$h = \frac{j}{v_0} = \frac{0,655}{\cos \frac{\varphi_0}{2}} v_0^{2/3} \left( \frac{\mu}{\sigma} \right)^{1/6} \left( \frac{\mu}{\rho \cdot g} \right)^{1/2}. \quad (18)$$

Обозначая  $A = \frac{0,655}{\cos \frac{\varphi_0}{2}} \left( \frac{\mu}{\sigma} \right)^{1/6} \left( \frac{\mu}{\rho \cdot g} \right)^{1/2}$ , получим  $h_0 = Av_0^{2/3}$ .

Анализируя условия [3] с учетом полученного результата (18), устанавливаем, что оно в решаемой задаче будет выполняться, если

$$\frac{0,143}{\cos^2 \frac{\varphi_0}{2}} \left( \frac{\mu \cdot v_0}{\sigma} \right)^{1/3} \ll 1. \quad (19)$$

Заметим, что для выполнения условия (19), необходимо, чтобы значение угла погружения диска  $\varphi_0$  не приближалось к  $\pi$ , что всегда выполняется при нанесении замасливающей эмульсии на нити при формовании.

Анализ полученных зависимостей показывает, что толщина пленки замасливателя, захватываемого диском, зависит как от физических параметров замасливателя, так и от окружной скорости диска и глубины его погружения в замасливатель. При постоянном составе и неизменных физических параметрах замасливателя, толщина пленки будет полностью зависеть от окружной скорости диска, при использовании эмульсии тепрэм-б и глубины погружения диска в эмульсию  $15 \cdot 10^{-3}$  м зависимость для толщины пленки имеет вид

$$h_0 = 0,253 \cdot 10^{-3} v_0^{2/3}.$$

Изменение угла погружения диска  $\varphi_0$  в замасливатель в существующих пределах от  $14^\circ$  до  $46^\circ$  на толщину пленки влияет незначительно. Зависимости изменения толщины пленки на поверхности диска от окружной скорости диска приведены на рисунке.

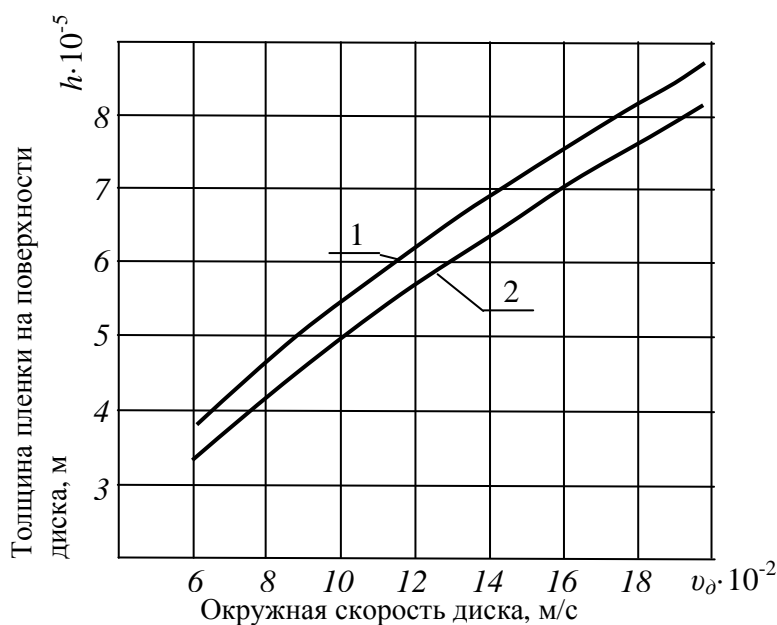


Рис. 1. Зависимости толщины плёнки от окружной скорости диска и глубины его погружения в замазливатель:

1 – угол погружения диска в замазливатель  $\phi_0 = 46^\circ$ ;

2 – угол погружения диска в замазливатель  $\phi_0 = 14^\circ$ .

**Выводы.** Следовательно, полученная математическая зависимость (18) может быть использована для определения толщины пленки замазливателя на поверхности замазливающего диска, частично погруженного в замазливатель.

#### Список использованных источников

1. Смирнов Л. С. Текстурированные нити / Л. С. Смирнов, В. Н. Шавлюк. – М.: Легкая индустрия, 1979. – 232 с.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
3. Чердниченко П. И. Разработка технологического процесса и оборудования для замазливания химических нитей: дис. д-ра техн. наук: 05.19.03, 05.02.13 / П. И. Чердниченко. – М., 1989. – 568 с.