

відповідно зображення Фур'є механічних переміщень, потенціалів на електроді сенсора (актуатора);  $\dot{u}_i(0)$ ,  $u_i(0)$  – початкові швидкості і переміщення вузлових точок;  $\omega$  – колова частота;  $i = \sqrt{-1}$ .

Рівняння динаміки системи (2) зі зворотним зв'язком (1). Знайдемо вектор переміщень точок РІ в моменти часу  $n$ , скориставшись алгоритмом оберненого швидкого перетворення Фур'є (IFFT):

$$u_{\omega}^n = Z(i\omega)^{-1} \left\{ F(i\omega) - \tilde{p} \tilde{K}_{\varphi\varphi} \tilde{K}_{\varphi\varphi}^{-1} \tilde{K}_{\varphi u} u_{\omega}^{n-1} \right\}, \\ u_i = FFT^{-1}(u_{\omega}), \quad (3)$$

де  $Z(i\omega) = \tilde{K}_{uu} - \omega^2 M$  – матриця динамічної жорсткості.

Результати розрахунку коливань певної точки на ріжучій кромці (3) у площині різання при ударному навантаженні, що моделює врізання РІ, зображені на рис. 2.

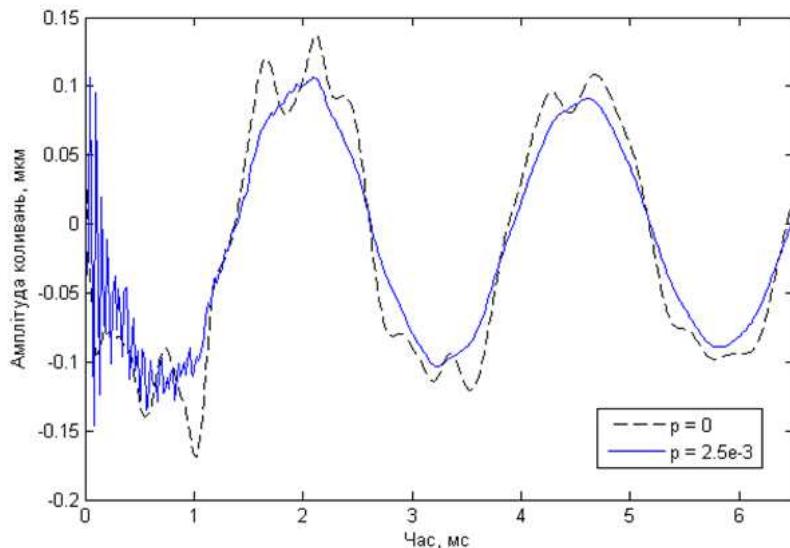


Рис. 2. Реакція РІ на дію ударного навантаження без ( $p=0$ ) та з активним керуванням ПА ( $p=2.5e-3$ )

Зменшення максимальних переміщень точки на ріжучій кромці РІ при даному параметрі керування становить 26,27 %, що може бути одним із шляхів підвищення динамічної якості вже готового металообробного обладнання. До недоліків даного способу гасіння коливань РІ слід віднести складність реалізації, порівняно з методами пасивного гасіння коливань. Розглянута методика математичного моделювання може бути застосована для розрахунків коливань РІ більш складної конфігурації.

**Список використаних джерел:** 1. Кудинов В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 1967. – 360 с. 2. Чуприна В. М. Модернізація розрахунків динамічних характеристик пружної системи металорізального верстата в САПР / В. М. Чуприна // Вісник ЧДТУ. Серія «Технічні науки»: наук. зб. – Чернігів: ЧДТУ, 2012. – № 57. – С. 70-80. 3. Åkesson H. Active control of vibration and analysis of dynamic properties concerning machine tools / H. Åkesson. – Karlskrona: Blekinge Institute of Technology, 2007. – 212 p. 4. Smirnova T. Analysis, modeling and simulation of machine tool parts dynamics for active control of tool vibration / T. Smirnova. – Karlskrona: Blekinge Institute of Technology, 2010. – 188 p. 5. Dubenets V. H. Active damping of nonstationary vibrations in a beam with electro-viscoelastic patches / V. H. Dubenets, O. V. Savchenko, O. L. Derkach // Вісник ЧДТУ. Серія «Технічні науки»: наук. зб. – Чернігів: Чернігівський нац. технол. ун-т, 2014. – № 1 (71). – С. 43-49.

УДК 534.1:539.3

## НЕСТАЦІОНАРНІ КОЛІВАННЯ SMART-КОНСТРУКЦІЇ, НАВАНТАЖЕНОЇ ЕЛЕКТРИЧНИМ ІМПУЛЬСОМ

О.Л. Деркач, аспірант

Наук. кер.: В.Г. Дубенець, д-р техн. наук, проф., зав. кафедри теоретичної і прикладної механіки,  
О.В. Савченко, канд. техн. наук, доцент кафедри теоретичної і прикладної механіки

Чернігівський національний технологічний університет

В роботі [1] досліджено активне демпфірування нестаціонарних коливань балки з п'єзоелектричними накладками. Показано, що застосування пасивних і активних п'єзоелектричних накладок в тонкостінних елементах конструкцій, на які діють ударні та імпульсні навантаження, дозволяє зменшити амплітуди нестаціонарних коливань і збільшити декремент коливань. Використання п'єзоелектричних матеріалів в якості активних елементів (актуаторів) для зменшення амплітуд коливань [2], пов'язано з інтенсивними механічними і електричними навантаженнями [3]. Тому на етапі проектування так званих smart-конструкцій, важливим є проводити розрахунок коливань конструкції на дію імпульсних електричних навантажень, що допоможе

проаналізувати силові показники в активній п'єзоелектричній накладці, яка діє на конструкцію. Для розв'язання поставленої задачі потрібно застосовувати коректні з фізичної і точки зору математичної моделі матеріалів, що дозволить врахувати втрати енергії в активних і пасивних елементах композитних конструкцій.

Розглянемо коливання зразка з поляризованою по товщині потужною п'єзоелектричною накладкою (рис.1) від дії електричного навантаження при відсутності зовнішніх сил. Імпульс різниці потенціалів (рис. 2, а) прикладається до еквіпотенціальної поверхні актуатора ( $\varphi_{top} = \varphi_{\omega}^{act}$ ,  $\varphi_{bot} = 0$ ).

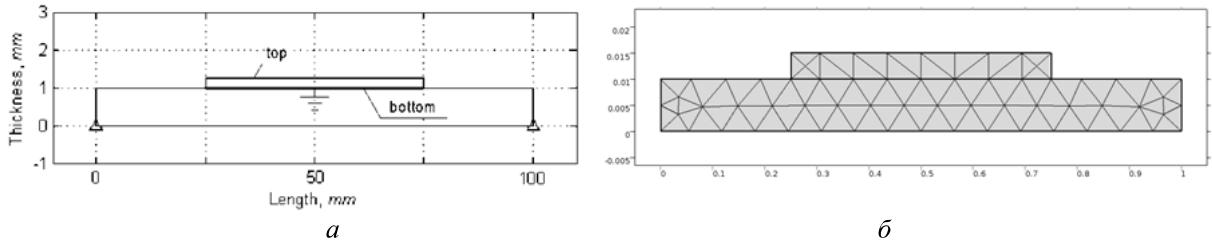


Рис. 1. Розрахункова схема шарнірно-закріпленого зразка з п'єзоелектричним актуатором (а); скінченно-елемента модель (б)

Для аналізу нестационарних коливань неідеально-пружних конструкцій можна використати частотний метод скінчених елементів, при якому синтез конструкції і аналіз коливань проводиться безпосередньо у просторі інтегральних перетворень Фур'є [4]. Перевагами використання цього методу є можливість врахування залежностей лінійної теорії спадкових середовищ, зокрема коректного введення частотно-залежних комплексних модулів, а також можливість аналізу нестационарних коливань із заданими початковими умовами. При переході до частотного простору також суттєво полегшується синтез конструкцій з п'єзоматеріалів. Рівняння динаміки, одержані з використанням варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського, після інтегрального перетворення Фур'є матимуть вигляд системи рівнянь лінійної теорії електропружності з комплексними модулями:

$$(i\omega)^2 Mu_{\omega} + \tilde{K}_{uu} u_{\omega} = F(i\omega) - \tilde{K}_{\varphi\varphi} \varphi_{\omega}^{act} + i\omega M\dot{u}_t(0) + Mu_t(0), \\ \tilde{K}_{\varphi u} u_{\omega} + \tilde{K}_{\varphi\varphi} \varphi_{\omega}^{sen} = Q(i\omega), \quad (1)$$

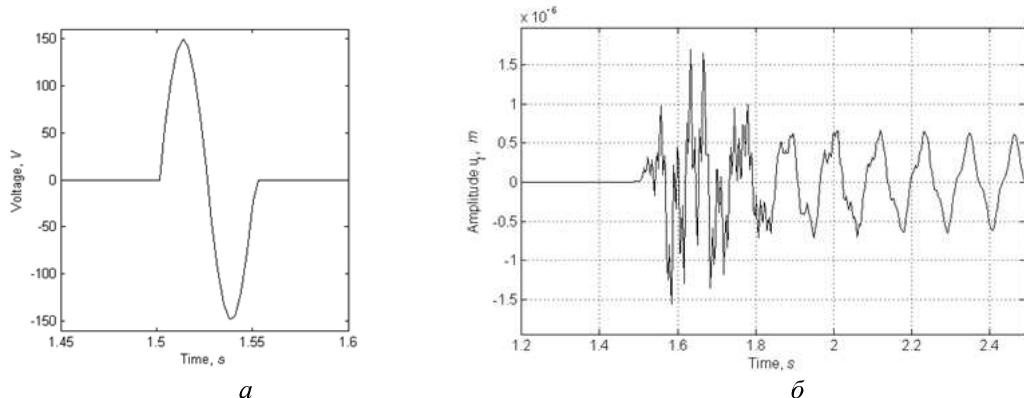
де  $M$  – матриця мас;  $\tilde{K}_{uu}$  – матриця жорсткості з частотно-залежними комплексними пружними сталими матеріалу;  $\tilde{K}_{\varphi u}$ ,  $\tilde{K}_{\varphi\varphi}$  – комплексні матриці електромеханічної жорсткості, що відповідають прямому та зворотному п'єзоелектричному ефекту;  $Q(i\omega)$  – зображення Фур'є вузлових зарядів;  $u_{\omega}$ ,  $\varphi_{\omega}^{sen(act)}$  – відповідно зображення Фур'є механічних переміщень, потенціалів на електроді сенсора (актуатора);  $\dot{u}_t(0)$ ,  $u_t(0)$  – початкові швидкості і переміщення вузлових точок;  $\omega$  – колова частота;  $i = \sqrt{-1}$ .

Частотне зображення переміщень конструкції від дії змінного електричного потенціала  $\varphi_{\omega}^{act}$ , знайдено з першого рівняння системи (1). Переход до часового простору виконано на останньому кроці розрахунків за допомогою алгоритму оберненого швидкого перетворення Фур'є ( $FFT^{-1}$ ) (2). Результати розрахунків нестационарних коливань зразка зображені на рисунку 2, б.

$$u_{\omega} = -Z(i\omega)^{-1} \tilde{K}_{\varphi u} \varphi_{\omega}^{act}, \quad u_t = FFT^{-1}(u_{\omega}), \quad (2)$$

де  $Z(i\omega) = \tilde{K}_{uu} + (i\omega)^2 M$  – матриця динамічної жорсткості.

Ефективність силового впливу на несучу конструкцію залежить від багатьох факторів. В даному випадку сила діє вздовж лінії з'єднання актуатора і несучної конструкції, тому доцільно розглянути напружене-деформівний стан в ідеальному контакті під час електричного навантаження (рис. 2, в).



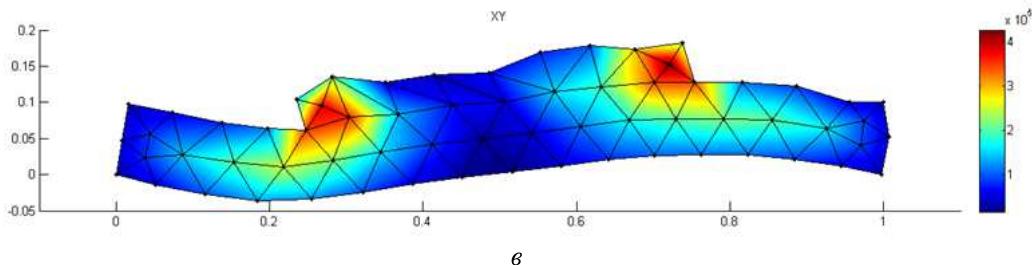


Рис. 2. Результати розрахунків: імпульс різниці потенціалів на електроді п'єзоелектричного актуатора (а); переміщення серединної точки конструкції в часі під дією електричного імпульса (б); форма коливань конструкції в певний момент часу з картою ефективних еквівалентних напружень (в)

Інтенсивні напруження в активному п'єзоелектричному елементі, які можуть досягати значень, що перевищують границю міцності матеріалу, призводять до часткової або повної втрати п'єзоелектричних властивостей [5]. З цієї причини актуальним є розробка п'єзоелектричних накладок оптимальної форми, що забезпечить ефективність передачі силових впливів та забезпечить спрацювання ресурсу і міцність конструкцій. На рисунку 3 зображена епюра ефективних еквівалентних напружень, які виникають в ідеальному контакті з'єднання активний п'єзоелемент-несуча конструкція при дії електричного навантаження.

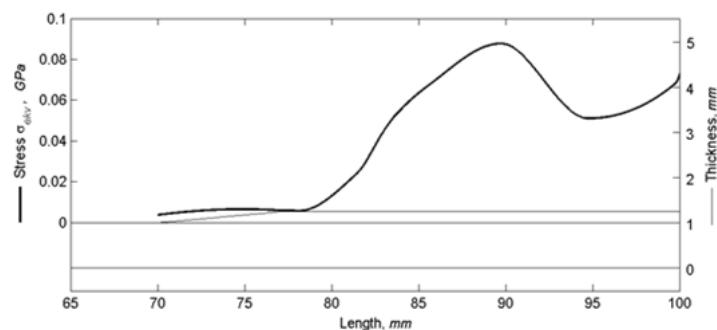


Рис. 3. Епюра ефективних еквівалентних напружень по лінії «активна п'єзоелектрична накладка-несуча конструкція» в певний момент часу для накладки зі зміненою геометрією

**Висновок.** Методику скінченно-елементного моделювання в частотному просторі інтегральних перетворень Фур'є застосувано для розрахунків нестационарних коливань електров'язкопружиних елементів конструкцій, збуджених електричним імпульсом. Розглянута методика дозволяє враховувати реальні фізичні частотно-залежні характеристики розсіяння енергії в пасивних і активних композиційних матеріалах. З врахуванням розсіяння енергії в матеріалі, отримано ефективні еквівалентні напруження, які виникають під час електричного навантаження між п'єзоелектричною накладкою і несучою конструкцією. Активну п'єзоелектричну накладку є концентратором напружень. Зміна форми накладки дозволяє перерозподілити напруження по всій довжині лінії контакту п'єзоелектричного елемента. Даний захід дозволить уникнути перегрівів п'єзоелемента та підвищити ресурс конструкції.

**Список використаних джерел:** 1. Dubenets V. H. Active damping of nonstationary vibrations in a beam with electro-viscoelastic patches / V. H. Dubenets, O. V. Savchenko, O. L. Derkach // Вісник Черніг. держ. технол. ун-ту: серія «Технічні науки»: наук. зб. – Чернігів: ЧНТУ, 2014. – № 1 (71). – С. 43-49. 2. Crawley E. F. Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures / E. F. Crawley, J. de Luis // AIAA Journal. – 1987. – Vol. 25. – P. 1373-1385. 3. Григор'єва Л. О. Колебания пьезокерамического цилиндра при нестационарном электрическом возбуждении / Л. О. Григор'єва // Прикл. мех. – 2007. – Т. 43, № 3. – С. 73-79. 4. Дубенец В. Г. Колебания демпфированных композитных конструкций / В. Г. Дубенец, В. В. Хильчевский. – К.: Вища школа, 1995. – Т. 1. – 226 с. 5. Писаренко Г. Г. Прочность пьезокерамики / Г. Г. Писаренко. – Київ: Наук. думка, 1987. – 232 с.

УДК 534.1:539.3

## РОЗСПОВАННЯ ЕНЕРГІЇ У НАНОСТРУКТУРНИХ МАТЕРІАЛАХ

С.М. Ющенко, аспірант кафедри теоретичної і прикладної механіки

Наук. кер.: В.Г. Дубенець, д.т.н., професор кафедри теоретичної і прикладної механіки

Чернігівський національний технологічний університет

У процесі експлуатації конструкцій піддаються зовнішнім збуренням широкого діапазону впливу, що значно ускладнює проектування безрезонансних конструкцій. Елементи конструкцій під дією вібраційних та шумових навантажень дуже часто руйнуються на резонансних частотах коливань, і це призводить до невправних наслідків. Одним з варіантів ефективного вирішення проблеми підвищених вібрацій та шуму є