

МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНА СЕКЦІЯ

Підсекція механіки

УДК 534.1:539.3

АКТИВНЕ ДЕПМФІРУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ КОЛИВАНЬ БАЛКИ З ЕЛЕКТРОВ'ЯЗКОПРУЖНИМИ НАКЛАДКАМИ

О.Л. Деркач, аспірант

Наук. кер.: В.Г. Дубенець, д-р техн. наук, проф., зав. кафедри теоретичної і прикладної механіки, О.В. Савченко, канд. техн. наук, доцент кафедри теоретичної і прикладної механіки

Чернігівський національний технологічний університет

В роботі [1] досліджено пасивне демпфірування нестационарних коливань балки з п'єзоелектричними накладками та підключеними RL-шунтами. Застосування пасивних п'єзоелектричних накладок дозволяє зменшити реакцію конструкції на дію нестационарних навантажень.

Активні методи більш складні у реалізації, порівняно з пасивними, але їх застосування дає змогу демпфірувати коливання конструкції для більш широкого спектру частот. Існує багато методів активного гасіння коливань. До найбільш простих для реалізації можна віднести метод керування зарядом на актуаторі та введення негативного зворотного зв'язку між сенсором і актуатором. Ефективність реалізації даних методів залежить від точності та стійкості керуючих пристроїв.

У роботах [2, 3] показано, що для аналізу нестационарних коливань неідеально-пружних конструкцій можна ефективно використати частотний метод скінченних елементів ЧМСЕ (FFEM), при якому синтез конструкції і аналіз коливань проводиться у просторі інтегральних перетворень Фур'є. Перевагами використання цього методу є можливість врахування залежностей лінійної теорії спадкових середовищ, зокрема коректного введення частотно-залежних комплексних модулів, а також можливість аналізу нестационарних коливань із заданими початковими умовами. При переході до частотного простору також суттєво полегшується синтез конструкцій з п'єзоматеріалів. Рівняння динаміки, одержані з використанням варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського, після інтегрального перетворення Фур'є матимуть вигляд рівнянь лінійної теорії пружності з комплексними модулями:

$$(i\omega)^2 \mathbf{M}\tilde{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{K}}_u \tilde{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{K}}_{u\varphi}^s \tilde{\varphi}_s + \tilde{\mathbf{K}}_{u\varphi}^a \tilde{\varphi}_a = \tilde{\mathbf{F}}(i\omega) + \mathbf{f},$$
$$\tilde{\mathbf{K}}_{u\varphi}^{sT} \tilde{\mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{K}}_{\varphi}^s \tilde{\varphi}_s = \tilde{\mathbf{Q}}_s(i\omega), \quad \tilde{\mathbf{K}}_{u\varphi}^{aT} \tilde{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{K}}_{\varphi}^a \tilde{\varphi}_a = \tilde{\mathbf{Q}}_a(i\omega), \quad (1)$$

де \mathbf{M} – матриці мас, $\tilde{\mathbf{K}}_{\varphi}^{s(a)}$ – зображення матриці електричної «жорсткості» сенсора (актуатора), а також матриці, що відповідають прямому

$\tilde{\mathbf{K}}_{u\varphi}^{s(a)}$ та зворотному $\tilde{\mathbf{K}}_{\varphi u}^{s(a)} = \tilde{\mathbf{K}}_{u\varphi}^{s(a)T}$ п'єзоелектричному ефекту; $\tilde{\mathbf{F}}(x, y)$ – зображення Фур'є зовнішнього механічного навантаження; $\tilde{\mathbf{Q}}_{s(a)}(x, y)$ – зображення вектора вузлових зарядів; $\tilde{\mathbf{u}}, \tilde{\varphi}_{s(a)}$ – відповідно зображення механічних переміщень і потенціалів сенсора (актуатора) у просторі перетворень Фур'є; $\mathbf{f} = i\omega\mathbf{M}\dot{\mathbf{u}}(0) + \mathbf{M}\mathbf{u}(0)$, $\dot{\mathbf{u}}(0)$, $\mathbf{u}(0)$ – відповідно початкові швидкості і переміщення вузлових точок; $i = \sqrt{-1}$.

Сенсор і актуатор мають протилежні напрямки поляризації. Введемо зворотній зв'язок за алгоритмом:

$$\varphi_a = -G\dot{\varphi}_s, \quad (2)$$

де G – коефіцієнт зворотного зв'язку або так званий параметр керування.

У частотному просторі рівняння (2) має вигляд:

$$\tilde{\varphi}_a = -i\omega G\tilde{\varphi}_s. \quad (3)$$

Різницю потенціалів, яку необхідно надати на електроди актуатора, визначаємо із системи (2):

$$\tilde{\varphi}_a = -i\omega G \left(\tilde{\mathbf{Q}}_s(i\omega) + \tilde{\mathbf{K}}_{\varphi}^s \right)^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{u\varphi}^{sT} \tilde{\mathbf{u}}. \quad (4)$$

Отримаємо рівняння відносно зображень механічних переміщень:

$$\tilde{\mathbf{Z}}(i\omega)\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{F}}(i\omega), \quad (5)$$

де $\tilde{\mathbf{Z}}(i\omega)$ – матриця динамічної жорсткості

$$\tilde{\mathbf{Z}}(i\omega) = (i\omega)^2 \mathbf{M} + \tilde{\mathbf{K}}_u + \tilde{\mathbf{K}}_{u\varphi}^s \left(\tilde{\mathbf{Q}}_s(i\omega) + \tilde{\mathbf{K}}_{\varphi}^s \right)^{-1} \tilde{\mathbf{K}}_{u\varphi}^{sT} - i\omega \tilde{\mathbf{K}}_{u\varphi}^a G \tilde{\mathbf{K}}_{\varphi}^{s-1} \tilde{\mathbf{K}}_{u\varphi}^{sT}. \quad (6)$$

Розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь (2) відносно переміщень у частотному просторі має вигляд:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{Z}}(i\omega)^{-1} \tilde{\mathbf{F}}(i\omega). \quad (7)$$

Перехід у часовий простір відбувається за алгоритмом швидкого перетворення Фур'є (FFT):

$$\mathbf{u} = \text{FFT}^{-1} \left(\tilde{\mathbf{Z}}(i\omega)^{-1} \tilde{\mathbf{F}} \right). \quad (8)$$

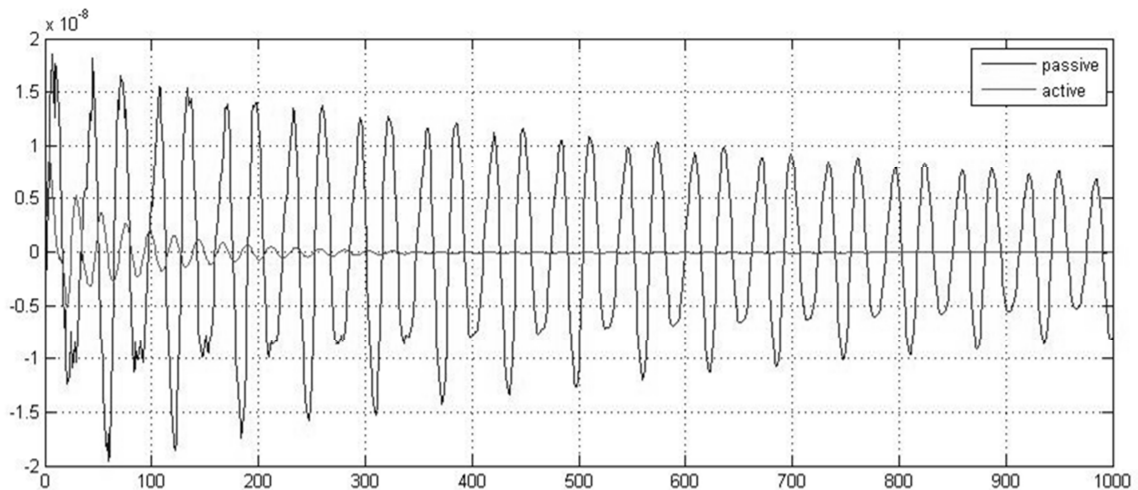
Аналіз розсіяння енергії коливань у конструкції проводимо згідно з методикою, яка викладена у монографії [3].

Розглянемо задачу оптимізації для випадку активного демпфірування нестационарних коливань. Ця задача оптимізації полягає у визначенні параметра проекту за критерієм максимального демпфірування з урахуванням обмеження на характеристики пристроїв керування. Задачу оп-

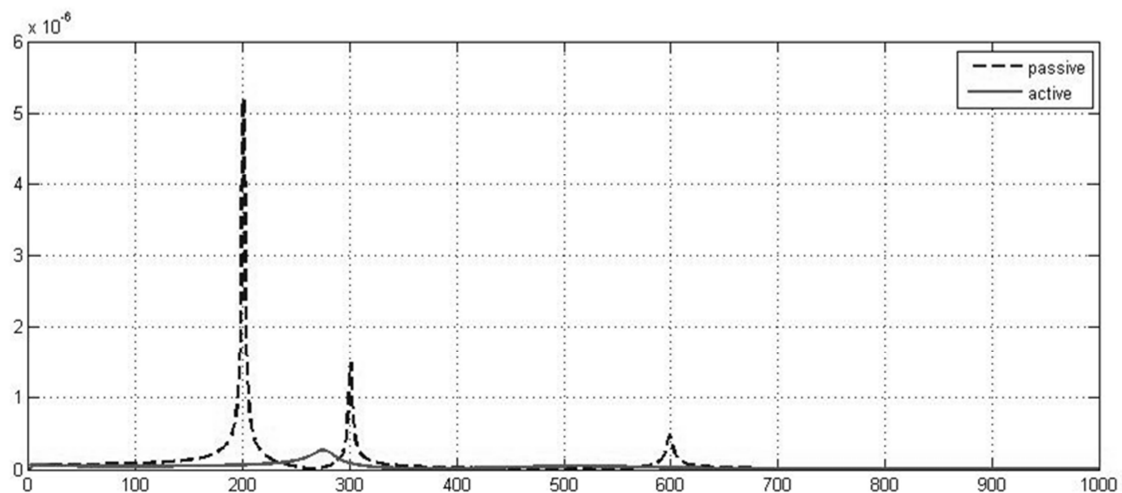
тимізації сформулюємо у вигляді узагальненої задачі нелінійного програмування [3] з явними обмеженнями:

$$\max \Delta(G, u), \quad G_{\min} \leq G \leq G_{\max}. \quad (9)$$

Оптимальне значення цільової функції було знайдено за 14 ітерацій за допомогою програми `fmincon` математичного пакета Matlab. Реакцію стержня на дію ударного навантаження і амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) для оптимального значення коефіцієнта G_{opt} показано на рис. 1.



a)



б)

Рис. 1. Реакція стержня на ударне навантаження (а) і АЧХ (б) для G_{opt}

За результатами розрахунків нестационарних коливань п'єзоелектричної балки з активними електров'язкопружними елементами можемо зробити висновок, що при використанні сенсорів і актуаторів, які працюють у протифазі, можна досягти значного зменшення амплітуди коливань даного типу конструкції. Скінченно-елементний аналіз

у просторі перетворень Фур'є може використовуватися для розрахунків активних п'єзоелектричних конструкцій і композитів на їх основі при ударному навантаженні.

Список використаних джерел: 1. *Dubenets V. G.* Nonstationary vibrations of a beam with electro-viscoelastic dissipative patches / V. G. Dubenets, O. V. Savchenko, O. L. Derkach // *Visnyk of Chernihiv National Technological University*. – Chernihiv : Chernihiv State Technological University. – 2013. – № 3(67). – P. 53-61. 2. *Дубенец В. Г.* Колебания демпфированных композитных конструкций / В. Г. Дубенец, В. В. Хильчевский. – К. : Вища школа, 1995. – Т. 1. – 226 с. 3. *Савченко Е. В.* Пассивное демпфирование колебаний композитных конструкций : монография / Е. В. Савченко. – Нежин : Аспект-Поліграф, 2006. – 232 с.

УДК 534.1:539.3

НОВІ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ МАТЕРІАЛИ: НАПРЯМКИ ЇХ ВИКОРИСТАННЯ У КОНСТРУКЦІЯХ, ЩО ПРАЦЮЮТЬ В УМОВАХ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ

С.М. Ющенко, аспірант

Наук. кер.: **В.Г. Дубенець**, д-р техн. наук, проф., зав. кафедри теоретичної і прикладної механіки

Чернігівський національний технологічний університет

Смарт-матеріалами (від англ. Smart-materials) або «інтелектуальними», «розумними» матеріалами називають широкий клас матеріалів, що мають здатність цілеспрямовано змінювати свої фізичні та фізико-хімічні властивості залежно від зміни зовнішніх умов. Під зміною зовнішніх умов мається на увазі зміна природних умов, умов експлуатації, або, наприклад, переміщення конструкції у просторі [1]. Смарт-матеріали все більше приходять на зміну звичайним конструкційним матеріалам і застосовуються у багатьох галузях науки і техніки оскільки мають переваги порівняно з традиційними матеріалами, зокрема: більша ефективність, вища працездатність, більш широкий діапазон робочих умов. Особливістю усіх смарт-матеріалів є здатність перетворювати один вид енергії в інший, причому, важливим фактором для їх практичного застосування є можливість керування таким перетворенням. До смарт-матеріалів відносять п'єзоелектричні, електрострикційні, магніострикційні матеріали, реологічні рідини, сплави з пам'яттю форми та інші.

Серед широкого різноманіття видів смарт-матеріалів найбільш розповсюдженими є п'єзоелектричні матеріали, які здатні поляризуватися під дією зовнішньої деформації та (або) деформуватися при прикладенні зовнішнього електричного поля. Таким чином, п'єзоматеріали перетворюють механічну енергію в електричну і навпаки. Значна увага до п'єзоматеріалів обумовлена рядом суттєвих переваг, зокрема висока