УДК 539.319:621.643

Хомяк Ю.М., канд. техн. наук, доцент
Одеський національний морський університет, jomiak38@gmail.com
Ярова І.А., канд. техн. наук, доцент
Жеглова В.М., канд. техн. наук, доцент
Національний університет «Одеська політехніка», yarova@op.edu.ua

ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗПОДІЛУ НАПРУЖЕНЬ В ПЛОСКИХ КРИШКАХ ПОСУДИН ВИСОКОГО ТИСКУ

Аналіз міцності посудин високого тиску свідчить, що їх напружено-деформований стан є суттєво неоднорідним. Максимальні напруження спостерігаються в крайових зонах, де циліндрична форма обичайки істотно змінюється. Якщо крайові елементи – днище і корпус – проектуються найпростішими, плоскими, то для забезпечення міцності доводиться призначати їх товщину у рази більшою, ніж у циліндричній частині посудини. В роботі виконуються порівняльні розрахунки плоскої кришки постійної і змінної товщини, за результатами яких визначається допустима товщина і можливість мінімізації маси.

Розрахунок кришки постійної товщини виконується за диференціальним рівнянням вигину круглих пластин (рівняння С. Жермен) у полярній системі координат r, φ :

$$\nabla^2\nabla^2 w(r,\varphi) = \frac{q(r,\varphi)}{D}, \tag{1}$$

де w – прогин кришки, q – поперечне навантаження (тиск у посудині), ∇^2 – оператор Лапласа, D – циліндрична жорсткість, h_0 – товщина кришки, E та μ – модуль пружності і коефіцієнт Пуассона матеріалу кришки.

Тиск, що діє в посудині, $q(r, \varphi) = q_0 = \text{const}$, навантажує кришку рівномірно (рис. 1, *а*), однак її деформація не є вісесиметричною, оскільки кріплення кришки до фланця посудини виконується шпильками дискретно, отже прогин w залежить від обох змінних r φ.

В такому разі розв'язок рівняння (1) для закріплення m шпильками має вигляд

$$w(r,\varphi) = \frac{1}{D}\left[w_0(r) + w_m(r)\cos m\varphi\right], \tag{2}$$

$$\begin{aligned} w_0(r) &= A_1 + A_2 r^2 + A_3 \ln r + A_4 r^2 \ln r + \frac{q_0 r^4}{64D} \\ w_m(r) &= C_1 r^m + C_2 r^{m+2} + C_3 r^{-m} + C_4 r^{m-2} + w_m^*(r) \end{aligned} \quad . \tag{3}$$

При великій кількості шпильок маємо $w_m(r) << w_0(r)$, тобто поверхня зігнутої кришки буде практично вісесимметричною і величиною $w_m(r)$ можна знехтувати. Функція $w_0(r)$ і її похідні мають бути обмеженими при $r = 0$, і ці умови виконуються, якщо $A_3 = 0$ та $A_4 = 0$. Константи A_1 і A_2 визначаються з умов на зовнішньому краю кришки.

Для функції $w_0(r)$ визначається згинальний момент M_r, який отримує найбільше значення, $M_{\max}$, при $r = 0$ (в центрі кришки). Далі визначаються відповідне напруження σ_{max} і товщина кришки h_0. Висновок: у плоскої кришки максимальне напруження виникає в центрі і зменшується в радіальному напрямку, тобто її матеріал використовується нераціонально.

Для зменшення напружень σ_{max} в центрі кришки пропонується частину її матеріалу перемістити у центральну область, зробивши товщину змінною (рис. 1, *б*). Такі конструкції для круглих пластин та днищ резервуарів розглянуті в роботах [1 – 3].

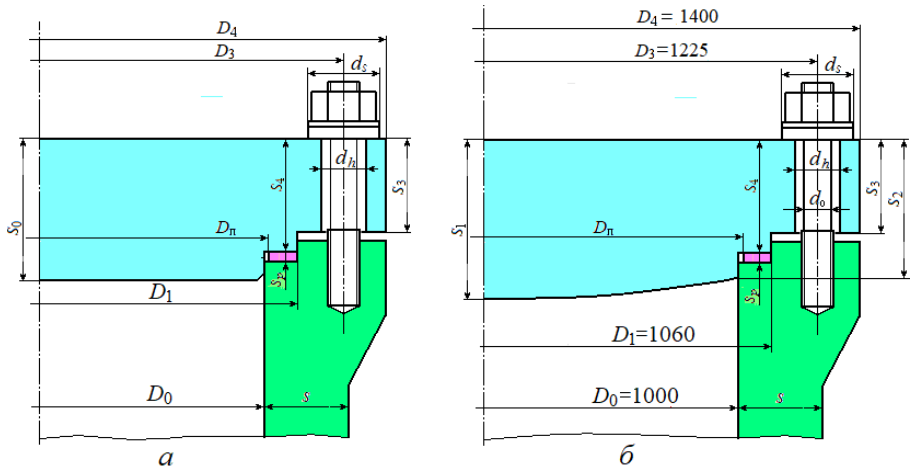

Рис. 1 – Конструкції кришки: а – постійної товщини; б – змінної товщини

Змінна товщина кришки описується експоненціальною залежністю (рис 1, *б*):

$$h(r) = s_1 \exp\left(-\frac{nr^2}{6R_0^2}\right) = s_1 \exp\left(-\frac{nx^2}{6}\right) \tag{4}$$

де $s_1 > s_0$ – товщина в центрі, збільшена за рахунок перенесення матеріалу з периферійної області, x – безрозмірна радіальна координата.

Параметр n визначає характер зміни товщини у радіальному напрямку. Якщо $n > 0$ – товщина зменшується, якщо $n < 0$ – товщина збільшується. У випадку, коли потрібно зменшити напруження в центральній зоні кришки, має призначатись $n > 0$.

Рівняння вигину круглих пластин змінної товщини у полярній системі координат:

$$\frac{d^2\chi}{dx^2} + \left(\frac{1}{x} - nx\right)\frac{d\chi}{dx} - \left(\frac{1}{x^2} + \mu n\right)\chi = -px\exp\left(\frac{nx^2}{2}\right), \tag{5}$$

де $\chi = -\frac{1}{R_0}\frac{dw}{dx}$ – кут повороту; $p = 6(1-\mu^2)\frac{q_0 R_0^3}{Es_1^3}$ – безрозмірна характеристика, яка враховує матеріал, розміри та навантаження.

Рішення рівняння (5) побудовані з використанням конфлюентних гіпергеометричних функцій (в [1] це функція Куммера, в [2] – функція Уіттекера).

Визначено, що для тиску q_0 = 10 МПа і діаметра D_0 = 1000 мм товщина плоскої кришки має бути s_0 = 120 мм. При збереженні для кришки зі змінною товщиною (4) об'єму матеріалу середньої частини плоскої кришки $V = 0{,}25\pi s_0 D_0^2$ і зменшенні товщини при r = 1000 мм від 120 мм до 100 мм визначено параметр n = 2,125 і товщину s_1 = 142,5 мм. Напруження в центрі такої кришки зменшуються на 40 % порівняно з плоскою.

Список посилань

1. Yu. Khomyak, Ie. Naumenko, V. Zheglova, V. Popov. Minimizing the mass of a flat bottom of cylindrical apparatus / Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Engineering technological systems, 2018, 2/1 (92). – P. 42-50.

2. Хомяк Ю.М., Ярова І.А. Розрахунок вигину пластини змінної товщини із застосуванням функцій Уіттекера / Різання та інструмент в технологічних системах, 2019, Вип.90. – Р. 122-124.

3. Noori A.R., Temel B. A powerful numerical approach for the axisymmetric bending response of shear deformable two-directional functionally graded (2D-FG) plates with variable thickness / Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 2021; 235(22). – P. 6370-6387.