УДК 531

КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ЗАСОБАМИ СИМВОЛЬНОГО ПРОГРАМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ СИСТЕМИ MathCAD

О.Л. Деркач, ст. гр. ІМ-093
Науковий керівник: к. т. н., доцент кафедри теоретичної і прикладної механіки Грицюк В.Ю.
Чернігівський державний технологічний університет

У підручниках з теоретичної механіки [1] досить ретельно описуються різні методи кінематичного аналізу механічних систем. Існують навчальні посібники, яки ілюструють застосування цих методів при розв'язуванні задач [2]. Але переважна більшість цих методів (цікавих і корисних) зручні для ручних розрахунків і дуже незручні для розрахунків за допомогою комп'ютерів.

Нові можливості обчислювальної техніки дозволяють ефективно застосувати класичні методи теоретичної механіки, застосування яких гальмувалося їх трудомісткістю.

Проілюструємо це на одному із конкретних прикладів.

Умова задачі: для заданого положення механізму (рисунок 1,а) визначити швидкість і прискорення точки *B*, а також кутові швидкість і прискорення ланки *AB*; *OA=10 см, AB=60 см*.

Наведений приклад і метод розв'язання запозичені з [2]. У даній роботі представлена сучасна технологія реалізації задачі (рисунок 2).

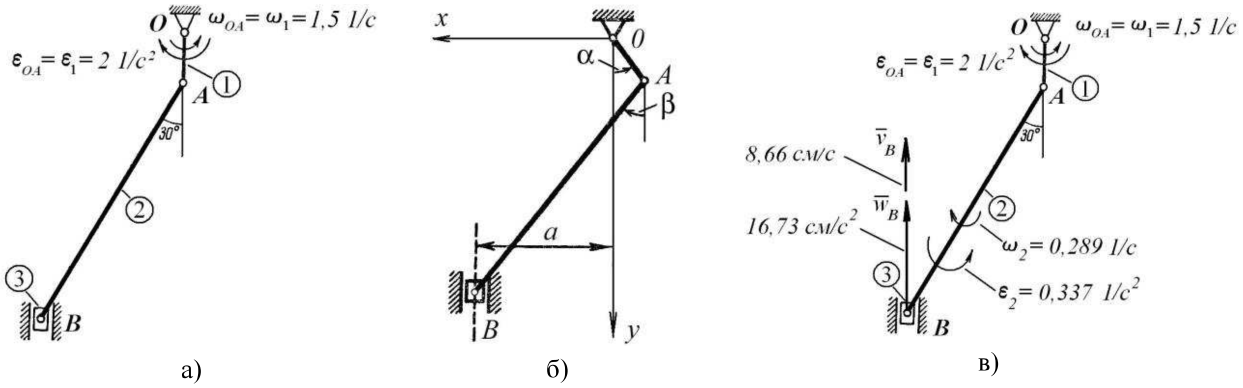

Рисунок 1 – Розрахункові схеми

Розв'яжемо задачу за допомогою загальних методів кінематики.

Загальність полягає у тому, що одержуємо закон руху точки або тіла, а потім, розв'язуючи пряму задачу кінематики, визначаємо інші потрібні кінематичні параметри. Такий шлях розв'язування задачі дозволяє одержати залежність цих параметрів від часу, тобто розглянути будь-яке положення механізму.

Покажемо механізм у довільному стані (рисунок 1,б). Проводимо координатні осі і записуємо закон руху точки *B* (рисунок 2,а).

Засобами символьного програмування визначаємо похідні (рисунок 2,б).

Враховуємо фізичний смисл похідних (рисунок 2,в)

$$\frac{d}{dt}x_B = v_{xB}, \quad \frac{d}{dt}y_B = v_{yB}, \quad \frac{d^2}{dt^2}x_B = w_{xB}, \quad \frac{d^2}{dt^2}y_B = w_{yB},$$
$$\frac{d}{dt}\alpha = \omega_1, \quad \frac{d}{dt}\beta = \omega_2, \quad \frac{d^2}{dt^2}\alpha = \varepsilon_1, \quad \frac{d^2}{dt^2}\beta = \varepsilon_2, \qquad (1)$$

де v_{xB} і v_{yB} – проекції швидкості точки *B* на координатні осі, w_{xB} і w_{yB} – проекції прискорення точки *B* на координатні осі, ω_1 і ω_2 – кутові швидкості тіл 1 і 2, ε_1 і ε_2 – кутові прискорення тіл 1 і 2.

Звичайно недоліком методів, зручних для програмування, є їх математизований, формалізований характер. У даному випадку зберігається можливість зберегти фізичний смисл задачі.

Для нашого конкретного випадку $\alpha = 0$ і $\beta = +\pi/6$. Враховуючи те, що проекції швидкості і прискорення точки *B* на вісь *y* дорівнюють нулю, для даного положення механізму визначаємо кутову швидкість ω_2 і кутове прискорення ε_2 тіла 2 (ланки *AB*) (рисунок 2,г).

Враховуючи правила знаків для кутів повороту, кутових швидкостей і кутових прискорень, ілюструємо ці одержані результати на рисунку 1,в.

Визначимо лінійну швидкість і лінійне прискорення точки *B* (рисунок 2,д) та ілюструємо результати на рисунку 1,в.

а) $x_B(t,OA,AB,\alpha,\beta) := -OA\cdot\sin(\alpha(t)) + AB\cdot\sin(\beta(t))$

$y_B(t,OA,AB,\alpha,\beta) := OA\cdot\cos(\alpha(t)) + AB\cdot\cos(\beta(t))$

б) $\frac{d}{dt}x_B(t,OA,AB,\alpha,\beta) \rightarrow -OA\cdot\cos(\alpha(t))\cdot\frac{d}{dt}\alpha(t) + AB\cdot\cos(\beta(t))\cdot\frac{d}{dt}\beta(t)$

$\frac{d}{dt}y_B(t,OA,AB,\alpha,\beta) \rightarrow -OA\cdot\sin(\alpha(t))\cdot\frac{d}{dt}\alpha(t) - AB\cdot\sin(\beta(t))\cdot\frac{d}{dt}\beta(t)$

$$\frac{d^2}{dt^2}x_B(t,OA,AB,\alpha,\beta) \rightarrow OA\cdot\sin(\alpha(t))\cdot\left(\frac{d}{dt}\alpha(t)\right)^2 - OA\cdot\cos(\alpha(t))\cdot\frac{d}{dt}\frac{d}{dt}\alpha(t) - AB\cdot\sin(\beta(t))\cdot\left(\frac{d}{dt}\beta(t)\right)^2 + AB\cdot\cos(\beta(t))\cdot\frac{d}{dt}\frac{d}{dt}\beta(t)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}y_B(t,OA,AB,\alpha,\beta) \rightarrow -OA\cdot\cos(\alpha(t))\cdot\left(\frac{d}{dt}\alpha(t)\right)^2 - OA\cdot\sin(\alpha(t))\cdot\frac{d}{dt}\frac{d}{dt}\alpha(t) - AB\cdot\cos(\beta(t))\cdot\left(\frac{d}{dt}\beta(t)\right)^2 - AB\cdot\sin(\beta(t))\cdot\frac{d}{dt}\frac{d}{dt}\beta(t)$$

в) $v_{xB}(OA,AB,\alpha,\beta,\omega_1,\omega_2) := -OA\cdot\cos(\alpha)\cdot\omega_1 + AB\cdot\cos(\beta)\cdot\omega_2$

$v_{yB}(OA,AB,\alpha,\beta,\omega_1,\omega_2) := -OA\cdot\sin(\alpha)\cdot\omega_1 - AB\cdot\sin(\beta)\cdot\omega_2$

$w_{xB}(OA,AB,\alpha,\beta,\omega_1,\omega_2,\varepsilon_1,\varepsilon_2) := OA\cdot\sin(\alpha)\cdot\omega_1^2 - OA\cdot\cos(\alpha)\cdot\varepsilon_1 - AB\cdot\sin(\beta)\cdot\omega_2^2 + AB\cdot\cos(\beta)\cdot\varepsilon_2$

$w_{yB}(OA,AB,\alpha,\beta,\omega_1,\omega_2,\varepsilon_1,\varepsilon_2) := -OA\cdot\cos(\alpha)\cdot\omega_1^2 - OA\cdot\sin(\alpha)\cdot\varepsilon_1 - AB\cdot\cos(\beta)\cdot\omega_2^2 - AB\cdot\sin(\beta)\cdot\varepsilon_2$

г) $\omega_2 := 1$ $\qquad \omega_2 := \mathrm{root}\left(v_{xB}\left(10,60,0,\frac{\pi}{6},1.5,\omega_2\right),\omega_2\right)$ $\qquad \omega_2 = 0.289$ 1/с

$\varepsilon_2 := 1$ $\qquad \varepsilon_2 := \mathrm{root}\left(w_{xB}\left(10,60,0,\frac{\pi}{6},1.5,\omega_2,-2,\varepsilon_2\right),\varepsilon_2\right)$ $\qquad \varepsilon_2 = -0.337$ 1/с/с

д) $v_{yB}\left(10,60,0,\frac{\pi}{6},1.5,\omega_2\right) = -8.66$ см/ с

$w_{yB}\left(10,60,0,\frac{\pi}{6},1.5,\omega_2,-2,\varepsilon_2\right) = -16.726$ см/с/с

Рисунок 2 – Програма (поділена на фрагменти) реалізації задачі засобами системи MathCAD

Це лише один із прикладів розв’язання поставленої проблеми реалізації задач кінематики механічних систем сучасними обчислювальними засобами.

Література

1. Павловський М. А. Теоретична механіка. К.: Техніка, 2002. – 510 с.
2. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / А. А. Яблонский и др., Под ред. А. А. Яблонского. – М.: Высш. шк., 1985. –367 с.