

Міністерство освіти і науки України
Чернігівський національний технологічний університет

Динаміка верстатів

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
за спеціальністю 133 Галузеве машинобудування

ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні кафедри

автомобільного транспорту та

галузевого машинобудування

Протокол № 9 від 15.04.2025 р.

Чернігів 2025

Динаміка верстатів. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти за спеціальністю 133 Галузеве машинобудування / Укл.: Кологойда А.В., Пасов Г.В., Мурашківська В.П. – Чернігів: НУ “Чернігівська політехніка”, 2025. – 45 с.

Укладач:

Кологойда Антоніна Вікторівна,
кандидат технічних наук, доцент
Пасов Геннадій Володимирович
кандидат технічних наук, доцент
Мурашківська Віра Петрівна
старший викладач

Відповідальний за випуск:

Кологойда Антоніна Вікторівна,
кандидат технічних наук, доцент
кафедри автомобільний транспорт
та галузеве машинобудування

Рецензент:

Венжега Володимир Іванович
кандидат технічних наук, доцент
кафедри автомобільний транспорт
та галузеве машинобудування

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1 Визначення характеристик динамічної системи верстата.....	6
1.1 Мета заняття	6
1.2 Короткі теоретичні відомості.....	6
1.3 Послідовність розрахунку	9
1.4 Приклад виконання розрахунку.....	11
1.5 Завдання до лабораторного заняття	15
1.6 Контрольні запитання	15
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2 Визначення динамічних характеристик шпиндельного вузла токарного верстата.....	16
2.1 Мета заняття	16
2.2 Короткі теоретичні відомості.....	16
2.3 Послідовність розрахунку	18
2.4 Приклад виконання розрахунку.....	20
2.5 Завдання до лабораторного заняття	23
2.6 Контрольні запитання	23
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3 Визначення динамічних характеристик одномасової коливальної системи	24
3.1 Мета заняття	24
3.2 Приклад виконання розрахунку.....	24
3.3 Завдання до лабораторного заняття	28
3.4 Контрольні запитання	28
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4 Побудова частотних характеристик одномасової коливальної системи та їх дослідження.....	29
4.1 Мета заняття	29
4.2 Короткі теоретичні відомості.....	29
4.3 Приклад виконання розрахунку.....	30
4.4 Завдання до лабораторного заняття	33

4.5 Контрольні запитання	33
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5 Визначення усталеності технологічної обробної системи (ТОС) з одним ступенем вільності з врахуванням нелінійної характеристики сили різання	34
5.1 Мета заняття	34
5.2 Короткі теоретичні відомості.....	34
5.3 Послідовність розрахунку	36
5.4 Приклад виконання розрахунку.....	37
5.5 Завдання до лабораторного заняття	39
5.6 Контрольні запитання.....	39
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	41
ДОДАТОК А Умови завдання до лабораторного заняття №1	42
ДОДАТОК Б Умови завдання до лабораторного заняття №2 (3,4)	43
ДОДАТОК В Умови завдання до лабораторного заняття №5.....	45

ВСТУП

Методичні вказівки до лабораторних занять з курсу «Динаміка верстатів» призначені для здобувачів вищої освіти технічних спеціальностей вищих навчальних закладів, які навчаються за спеціальністю «Галузеве машинобудування».

Дисципліна «Динаміка верстатів» належить до циклу професійної підготовки, вона базується на попередніх знаннях з фундаментальних та професійно-орієнтованих дисциплін, зокрема таких, як «Опір матеріалів», «Теоретична механіка», «Вища математика», «Фізика», тощо.

Дисципліна ставить своїми задачами придбання студентами спеціальних знань з загальних принципів динаміки металорізальних верстатів та систем.

У результаті вивчення дисципліни студент оволодіє наступними загальними та фаховими компетенціями:

- працювати в команді та брати на себе відповідальність за певні завдання;
- здійснювати пошук, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;
- експериментальні навички. Здатність виконувати експерименти незалежно, а також описувати, аналізувати та критично оцінювати експериментальні дані.
- використовувати комп'ютерні технології. Здатність використовувати при дослідженнях CAD/CAE/CAM, CALS системи.
- генерувати нові ідеї (креативність). Здатність на основі аналізу вдосконалювати існуюче та створювати нове.
- абстрактно та аналітично мислити й генерувати ідеї. Здатність до абстрактного, логічного та критичного мислення, до творчого мислення і генерування нових ідей, до аналізу і синтезу.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

Визначення характеристик динамічної системи верстата

1.1 Мета заняття

Ознайомитись з основними поняттями динаміки верстатів. Провести розрахунок і визначити основні характеристики динамічної системи верстата.

1.2 Короткі теоретичні відомості

1.2.1 *Визначення величини збільшення амплітуди коливань дослідної системи при втраті усталеності відносно статичного зміщення для заданих умов.*

Статичне зміщення різця під час різання визначається за формулою:

$$y_{\text{стат}} = F_y \cdot e_{\Sigma}, \quad (1.1)$$

де F_y – сила різання: $F_y = B \cdot t^{0,9}$; e_{Σ} – податливість складної системи (пружної системи верстата): $e_{\Sigma} = \sum e_i$; e_i – податливості складових частин.

Податливість підсистеми заготовки (шпиндельна бабка, шпиндель, патрон і заготовка), як і підсистеми інструмента (супорт, різцетримач, без різця) у першому наближенні можна визначити з частоти власних коливань підсистеми.

Для верстата 16К20 експериментально визначені параметри становлять:

для підсистеми заготівки: $f_0 = 212 \text{ Гц}$ ($m_{\text{прив}} = 24 \text{ кг}$),

підсистеми інструмента: $f_0 = 338 \text{ Гц}$ ($m_{\text{прив}} = 47 \text{ кг}$).

Причому: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{e \cdot m}} = 2 \cdot \pi \cdot f_0$.

Тоді

$$e = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_0^2 \cdot m}. \quad (1.1^*)$$

Податливість консолі різця постійного перерізу з вильотом різця L_k визначається за формулою:

$$e = \frac{L_k^3}{3 \cdot E_k \cdot I_k}, \quad (1.2)$$

де $E_k \cdot I_k$ – жорсткість консолі на згин; $I_k = \frac{b \cdot h^3}{12}$, де b, h – ширина та висота перерізу державки різця відповідно.

Перехідний процес, що виникає після миттєвого впливу на коливальну систему з відносно невеликим демпфуванням сили F – коливальний і графік його представляє собою затухаючу синусоїду, пікові значення якої зменшуються за законом експоненти.

Величина $\lambda = 2 \cdot \pi \cdot \xi$ – логарифмічний декремент затухання коливань – це фізична величина, зворотна числу коливань, після закінчення яких амплітуда A зменшується в e раз – характеризує ступінь згасання, де $\xi = \frac{h}{h_{\text{крит}}}$ – відносний коефіцієнт демпфування.

Таблиця 1.1 – Експериментальні значення логарифмічного декременту затухання

Вузол верстата (деталь)	λ
Корпус редуктора на амортизаторах	0,006
Корпус редуктора з зубчастою передачею	0,015
Редуктор на амортизаторах у зборі з турбіною	0,2
Система шпindelь-опори розточних верстатів	0,15-0,35
Токарний верстат	0,23

Внаслідок динамічних процесів, що відбуваються при роботі механізмів верстатів, деформація пружних елементів, що викликається динамічним навантаженням, відрізняється від деформації, яка виникла б у разі прикладання статичного навантаження тієї ж величини. Це відношення $\frac{y_{\text{дин}}}{y_{\text{стат}}}$ називають коефіцієнтом динамічності.

Для одномасової пружної системи відношення амплітуди y_0 сталих вимушених коливань до переміщення $y_{\text{стат}}$, викликаного статичним додатком сили F_0 тієї ж величини, є коефіцієнт динамічності системи

$$K_{дин} = \frac{y_{дин}}{y_{стат}} = \frac{A(\omega)}{K_{нс}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}}.$$

Під час резонансу

$$K_{дин} = \frac{1}{2 \cdot \xi} = \frac{\pi}{\lambda}. \quad (1.3)$$

1.1.2 Наближене визначення жорсткості пружної системи верстата для заданих умов

Податливість складної системи (пружної системи верстата) з послідовно з'єднаними елементами визначається за формулою

$$e_{\Sigma} = \Sigma e_i, \quad (1.4)$$

де e_i – податливості складових частин (підсистеми заготовки: шпиндельна бабка, шпиндель, патрон; підсистеми інструмента: супорт, різцетримач; заготовки, різця та корпусних деталей: шпиндельної бабки і станини). Жорсткість державки різця при поздовжньому стисканні та корпусних деталей верстата значно вища, ніж заготовки, підсистем заготовки та інструмента (тому можна вважати у першому наближенні, що їх жорсткість $c \rightarrow \infty$, $e \rightarrow 0$).

Тоді сумарна податливість верстата

$$e_{\Sigma} = e_{n\ заг} + e_{n\ ін},$$

сумарна податливість верстата з заготовкою

$$e'_{\Sigma} = e_{n\ заг} + e_{n\ ін} + e_{заг},$$

сумарна податливість верстата з заготівкою та різцем

$$e''_{\Sigma} = e_{n\ заг} + e_{n\ ін} + e_{заг} + e_p.$$

Податливість заготівки для двох випадків її різної довжини визначається за формулою

$$e = \frac{L^3}{3 \cdot E \cdot I}, \quad (1.5)$$

де $I_{заг} = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$, – момент інерції перерізу круглої заготовки; $I_k = \frac{b \cdot h^3}{12}$ –

момент інерції перерізу державки різця, де b, h – ширина та висота перерізу відповідно.

Податливість державки різця при стисканні:

$$e_p = \frac{L}{E \cdot S}, \quad (1.6)$$

де S – площа перерізу державки різця: $S = b \cdot h$.

1.3 Послідовність розрахунку

1.3.1. Визначення величини збільшення амплітуди коливань дослідної системи при втраті усталеності відносно статичного зміщення для заданих умов.

1.3.1.1 Визначити наближено величину збільшення статичного зміщення інструмента для двох випадків з використанням формул (1.1) та (1.2):

Випадок I	Випадок II
Зміна вильоту різця (інші умови – const)	Зміна глибини різання (інші умови – const)
$\varepsilon_{стат} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{e_{\Sigma 2}}{e_{\Sigma 1}}$	$\varepsilon_{стат} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{F_{y2}}{F_{y1}}$

1.3.1.2 Вважаючи, що при гарантованій стійкості процесу обробки (дослід 1) максимальне відхилення різця дорівнює статичному відхиленню $y_{стат}$, а при різанні з вібраціями (втраті стійкості) максимальне відхилення різця дорівнює динамічному відхиленню $y_{дин}$ на заданій частоті (дослід 2), розрахувати коефіцієнт динамічності за формулами (1.2) та (1.3). Значення λ прийняти з табл. 1 (додаток А, ст. 42).

1.3.1.3 Визначити максимальний коефіцієнт зростання величини зміщень інструмента і деталі: при переході від обробки з гарантованою стійкістю (дослід 1) до різання з гарантованими вібраціями, на заданій частоті (дослід 2): $K_{зрос} = \varepsilon \cdot K_{дин}$.

1.3.1.4 Заповнити таблицю результатів розрахунку:

1.4 Приклад виконання розрахунку

1.4.1 Визначення величини збільшення амплітуди коливань дослідної системи при втраті усталеності відносно статичного зміщення для заданих умов.

1.4.1.1 Визначаємо наближено величину збільшення статичного зміщення інструмента для двох випадків з використанням формул (1.1) та (1.2):

Для підсистеми заготовки: $f_0 = 200 \text{ Гц}$ ($m_{\text{прив}} = 20 \text{ кг}$), підсистеми інструмента: $f_0 = 400 \text{ Гц}$ ($m_{\text{прив}} = 70 \text{ кг}$)

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{e \cdot m}} = 2 \cdot \pi \cdot f_0, \text{ тоді } e = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_0^2 \cdot m}$$

$$e_{\text{заг}} = \frac{1}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 200^2 \cdot 20} = 3,17 \cdot 10^{-5} \frac{\text{мм}}{\text{Н}}$$

$$e_{\text{ін}} = \frac{1}{4 \cdot 3,14^2 \cdot 400^2 \cdot 70} = 2,26 \cdot 10^{-6} \frac{\text{мм}}{\text{Н}}$$

Розрахунок проводимо для двох випадків:

I. Зміна вильоту різця(інші умови – const). Мінімальний виліт різця 80 мм, максимальний 160 мм.

II. Зміна глибини різання (інші умови – const). Мінімальна глибина різання 0,5 мм, максимальна 4 мм.

Податливість консолі різця постійного перерізу (20×25 мм) з вильотом різця L_k

$$e = \frac{L_k^3}{3 \cdot E_k \cdot I_k},$$

$$\text{де } E_k = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}; I_k = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{20 \cdot 25^3}{12} = 26 \cdot 10^3 \text{ мм}^4.$$

Тоді для I-го випадку

$$e_{p \text{ min}} = \frac{L_{k \text{ min}}^3}{3 \cdot E_k \cdot I_k} = \frac{80^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 26 \cdot 10^3} = 3,28 \cdot 10^{-5} \frac{\text{мм}}{\text{Н}},$$

$$e_{p \max} = \frac{L_{k \max}^3}{3 \cdot E_k \cdot I_k} = \frac{160^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 26 \cdot 10^3} = 2,62 \cdot 10^{-4} \frac{\text{мм}}{\text{Н}},$$

$$\varepsilon_{\text{стат}} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{e_{\Sigma 2}}{e_{\Sigma 1}} = \frac{e_{\text{заг}} + e_{\text{ін}} + e_{p \max}}{e_{\text{заг}} + e_{\text{ін}} + e_{p \min}} =$$

$$= \frac{3,17 \cdot 10^{-5} + 2,26 \cdot 10^{-6} + 2,62 \cdot 10^{-4}}{3,17 \cdot 10^{-5} + 2,26 \cdot 10^{-6} + 3,28 \cdot 10^{-5}} = 4,43.$$

Для II-го випадку

$$F_y = B \cdot t^{0,9},$$

$$\varepsilon_{\text{стат}} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{F_{y2}}{F_{y1}} = \frac{4^{0,9}}{0,5^{0,9}} = 6,5.$$

1.4.1.2 Вважаючи, що при гарантованій стійкості процесу обробки (дослід 1) максимальне відхилення різця дорівнює статичному відхиленню $y_{\text{стат}}$, а при різанні з вібраціями (втраті стійкості) максимальне відхилення різця дорівнює динамічному відхиленню $y_{\text{дин}}$ на заданій частоті (дослід 2), розраховуємо коефіцієнт динамічності за формулами (1.2) та (1.3). Значення λ приймаємо за табл. 1 (додаток А, ст. 42): $\lambda = 0,02$, $\xi = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi} = 0,003$.

$$K_{\text{дин рез}} = \frac{1}{2 \cdot \xi} = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{3,14}{0,02} = 157,$$

$$K_{\text{дин } f=100} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{1}{4}\right)^2 + 4 \cdot 0,003^2 \cdot \frac{1}{4}}} = 1,33.$$

1.4.1.3 Визначаємо максимальний коефіцієнт зростання величини зміщень інструмента і деталі: при переході від обробки з гарантованою стійкістю (дослід 1) до різання з гарантованими вібраціями, на заданій частоті (дослід 2):

$$K_{\text{зрос}} = \varepsilon \cdot K_{\text{дин}},$$

$$K_{\text{зрос I}} = 4,43 \cdot 1,33 = 5,89; K_{\text{зрос II}} = 6,5 \cdot 1,33 = 8,65.$$

1.4.1.4 Заповнюємо таблицю результатів розрахунку:

Вхідні параметри: $D_{заг} = 40 \text{ мм}$, $n_{шпинд} = 400 \text{ об/хв}$, $V_{різ} = 50 \text{ м/хв}$,
переріз державки різця $20 \times 25 \text{ мм}$. Підсистема заготовки: $f_0 = 200 \text{ Гц}$
($m_{прив} = 20 \text{ кг}$), інструмента: $f_0 = 400 \text{ Гц}$ ($m_{прив} = 70 \text{ кг}$)

Зміна L_k	L_k , мм	t , мм	S , мм/об	e_p , мм/Н	$e_{сис з}$	$e_{сис i}$	$\varepsilon_{стат}$	ξ	λ	$K_{дин рез}$	$K_{дин f}$	$K_{зрос}$
Дослід 1	80	1	0,5	$3,28 \cdot 10^{-5}$	$3,17 \cdot 10^{-5}$	$2,26 \cdot 10^{-6}$	4,43	0,0032	0,02	157	1,33	5,89
Дослід 2	160			$2,62 \cdot 10^{-4}$								
Зміна t	L_k , мм	t , мм	S , мм/об	e_p , мм/Н	$e_{сис з}$	$e_{сис i}$	$\varepsilon_{стат}$	ξ	λ	$K_{дин рез}$	$K_{дин f}$	$K_{зрос}$
Дослід 1	120	0,5	0,5	$1,07 \cdot 10^{-4}$	$3,17 \cdot 10^{-5}$	$2,26 \cdot 10^{-6}$	6,5	0,0032	0,02	157	1,33	8,65
Дослід 2		4										

1.4.2 Наближене визначення жорсткості пружної системи верстата для заданих умов

1.4.2.1 Визначаємо наближено величину податливості заготовки за формулою (1.5) для двох випадків її вильоту:

$$e = \frac{L^3}{3 \cdot E \cdot I}, \text{ де } E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа},$$

$$I_{заг} = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 40^4}{64} = 125600 \text{ мм}^4.$$

Тоді

$$e_{\max} = \frac{L_{\max}^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{120^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 125600} = 2,3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{мм}}{\text{Н}},$$

$$e_{\min} = \frac{L_{\min}^3}{3 \cdot E \cdot I} = \frac{80^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 125600} = 0,68 \cdot 10^{-5} \frac{\text{мм}}{\text{Н}}.$$

1.4.2.2 З метою уточнення впливу поздовжньої податливості різця розраховуємо її за формулою (1.6):

$$e_p = \frac{L}{E \cdot S},$$

$$e_p = \frac{80}{20 \cdot 25 \cdot 2 \cdot 10^5} = 0,8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{мм}}{\text{Н}}.$$

1.4.2.3 Визначаємо за формулою (1.4) податливість верстата з врахуванням податливості консолі різця та заготовки і без та порівнюємо отримані значення жорсткості $c = \frac{1}{e} \left(\frac{H}{M} \right)$ з заданими у табл. 1 (додаток А, ст. 42).

$$e_{\Sigma} = \sum e_i, e_{\Sigma} = e_{n \text{ заг}} + e_{n \text{ ін}} + e_{\text{заг}} + e_p,$$

$$e_{\Sigma \text{max}} = 3,17 \cdot 10^{-5} + 2,26 \cdot 10^{-6} + 2,3 \cdot 10^{-5} + 0,8 \cdot 10^{-6} = 5,776 \cdot 10^{-5} \frac{\text{мм}}{\text{Н}},$$

$$\text{тоді } c_{\Sigma \text{min}} = \frac{1}{e_{\Sigma \text{max}}} = \frac{1}{5,776 \cdot 10^{-5}} = 1,73 \cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

$$e_{\Sigma \text{min}} = 3,17 \cdot 10^{-5} + 2,26 \cdot 10^{-6} + 0,68 \cdot 10^{-5} + 0,8 \cdot 10^{-6} = 4,084 \cdot 10^{-5} \frac{\text{мм}}{\text{Н}},$$

$$\text{тоді } c_{\Sigma \text{max}} = \frac{1}{e_{\Sigma \text{min}}} = \frac{1}{4,084 \cdot 10^{-5}} = 2,44 \cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

$$e'_{\Sigma} = e_{n \text{ заг}} + e_{n \text{ ін}},$$

$$e'_{\Sigma} = 3,17 \cdot 10^{-5} + 2,26 \cdot 10^{-6} = 3,396 \cdot 10^{-5} \frac{\text{мм}}{\text{Н}}.$$

$$\text{тоді } c'_{\Sigma} = \frac{1}{e'_{\Sigma}} = \frac{1}{3,396 \cdot 10^{-5}} = 2,94 \cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}.$$

1.4.2.4 Оцінюємо близькість (розбіжність) даних проведеного розрахунку та відомих результатів.

Близькість даних проведеного розрахунку та відомих результатів задовільна, враховуючи, що жорсткість верстата не враховує жорсткості заготовки та різця і дещо занижена – менше заданої розрахункової c'_{Σ} на 12%.

1.4.2.5 Заповнюємо таблицю результатів розрахунку

Вхідні параметри: $D_{\text{заг}} = 40 \text{ мм}$, $n_{\text{шпинд}} = 400 \text{ об/хв}$, $V_{\text{різ}} = 60 \text{ м/хв}$, переріз державки різця $20 \times 25 \text{ мм}$. Підсистема заготовки: $f_0 = 200 \text{ Гц}$ ($m_{\text{прив}} = 20 \text{ кг}$), інструмента: $f_0 = 400 \text{ Гц}$ ($m_{\text{прив}} = 70 \text{ кг}$)

№ дослід	$L_{заг}$, мм	L_p , мм	$\omega_{п.заг}$, рад/с	$\omega_{п.інс}$, рад/с	e_p , мм/Н	$e_{п.заг}$, мм/Н	$e_{п.інс}$, мм/Н	$e_{заг}$, мм/Н	$\frac{e_{\Sigma}}{e'_{\Sigma}}$, мм/Н	$\frac{c_{\Sigma}}{c'_{\Sigma}}$, Н/мм	c_{δ} , Н/мм	$\Delta' c$, Н/мм	$\Delta' c$, %
1	80	80	1256	2512	$0,8 \cdot 10^{-6}$	$3,17 \cdot 10^{-5}$	$2,26 \cdot 10^{-6}$	$0,68 \cdot 10^{-5}$	$\frac{4,084 \cdot 10^{-5}}{3,396 \cdot 10^{-5}}$	$\frac{2,44 \cdot 10^4}{2,94 \cdot 10^4}$	$2,6 \cdot 10^4$	$0,34 \cdot 10^4$	11,6
2	120							$2,3 \cdot 10^{-5}$	$\frac{5,776 \cdot 10^{-5}}{3,396 \cdot 10^{-5}}$	$\frac{1,73 \cdot 10^4}{2,94 \cdot 10^4}$			

1.5 Завдання до лабораторного заняття

Згідно з індивідуальним варіантом, розрахувати основні характеристики динамічної системи верстата. Визначити характер зміни динамічних параметрів системи при зміні вильоту різця (інші умови – const), та при зміні глибини різання (інші умови – const).

Розрахунок проводиться у математичному пакеті Mathcad. Остаточне оформлення звіту про виконання лабораторних занять виконується у текстовому редакторі Microsoft Word.

Варіанти завдань наведено у додатку А ст. 42.

1.6 Контрольні запитання

1. Поясніть поняття динамічної системи верстату.
2. Наведіть основні параметри, які описують динамічні характеристики верстату.
3. Опишіть поняття стійкості верстату.
4. Поясніть поняття жорсткості верстату. Що впливає на жорсткість.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

Визначення динамічних характеристик шпиндельного вузла токарного верстата

2.1 Мета заняття

Вивчити послідовність розрахунку динамічних характеристик шпиндельного вузла. Ознайомитись з послідовністю побудови перехідної характеристики елементів верстатів.

2.2 Короткі теоретичні відомості

У багатьох випадках пружні системи окремих елементів верстата (наприклад, шпинделя на опорах) можна наближено привести до системи з одним степенем вільності. Якщо розглянути таку просту систему, що складається з маси m , пружної ланки з коефіцієнтом жорсткості c і демпфера в'язкого опору з коефіцієнтом демпфування h (рис. 2.1), тоді (у найпростішому випадку) вхідною координатою цієї системи є сила F , що змінюється в часі і прикладена до вільного кінця пружного ланки, а вихідною координатою – переміщення y маси.

Для спрощення опису руху системи (тіла) диференціальне рівняння руху приймається лінійним зі сталими коефіцієнтами – прискорення, швидкість та переміщення (змінна та її похідні) в рівнянні присутні в першому степені, а сила інерції пропорційна масі тіла, сила опору (тертя) пропорційна швидкості тіла, а сила пружності пропорційна переміщенню (коефіцієнти при змінних постійні – коливальна система є лінійною).

Рівняння руху такої системи матиме вигляд

$$m \cdot y'' + h \cdot y' + c \cdot y = F \quad (2.1)$$

Перший член лівої частини рівняння (2.1) являє собою силу інерції, другий – силу демпфування, третій – силу пружності.

Якщо розділити обидві частини рівняння (2.1) на c та позначити

$$\frac{m}{c} = T^2 = T_2^2, \quad \frac{h}{c} = 2 \cdot \xi \cdot T = T_1, \quad \frac{1}{c} = K_{cm},$$

де

$$T = T_2 = \frac{1}{\omega_0} = \sqrt{\frac{m}{c}}, \quad (2.2)$$

де T – інерційна постійна часу, с; $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = 2 \cdot \pi \cdot f_0$ – колова власна частота

коливань, с⁻¹; f_0 – власна частота коливань системи, Гц; $T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0}$ – період

власних коливань системи, с; T_1 – постійна часу демпфування, с; $\xi = \frac{h}{h_{\text{крит}}}$ –

відносний коефіцієнт демпфування; $\lambda = 2 \cdot \pi \cdot \xi$ – логарифмічний декремент згасання коливань – це фізична величина, зворотна числу коливань, після закінчення яких амплітуда A зменшується в e раз; $K_{\text{ст}}$ – статична характеристика (податливість) системи, мм/Н.

$$\lambda = \frac{\ln A_n}{\frac{A_{n+1}}{A_{n+k}}} \approx \frac{1}{k} \cdot \ln A_n, \quad T = T_2 = \frac{1}{\omega_0} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_0}$$

$$T_1 = 2 \cdot \xi \cdot T = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi^2 \cdot f_0}, \quad \xi = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi}, \quad h = c \cdot T_1 \quad (2.4)$$

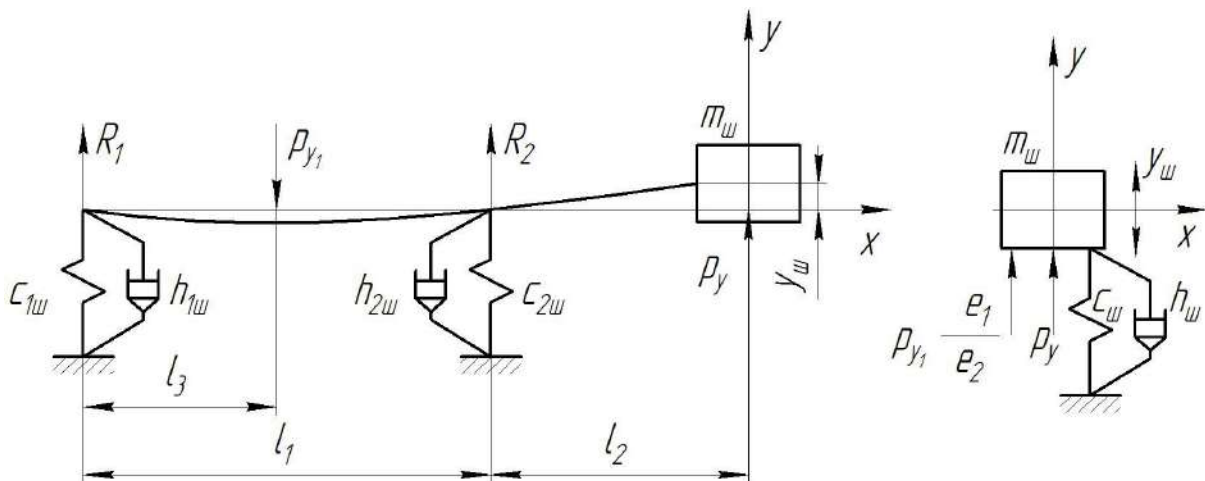


Рисунок 2.1 – Схема визначення динамічних характеристик шпиндельного вузла

Тоді після перетворення рівняння (1) матиме вигляд:

$$T^2 \cdot y'' + 2 \cdot \xi T \cdot y' + y = K_{\text{ст}} \cdot F \quad (2.5)$$

Це диференціальне рівняння може бути представлено у операторній формі

введенням символів операції диференціювання по часу: $\frac{d}{dt} \equiv p$; $\frac{d^2}{dt^2} \equiv p^2$.

Тоді: $\frac{dy}{dt} \equiv y \cdot p$; $\frac{d^2 y}{dt^2} \equiv y \cdot p^2$.

Таке представлення дає можливість винести змінну з похідних:

$$y \cdot (T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1) = K_{cm} \cdot F \quad (2.6)$$

Щоб отримати розв'язок рівняння (2.1), (2.5) або (2.6) і визначити динамічні властивості коливальної системи, описаної даним рівнянням (наприклад, шпindelного вузла), необхідно визначити коефіцієнти при змінних експериментально або розрахунково.

Невідомі параметри для системи шпindelного вузла – це приведена маса шпинделя $m_{прив}$, його власна частота коливань ω_0 (або f_0) та логарифмічний коефіцієнт демпфування λ .

2.3 Послідовність розрахунку

Визначити наближено масу шпинделя верстата за кресленням (рис. 2.1), приймаючи густину сталі $\rho = 0,00778 \text{ г/мм}^3$.

1. Визначити першу власну частоту коливань шпинделя за наближеною формулою:

$$\omega = \alpha \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m \cdot (1 + \beta)^3 \cdot a^2}} \quad (2.7)$$

де m – маса шпинделя; $\beta = \frac{l}{a}$ – відносна відстань між опорами шпинделя, a –

довжина вильоту консолі шпинделя, l – відстань між серединами опор шпинделя; α – коефіцієнт, який для $\beta = 2,5 \dots 3,5$ приймається в межах $2,3 \dots 2,4$;

$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ E ; I – усереднений момент інерції шпинделя, який визначається як середнє арифметичне його значень по ділянкам (як в п.1) за

формулою $I_i = \pi \cdot \frac{D_i^4 - d_i^4}{64}$.

3. Прийняти значення логарифмічного декременту коливань за табл. 2.3.

4. Розрахувати коефіцієнти диференціального рівняння (2.5) за формулами (2.2) та (2.4).

5. Для відомого розв'язку (8) рівняння (5) розрахувати величину зміщення шпинделя під час перехідного процесу для трьох значень початкового силового впливу та часу (табл. 3) від моменту початку перехідного процесу.

$$y = K_{cm} \cdot F \cdot \left(1 - \frac{\omega_0}{\omega_1} \cdot e^{-\frac{\xi \cdot t}{T}} \cdot \sin \left(\omega_1 t + \arctg \frac{\omega_1 \cdot T}{\xi} \right) \right). \quad (2.8)$$

6. Побудувати графік перехідного процесу для встановлених вхідних параметрів і визначених коефіцієнтів.

7. Заповнюємо таблицю результатів розрахунків:

Таблиця 2.2 – Результати розрахунків

	$\frac{V, \text{мм}^3}{t, \text{кг}}$	$I, \text{мм}^4$	$\frac{\omega_0, \text{рад/с}}{f_0, \text{с}^{-1}}$	$2\xi T, \text{с}$	$T^2, \text{с}^2$	$K_{cm}, \text{мм/Н}$	$\omega_1, \text{рад/с}$	$F, \text{Н}$	$t, \text{с}$	$y, \text{мм}$
Точка 1										
Точка 2										
Точка 3										

Експериментальні значення логарифмічного декременту затухання

Вузол верстата (деталь)	λ
Корпус редуктора на амортизаторах	0,006
Корпус редуктора з зубчастою передачею	0,015
Редуктор на амортизаторах у зборі з турбіною	0,2
Система шпиндель-опори розточувальних верстатів	0,02-0,035
Токарний верстат	0,23
Фрезерний верстат	0,27

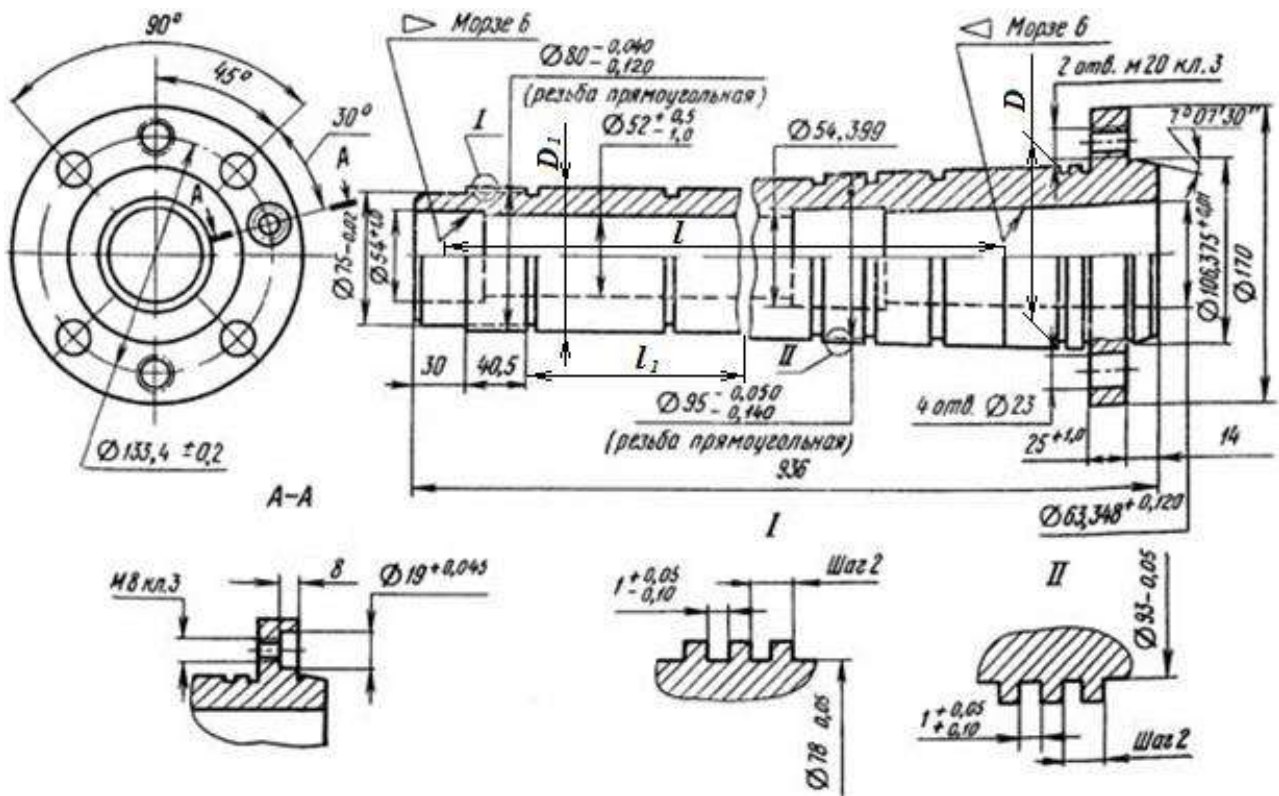


Рисунок 2.1 – Ескіз шпинделя верстата 16К20

2.4 Приклад виконання розрахунку

1. Визначаємо наближено масу шпинделя верстата за кресленням (рис.

2.1), приймаючи густину сталі $\rho = 0,00778 \frac{\text{г}}{\text{мм}^3}$.

Масу шпинделя визначаємо за формулою: $m_s = \rho \cdot \sum_i V_i \cdot 10^{-3}$, де V_i – об'єми окремих частин шпинделя, які наближено визначаються за формулою

$$V_i = l_i \cdot \pi \cdot \frac{D_i^2 - d_i^2}{4},$$

де l_i , D_i , d_i – довжина циліндричної ділянки шпинделя, її зовнішній та внутрішній діаметр відповідно.

Розбиваємо шпиндель на 4 ділянки з умовно однаковими розмірами і визначаємо їх об'єм, а потім масу.

Отримане значення маси (31,5 кг) приймаємо приведеним до точки перетину осі шпинделя з площиною його переднього торця.

2. Визначаємо власну частоту коливань шпинделя за наближеною формулою:

$$\omega = \alpha \cdot \sqrt{\frac{E \cdot I}{m \cdot (1 + \beta)^3 \cdot a^2}},$$

де m – маса шпинделя; $\beta = \frac{l}{a}$ – відносна відстань між опорами шпинделя; a – довжина вильоту консолі шпинделя; l – відстань між серединами опор шпинделя, α – коефіцієнт, який для $\beta = 2,5 \dots 3,5$ приймається в межах $2,3 \dots 2,4$; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; I – усереднений момент інерції шпинделя, який визначається як середнє арифметичне його значень по ділянкам за формулою

$$I_i = \pi \cdot \frac{D_i^4 - d_i^4}{64}.$$

Тоді:

$$\omega = 2,4 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 10^5 \cdot 2914300}{31,5 \cdot (1 + 3,5)^3 \cdot 200^2}} = 1040 \text{ рад/с},$$

тоді $f = \frac{1040}{6,28} = 165,8 \text{ Гц}.$

3. Приймаємо значення логарифмічного декременту коливань за табл. 2.3. $\lambda = 0,05$.

4. Розраховуємо коефіцієнти диференціального рівняння (2.5) за формулами (2.2) та (2.4).

$$\lambda = 2 \cdot \pi \cdot \xi \rightarrow \xi = \frac{0,05}{6,28} = 0,008,$$

$$T = \frac{1}{\omega_0} = \sqrt{\frac{m}{c}} \rightarrow T = \frac{1}{1040} = 0,00096,$$

$$c = \frac{31,5}{0,00096^2} = 34,18 \cdot 10^6 \frac{H}{m} = 34,18 \cdot 10^3 \frac{H}{mm},$$

$$\frac{1}{c} = K_{cm} \rightarrow K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \frac{mm}{H},$$

$$2 \cdot \xi \cdot T = 0,000015 \text{ с}, \quad T^2 = 9,2 \cdot 10^{-7} \text{ с}^2.$$

$$\omega_1 = \omega_0 \cdot (1 - \xi^2) = 1040 \cdot (1 - 0,008^2) = 1023,4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Тоді рівняння $T^2 \cdot y'' + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot y' + y = K_{cm} \cdot F$ матиме вигляд

$$9,2 \cdot 10^{-7} \cdot y'' + 0,000015 \cdot y' + y = 2,93 \cdot 10^{-5} F,$$

або $m \cdot y'' + h \cdot y' + c \cdot y = F$

$$31,5 \cdot y'' + 513 \cdot y' + 34,18 \cdot 10^6 \cdot y = F.$$

5. Для відомого розв'язку (2.8) рівняння (2.5) розраховуємо величину зміщення шпинделя під час перехідного процесу для трьох значень початкового силового впливу та часу від моменту початку перехідного процесу (табл. 2.2).

6. Будуємо графік перехідного процесу для встановлених вхідних параметрів і визначених коефіцієнтів (рис. 2.2). За графіком наближено визначаємо величину статичного зміщення $y_0 = K_{cm} \cdot F$ та максимальну (початкову) амплітуду коливань A_{\max} .

7. Заповнюємо таблицю результатів розрахунків.

	$\frac{V, \text{мм}^3}{m, \text{кг}}$	$I, \text{мм}^4$	$\frac{\omega_0, \text{рад/с}}{f_0, \text{с}^{-1}}$	$\frac{2\xi T, \text{с}}{h, \text{с}}$	$\frac{T^2, \text{с}^2}{c, \text{Н/мм}}$	$\omega_1, \text{рад/с}$	$\frac{K_{cm}, \text{мм/Н}}{y_0, \text{мм}}$	$\frac{F, \text{Н}}{A_{\max}, \text{мм}}$	$t, \text{с}$	$y, \text{мм}$
Точка 1									0	0
Точка 2	$\frac{4048800}{31,5}$	2914300	$\frac{1040}{165,8}$	$\frac{0,000015}{513}$	$\frac{9,2 \cdot 10^{-7}}{34,2 \cdot 10^3}$	1023,4	$\frac{2,93 \cdot 10^{-5}}{2,9 \cdot 10^{-2}}$	$\frac{1000}{5,8 \cdot 10^{-2}}$	0,01	0,045
Точка 3									0,1	0,041

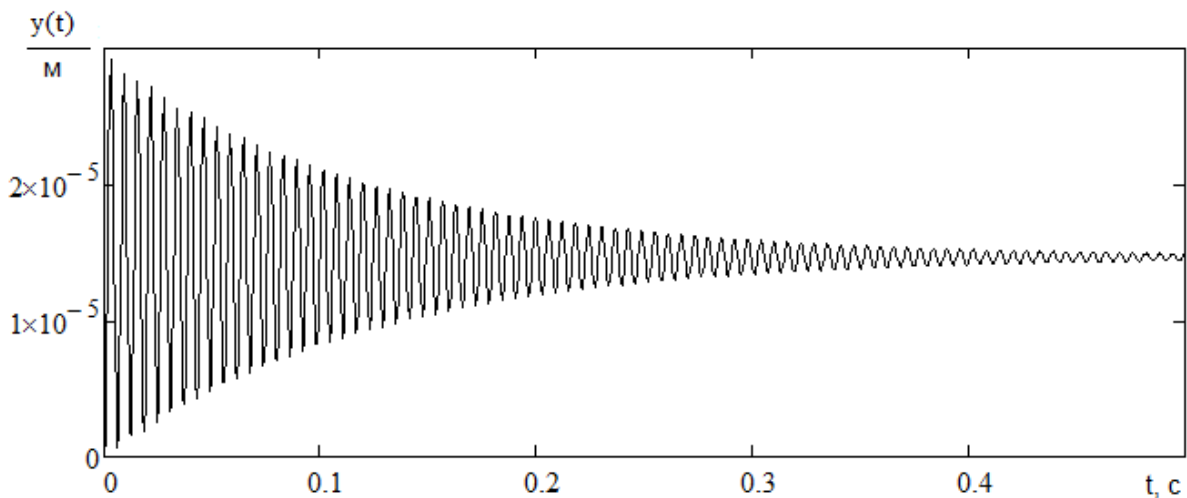


Рисунок 2.2 – Графік перехідного процесу одномасової системи $m = 31,5 \text{ кг}$, $\xi = 0,008$ ($\lambda = 0,05$), $c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н/мм}$, $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}$

2.5 Завдання до лабораторного заняття

Згідно з індивідуальним варіантом, розрахувати динамічні характеристики ступінчастого валика. Побудувати перехідну характеристику вала.

Розрахунок проводиться у математичному пакеті Mathcad. Остаточне оформлення звіту про виконання лабораторних занять виконується у текстовому редакторі Microsoft Word.

Варіанти завдань наведено у додатку Б ст. 44.

2.6 Контрольні запитання

1. Запишіть диференціальне рівняння руху лінійної системи, визначте основні складові частини.
2. Визначте поняття статичної характеристики динамічної системи.
3. Охарактеризуйте поняття податливості динамічної системи, які фактори впливають на податливість.
4. Перехідна характеристика динамічної системи.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3

Визначення динамічних характеристик одномасової коливальної системи

3.1 Мета заняття

Визначити динамічні характеристики одномасової коливальної системи. Провести дослідження системи за графіками перехідних процесів при зміні її основних параметрів.

3.2 Приклад виконання розрахунку

За умовами лабораторного заняття № 2 для визначених параметрів одномасової системи (рівняння (2.5)) виконати її дослідження за графіками перехідних процесів у такій послідовності:

1. Змінюючи у розв'язку (2.8) рівняння (2.5) відносний коефіцієнт демпфування ξ визначити його значення, при якому перехідний процес не коливальний і побудувати графіки перехідних процесів від коливального до неколивального (приклад – рис. 3.1-3.5) з вказуванням вихідних параметрів.

2. Змінюючи у рівнянні (2.5) значення власної частоти системи ω_0 (приклад – рис. 3.6, 3.7). Кожне значення ω_0 змінювати мінімум в 2 рази відносно попереднього за рахунок пропорційної зміни маси ($\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{1}{T} \omega_0$, тобто збільшення власної частоти системи у два рази досягається одночасним зменшенням маси у чотири рази при постійній жорсткості).

3. Змінюючи у рівнянні (2.5) значення власної частоти системи ω_0 (приклад – рис. 3.8, 3.9). Кожне значення ω_0 змінювати мінімум в 2 рази відносно попереднього за рахунок пропорційної зміни жорсткості ($\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{1}{T}$, тобто збільшення власної частоти системи у два рази досягається одночасним збільшенням жорсткості у чотири рази при постійній масі).

4. Зробити висновки по дослідженню динаміки одномасової коливальної системи в яких оцінити вплив її основних характеристик на особливості перехідних процесів.

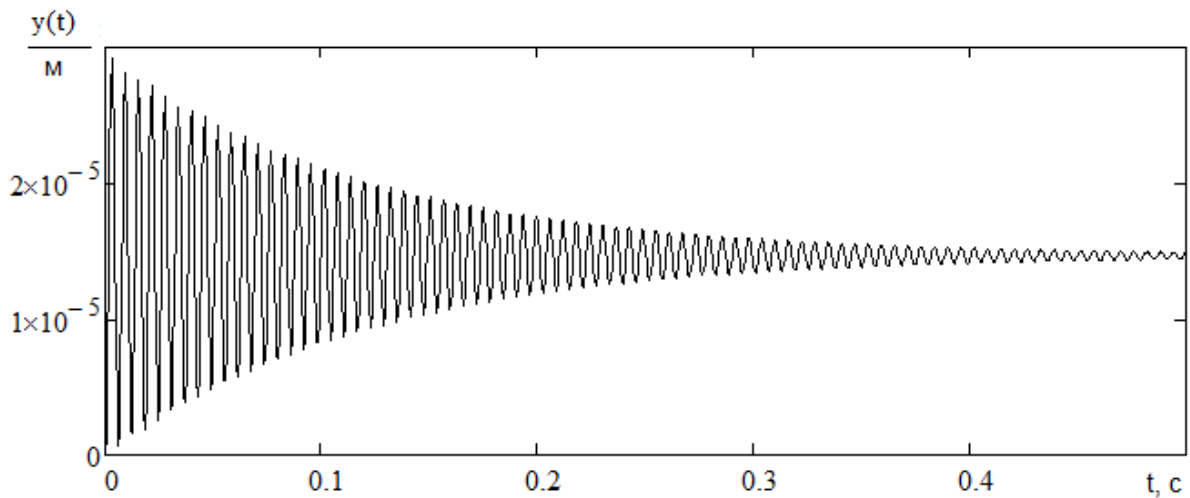


Рисунок 3.1 – Графік перехідного процесу одномасової системи
 $m = 31,5 \text{ кг}$, $\xi = 0,008$ ($\lambda = 0,05$), $c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н / мм}$, $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм / Н}$,
 $\omega = 1040 \text{ с}^{-1}$

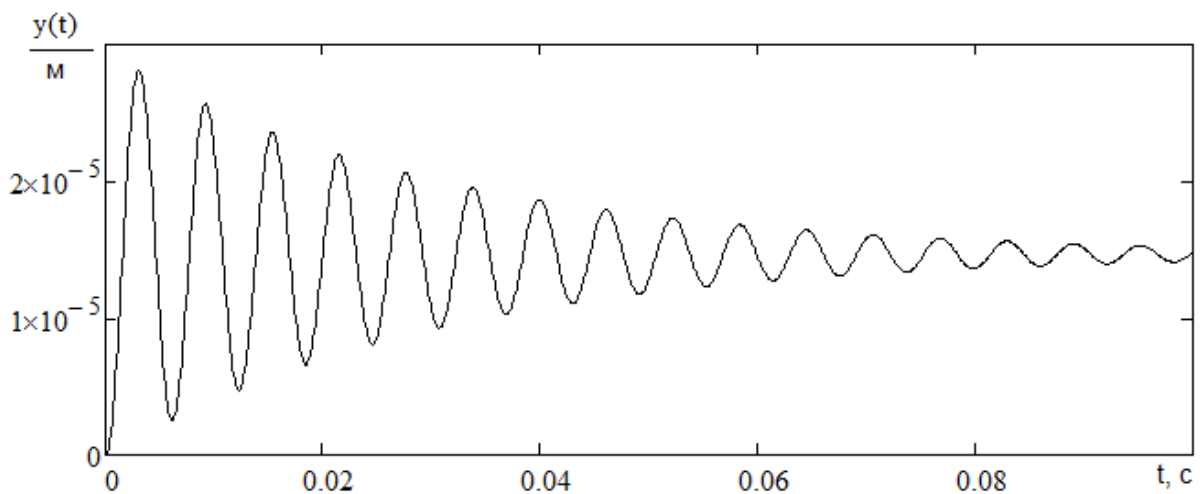


Рисунок 3.2 – Графік перехідного процесу одномасової системи
 $m = 31,5 \text{ кг}$, $\xi = 0,032$ ($\lambda = 0,2$), $c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н / мм}$, $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм / Н}$,
 $\omega = 1040 \text{ с}^{-1}$

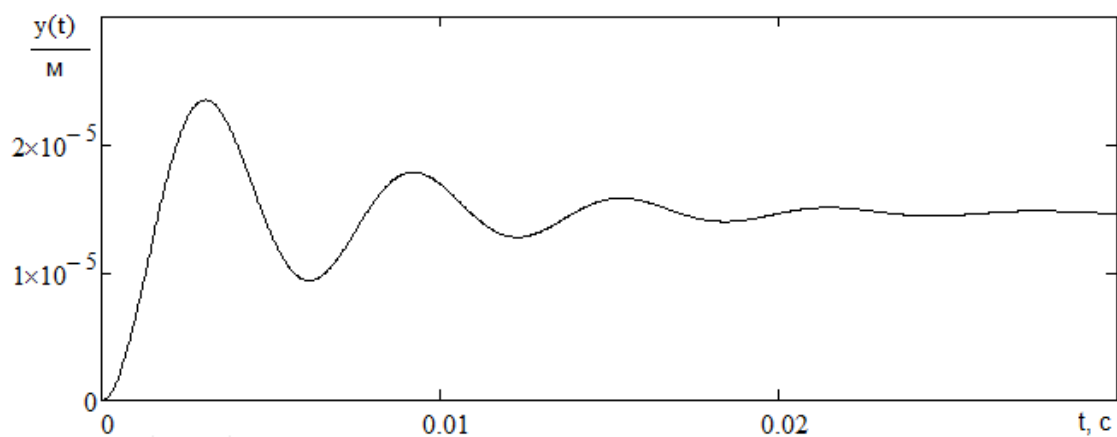


Рисунок 3.3 – Графік перехідного процесу одномасової системи

$$m = 31,5 \text{ кг}, \xi = 0,16 (\lambda = 1), c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н / мм},$$

$$K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм / Н}, \omega = 1040 \text{ с}^{-1}$$

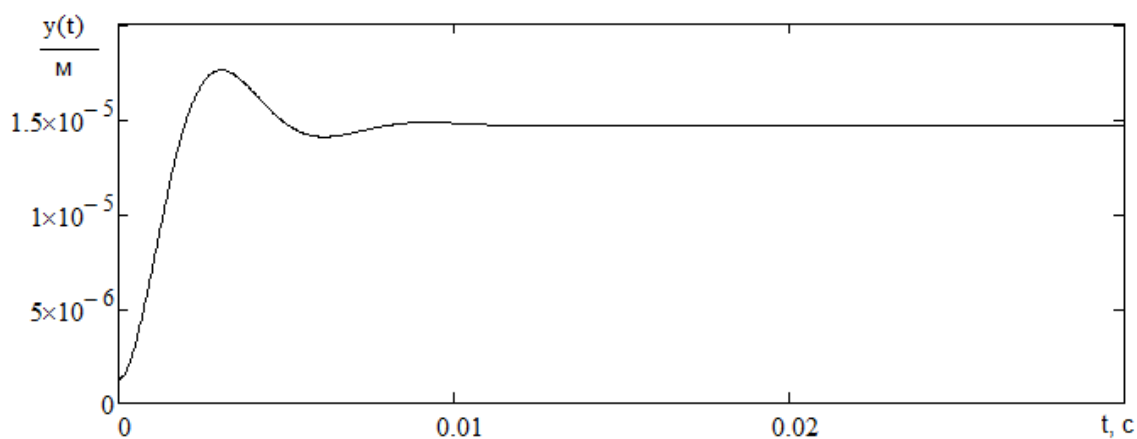


Рисунок 3.4 – Графік перехідного процесу одномасової системи

$$m = 31,5 \text{ кг}, \xi = 0,48 (\lambda = 3), c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н / мм},$$

$$K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм / Н}, \omega = 1040 \text{ с}^{-1}$$

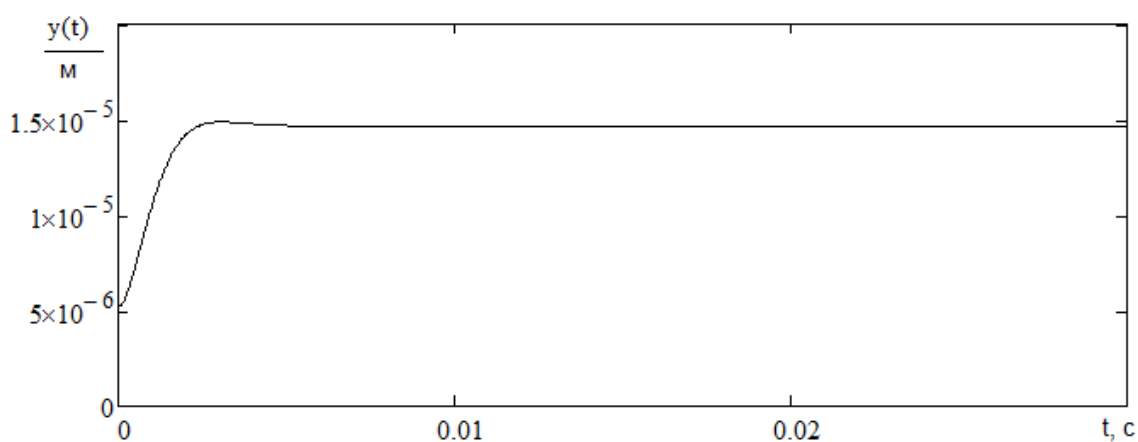


Рисунок 3.5 – Графік перехідного процесу одномасової системи

$$m = 31,5 \text{ кг}, \xi = 0,8 (\lambda = 5), c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н / мм},$$

$$K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм / Н}, \omega = 1040 \text{ с}^{-1}$$

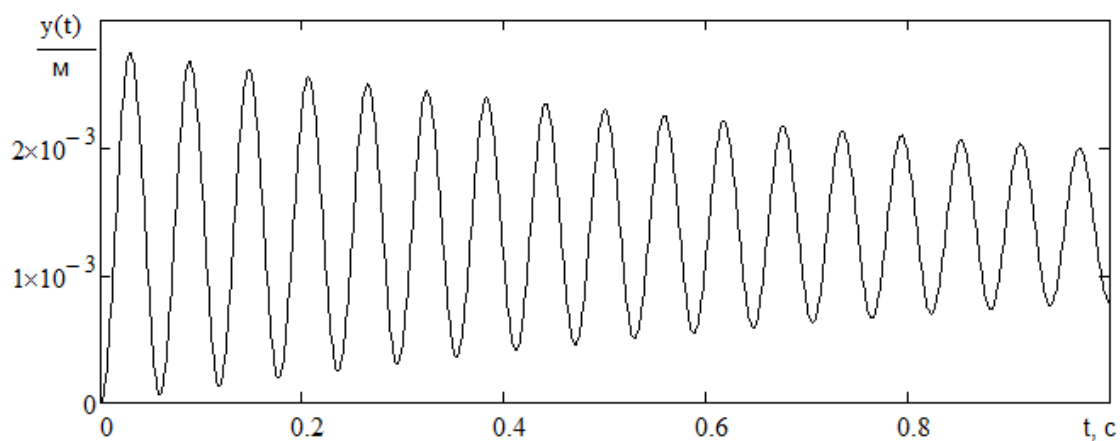


Рисунок 3.2 – Графік перехідного процесу одномасової системи

$$m = 126 \text{ кг}, \xi = 0,008 (\lambda = 0,05), c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н / мм},$$

$$K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм / Н}, \omega = 520 \text{ с}^{-1}$$

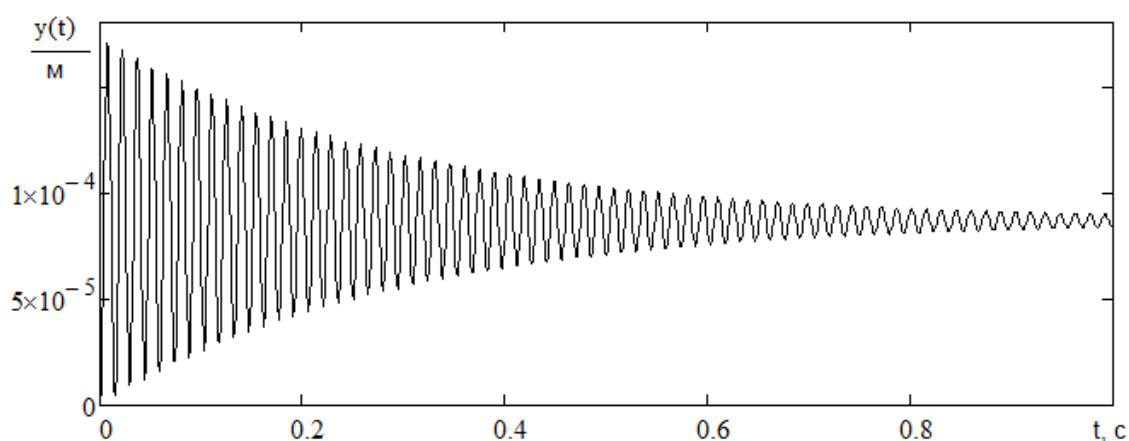


Рисунок 3.2 – Графік перехідного процесу одномасової системи

$$m = 7,9 \text{ кг}, \xi = 0,008 (\lambda = 0,05), c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н / мм},$$

$$K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм / Н}, \omega = 2080 \text{ с}^{-1}$$

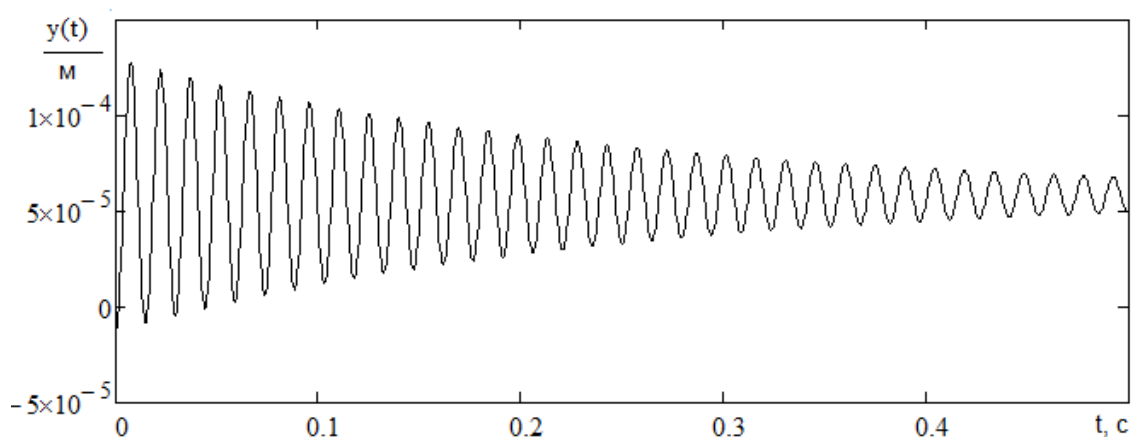


Рисунок 3.2 – Графік перехідного процесу одномасової системи

$$m = 31,5 \text{ кг}, \xi = 0,008 (\lambda = 0,05), c = 8,52 \cdot 10^3 \text{ Н / мм}, K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм / Н},$$

$$\omega = 520 \text{ с}^{-1}$$

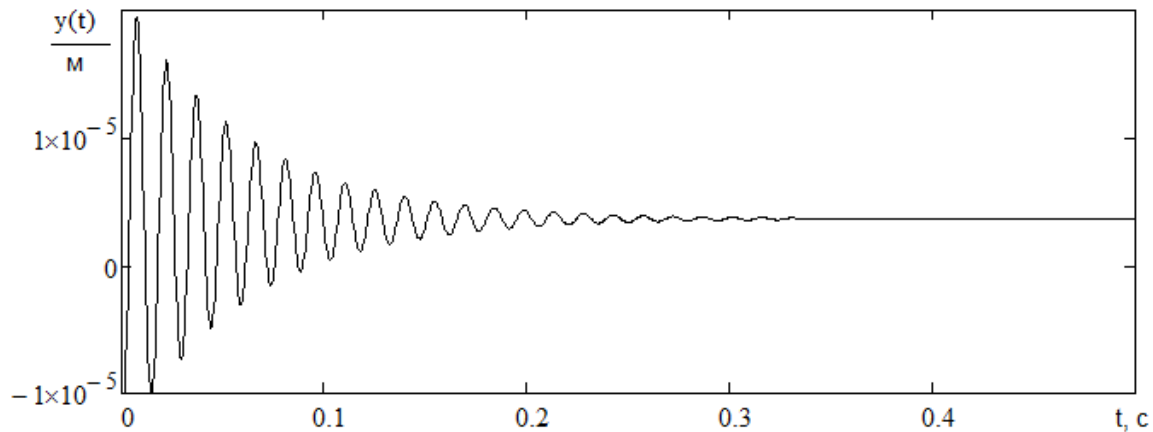


Рисунок 3.2 – Графік перехідного процесу одномасової системи
 $m = 31,5 \text{ кг}$, $\xi = 0,008$ ($\lambda = 0,05$), $c = 136,3 \cdot 10^3 \text{ Н / мм}$, $K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм / Н}$,
 $\omega = 2080 \text{ с}^{-1}$

3.3 Завдання до лабораторного заняття

Згідно з індивідуальним варіантом, за умовами лабораторного заняття №2 для визначених параметрів одномасової системи виконати:

- дослідження за графіками перехідних процесів при зміні відносного коефіцієнта демпфування, при цьому побудувати графіки перехідних процесів від коливального до неколивального;
- дослідити вплив зміни маси на графік перехідного процесу;
- дослідити вплив жорсткості на графік перехідного процесу.

Розрахунок проводиться у математичному пакеті Mathcad. Остаточне оформлення звіту про виконання лабораторних занять виконується у текстовому редакторі Microsoft Word.

Варіанти завдань наведено у додатку Б ст. 44.

3.4 Контрольні запитання

1. Проаналізуйте вплив відносного коефіцієнту демпфування на графік перехідного процесу.
2. Проаналізуйте вплив маси, та жорсткості системи на графік перехідного процесу.
3. Визначте поняття власної частоти системи. Які характеристики системи на неї впливають.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

Побудова частотних характеристик одномасової коливальної системи та їх дослідження

4.1 Мета заняття

Дослідити та визначити послідовність побудови частотних характеристик одномасової коливальної системи. Проаналізувати вплив основних параметрів динамічної системи на частотні характеристики одномасової коливальної системи

4.2 Короткі теоретичні відомості

В динаміці машин широко використовують поняття та математичний апарат теорії автоматичного управління. Відповідно, фізичну величину, що характеризує вплив на ПС, називають вхідною, а результат впливу – вихідною координатою: наприклад вхідна координата – силовий вплив, а вихідна – викликане силою переміщення (зміщення).

Передаточна функція елемента або системи є відношення вихідної координати $x_{вих}$ до вхідної $x_{вхiд}$, записане в операторній формі (для даного випадку пружного переміщення y до сили F)

$$W(p) = \frac{x_{вих}}{x_{вхiд}} = \frac{y(p)}{F(p)} = \frac{K_{cm}}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot p + 1}. \quad (4.1)$$

В усталеному режимі ($p=0$) передаточна функція переходить у статичну характеристику (статичну податливість системи) $K_{cm} = \frac{y}{F}$.

З рівняння (4.1) шляхом заміни оператора диференціювання $\frac{d}{dt} \equiv p$ на $j \cdot \omega$ отримуємо частотну передаточну функцію ($j = \sqrt{-1}$, $j^2 = -1$):

$$W(\omega \cdot j) = \frac{K_{cm}}{1 - T^2 \cdot \omega^2 + j \cdot 2 \cdot \xi \cdot T \cdot \omega}. \quad (4.2)$$

Після перетворень це рівняння може бути представлено у вигляді:

$$W(\omega \cdot j) = \operatorname{Re}(\omega) + j \cdot \operatorname{Im}(\omega), \quad (4.3)$$

де

$$\operatorname{Re}(\omega) = \frac{K_{cm} \cdot (1 - T^2 \cdot \omega^2)}{(1 - T^2 \cdot \omega^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot T \cdot \omega)^2},$$

$$\operatorname{Im}(\omega) = -\frac{K_{cm} \cdot (2 \cdot \xi \cdot T \cdot \omega)}{(1 - T^2 \cdot \omega^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot T \cdot \omega)^2}. \quad (4.4)$$

Тоді відношення амплітуд вихідної координати до вхідної (динамічна податливість) визначається за формулою:

$$A(\omega) = \sqrt{\operatorname{Re}^2 + \operatorname{Im}^2} = \frac{K_{cm}}{\sqrt{(1 - T^2 \cdot \omega^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot T \cdot \omega)^2}}. \quad (4.5)$$

А фазовий кут:

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}}{\operatorname{Re}} = -\operatorname{arctg} \frac{2 \cdot \xi \cdot T \cdot \omega}{1 - T^2 \cdot \omega^2}. \quad (4.6)$$

4.3 Приклад виконання розрахунку

За умовами лабораторного заняття № 2 для визначених параметрів одномасової системи (рівняння (4.5)) виконати побудову її частотних характеристик та їх дослідження у такій послідовності:

1. Використовуючи формули передаточної функції системи (4.1), реальної та уявної частин (4.4), амплітуди (4.5) та фазового кута (4.6) побудувати амплітудно-частотну характеристику та амплітудно-фазову частотну характеристику досліджуваної одномасової системи для трьох значень відносного коефіцієнту демпфування ξ (приклад – рис. 4.1, 4.2). Кожне значення ξ змінювати мінімум в 2 рази відносно початкового.

2. Позначити на одному графіку АФЧХ значення амплітуди (динамічної податливості) та фазового кута для трьох значень частоти: ω_0 , $0,99 \cdot \omega_0$, $1,01 \cdot \omega_0$ (рис. 4.2) і вказати вихідні параметри.

3. Використовуючи ті самі формули передаточної функції системи (4.1), реальної та уявної частин (4.4), амплітуди (4.5) та фазового кута (4.6)

побудувати амплітудно-частотну характеристику та амплітудно-фазову частотну характеристику досліджуваної одномасової системи для трьох значень власної частоти системи ω_0 (приклад – рис. 4.3, 4.4). Кожне значення ω_0 змінювати мінімум в 2 рази відносно попереднього за рахунок пропорційної зміни маси і жорсткості ($\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{1}{T}$, тобто збільшення власної частоти системи у два рази досягається одночасним збільшенням жорсткості і зменшенням маси теж у два рази).

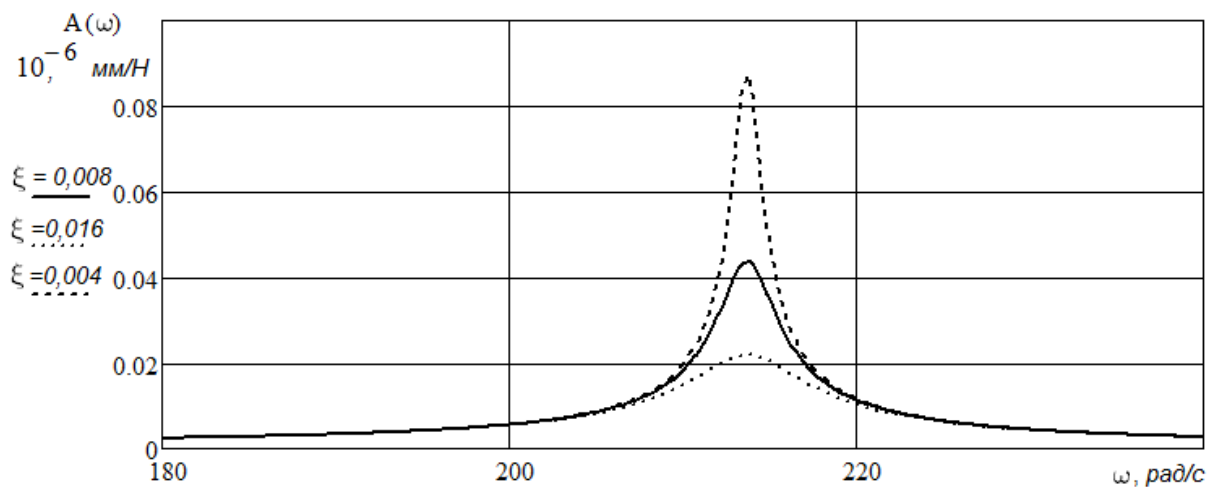


Рисунок 4.1 – Амплітудно-частотні характеристики одномасової системи в залежності від зміни відносного коефіцієнту демпфування ξ

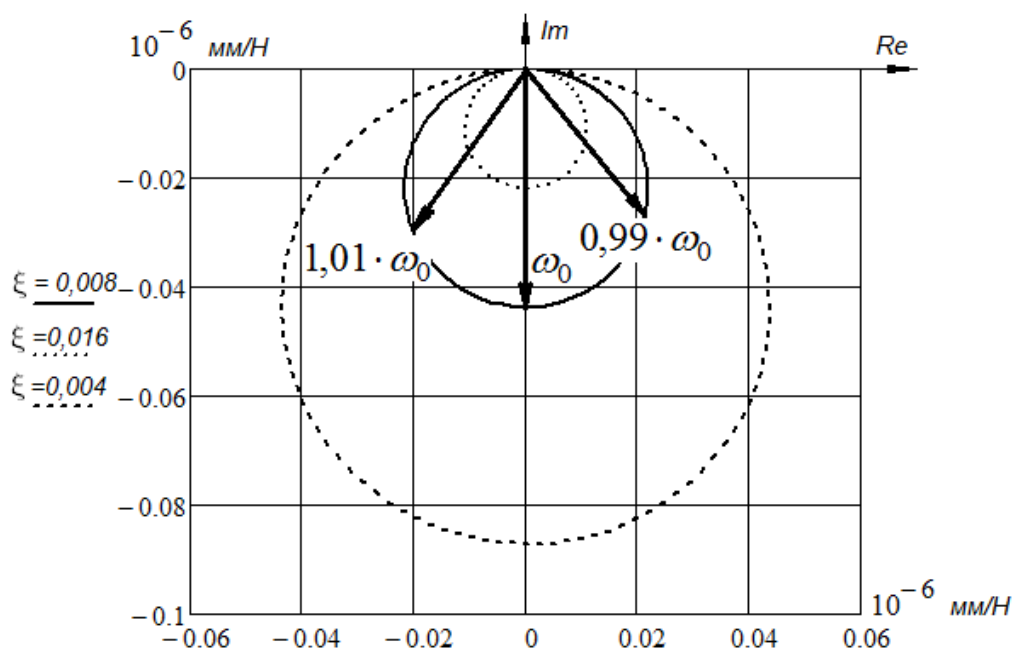


Рисунок 4.2 – Амплітудно-фазові частотні характеристики одномасової системи в залежності від зміни відносного коефіцієнту демпфування ξ

4. Позначити на кожному графіку АФЧХ значення амплітуди (динамічної податливості) та фазового кута для трьох значень частоти: ω_0 , $0,99 \cdot \omega_0$, $1,01 \cdot \omega_0$ (як на рис. 4.2) і вказати вихідні параметри.

5. Зробити висновки по дослідженню динамічних властивостей одномасової коливальної системи в яких оцінити вплив відносного коефіцієнту демпфування ξ та жорсткості c на динамічну податливість (амплітуду) та фазовий кут між колюваннями сили і координати.

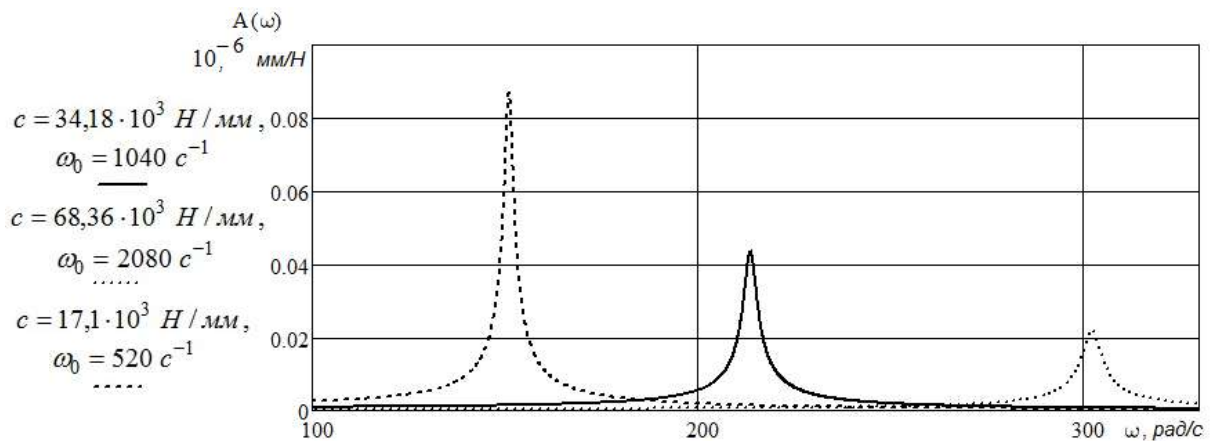


Рисунок 4.3 – Амплітудно-частотні характеристики одномасової системи в залежності від зміни власної частоти колювань системи ω_0 та жорсткості

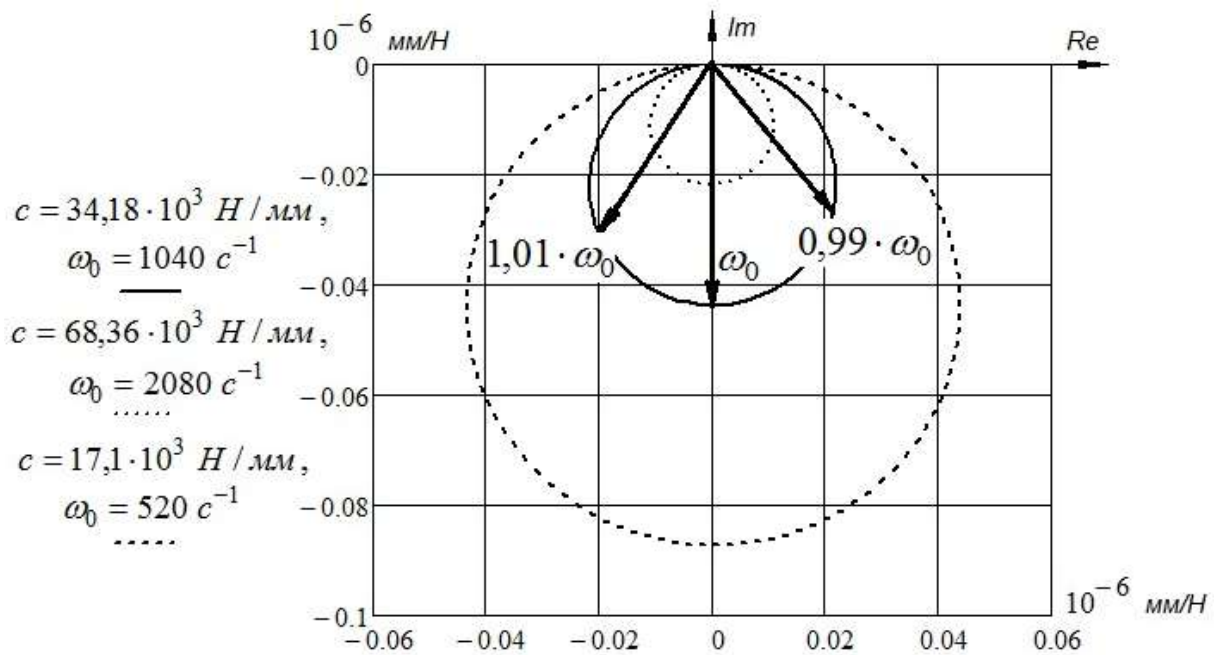


Рисунок 4.4 – Амплітудно-фазові частотні характеристики одномасової системи в залежності від зміни власної частоти колювань системи ω_0 та жорсткості

4.4 Завдання до лабораторного заняття

Згідно з індивідуальним варіантом, за умовами лабораторного заняття №2 для визначених параметрів одномасової системи виконати побудову її частотних характеристик та їх дослідження:

- побудувати амплітудно-частотну характеристику та амплітудно-фазову частотну характеристику досліджуваної одномасової системи для трьох значень відносного коефіцієнту демпфування (кожне значення ζ змінювати мінімум в 2 рази відносно початкового);

- побудувати амплітудно-частотну характеристику та амплітудно-фазову частотну характеристику досліджуваної одномасової системи для трьох значень власної частоти системи ω_0 (кожне значення ω_0 змінювати мінімум в 2 рази відносно попереднього за рахунок пропорційної зміни маси і жорсткості);

- зробити висновки по дослідженню динамічних властивостей одномасової коливальної системи в яких оцінити вплив відносного коефіцієнту демпфування ζ та жорсткості c на динамічну податливість (амплітуду) та фазовий кут між коливаннями сили і координати.

Розрахунок проводиться у математичному пакеті Mathcad. Остаточне оформлення звіту про виконання лабораторних занять виконується у текстовому редакторі Microsoft Word.

Варіанти завдань наведено у додатку Б ст. 44.

4.5 Контрольні запитання

1. Визначити поняття передаточної функції елемента або системи.
2. Охарактеризуйте основні складові передаточної функції. Поясніть послідовність її визначення.
3. Поясніть поняття амплітудно-частотна характеристика та амплітудно-фазова частотна характеристика.
4. Поясніть визначення динамічної податливості з використанням амплітудно-фазово частотної характеристики.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

Визначення усталеності технологічної обробної системи (ТОС) з одним ступенем вільності з врахуванням нелінійної характеристики сили різання

5.1 Мета заняття

Дослідити усталеність технологічної обробної системи з одним ступенем вільності з врахуванням нелінійної характеристики сили різання.

5.2 Короткі теоретичні відомості

У окремих випадках ТОС на основі токарного верстата можна представити у вигляді одномасової обробної системи – коливальна система має одну степінь вільності по координаті q – в напрямку дії сили різання F , прикладеної до центра мас заготовки та пов'язаних з нею елементів системи (рис. 5.1).

Сила різання при постійних параметрах різання (крім V) може бути представлена рівнянням

$$F = A \cdot V^{-z}, \quad (5.1)$$

де A – постійна, $-z$ – показник степеню.

Рівняння руху системи представленої на рис. 5.1 матиме вигляд:

$$m \cdot q'' + h \cdot q' + c \cdot q = F(q), \quad (5.2)$$

або

$$m \cdot q'' + h \cdot q' + c \cdot q - F(q) = 0, \quad (5.3)$$

де маса m системи з коефіцієнтом жорсткості c і коефіцієнтом демпфування h , q – координата переміщення відносно усталеного стану системи при відсутності коливань, $F(q)$ – відхилення сили різання від усталеного значення при наявності швидкості q' коливань по координаті q , пропорційної відхиленню швидкості

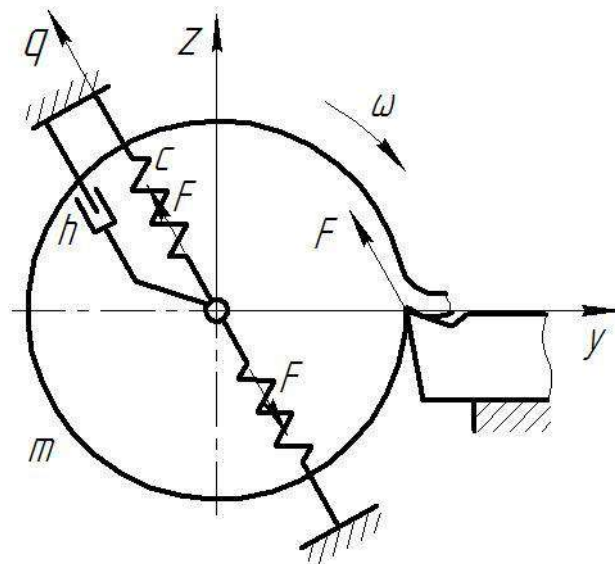


Рисунок 5.1 – Схема обробної системи при точінні з одним ступенем вільності

Відхилення швидкості різання:

$$F(q') = dF = \frac{dF}{dV} \cdot dV = H \cdot dV ,$$

де

$$H = \frac{dF}{dV} = z \cdot A \cdot V^{-(z+1)} \quad (5.4)$$

– крутизна характеристики сили різання по швидкості V , отримана диференціюванням рівняння (5.1).

Тоді рівняння (5.3) можна представити у вигляді

$$m \cdot q'' + (h - H) \cdot q' + c \cdot q - F(q) = 0, \quad (5.5)$$

де $(h - H) \cdot q'$ – характеристика непружного опору.

Тобто згідно з алгебраїчним критерієм ($h - H > 0$) система усталена, якщо крутизна характеристики сили різання по швидкості H менше коефіцієнта демпфування h : $H < h$. Межа усталеності $H = h$, інакше ($H > h$) система втрачає усталеність.

Для розглянутої вище одномасової обробної системи при точінні (рис. 5.1) з передаточною функцією та процесу різання, якщо враховувати тільки статичну характеристику процесу різання буде мати передаточну функцію для розімкнутої системи:

$$W_{роз} = W_{ПС} \cdot K_p = \frac{K_{cm} \cdot K_p}{T^2 \cdot p^2 + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot \omega + 1}. \quad (5.6)$$

Після перетворень це рівняння може бути представлено у вигляді:

$$W(\omega \cdot j) = \operatorname{Re}(\omega) + j \cdot \operatorname{Im}(\omega)$$

де

$$\operatorname{Re}(\omega) = \frac{K_p \cdot K_{cm} \cdot (1 - T^2 \cdot \omega^2)}{(1 - T^2 \cdot \omega^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot T \cdot \omega)^2}, \quad (5.7)$$

$$\operatorname{Im}(\omega) = -\frac{K_p \cdot K_{CT} \cdot (2 \cdot \xi \cdot T \cdot \omega)}{(1 - T^2 \cdot \omega^2)^2 + (2 \cdot \xi \cdot T \cdot \omega)^2}. \quad (5.8)$$

5.3 Послідовність розрахунку

1. Для відомої технологічної обробної системи на основі шпиндельного верстата і процесу різання згідно з умовами додаток В та користуючись результатами лабораторної роботи №2 заповнити таблицю вхідних даних (табл. 5.1).

Таблиця 5.1

Параметри коливальної системи				Режими різання			Складові сили різання			
$m, \text{ кг}$	$\frac{\omega_0, \text{ рад/с}}{f_0, \text{ с}^{-1}}$	$h=2\xi T, \text{ с}$	$T, \text{ с}$	$K_{cm}, \text{ мм/Н}$	$\frac{t, \text{ мм}}{S, \text{ мм/об}}$	$V, \text{ м/хв.}$	F_z		F_y	
							$\frac{C_p}{x}$	$\frac{y}{z(n)}$	$\frac{C_p}{x}$	$\frac{y}{z(n)}$

2. Розрахувати силу різання, що діє в площині перпендикулярній осі заготовки ($F_{y+z} = \sqrt{F_y^2 + F_z^2}$) за формулами теорії різання та крутизну характеристики сили різання для умов обробки, заданих у додатку В. за формулою (5.4).

3. Визначаємо значення відносного коефіцієнту демпфування коливальної системи (рис. 5.1) який відповідає умовам рівняння (5.5)

$$H - h = h' \text{ де } h = 2 \cdot \xi \cdot T.$$

4. Використовуючи формули передаточної функції для розімкнутої системи (5.6), реальної (5.7) та уявної її частин (5.8), побудувати амплітудно-фазову частотну характеристику досліджуваної одномасової обробної системи з врахуванням тільки статичної лінеаризованої характеристики процесу різання

Кр для чотирьох значень відносного коефіцієнту демпфування ξ (приклад – рис. 5.2, 5.3), що відповідають умовам

4.1 h відповідає результатам лабораторного заняття № 2 при $H = 0$.

4.2 $h - H = h'$;

4.3 $H \approx h \rightarrow h - H \approx 0$ – межа усталеності;

4.5 $H = 1,1 \cdot h \rightarrow h - H < 0$ – система неусталена.

Заповнити таблицю результатів розрахунків:

Таблиця 5.2

F_y, H	F_z, H	F_{y+z}, H	A	z'	H	h'	ξ_y

5.4 Приклад виконання розрахунку

1. Для відомої технологічної обробної системи на основі шпиндельного верстата і процесу різання згідно з умовами Додаток В та користуючись результатами лабораторної роботи №2 заповнюємо таблицю вхідних даних:

Таблиця 5.3

Параметри коливальної системи					Режими різання		Складові сили різання			
$m, \text{кг}$	$\frac{\omega_0, \text{рад/с}}{f_0, \text{с}^{-1}}$	$h, \text{кг/с}$	$T, \text{с}$	$K_{cm}, \text{мм/Н}$	$t, \text{мм}$ $S, \text{мм/об}$	$V, \text{м/хв.}$	F_z		F_y	
							$\frac{10C_p}{x}$	$\frac{y}{z(n)}$	$\frac{10C_p}{x}$	$\frac{y}{z(n)}$
							31,5	$\frac{1040}{165,8}$	513	0,00096

2. Розраховуємо силу різання, що діє в площині перпендикулярній осі заготовки ($F_{y+z} = \sqrt{F_y^2 + F_z^2}$) за формулами теорії різання та крутизну характеристики сили різання для умов обробки, заданих у табл. 5.3. за формулою (5.4).

$$F_y = 243 \cdot 2^{0,9} \cdot 0,5^{0,6} \cdot 120^{-0,3} = 712 \text{ Н},$$

$$F_z = 300 \cdot 2^1 \cdot 0,5^{0,75} \cdot 120^{-0,15} = 1740 \text{ Н},$$

$$F_{y+z} = \sqrt{712^2 + 1740^2} = 1880 \text{ Н}.$$

Крутизна характеристики сили різання визначаємо за формулами:

$$H = z \cdot A \cdot V^{-(z+1)},$$

$$\text{де } A = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{F_y}{V^{ny}} + \frac{F_z}{V^{nz}} \right).$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{712}{120^{-0,3}} + \frac{F_z}{V^{nz}} \right)$$

$$A = ((712 / 120^{-0,3})^2 + (1740 / 120^{-0,15})^2)^{0,5} = 4658$$

$$z' = -(0,15+0,3)/2 = -0,225$$

$$H = 0,225 \cdot 4658 \cdot (120)^{-1,225} \cdot 60 = 2,97 \cdot 60 = 178$$

(60 – перевідний коефіцієнт швидкості з м/хв. в м/с)

3. Визначаємо значення відносного коефіцієнту демпфування коливальної системи (рис. 5.1) який відповідає умовам рівняння (5.5):

$$h - H = h', \text{ де } h = 513$$

$$h' = 513 - 178 = 335$$

$$\xi_y = h' / 2Tc, \quad \xi_y = 335 / (2 \cdot 0,00096 \cdot 34,2 \cdot 10^6) = 0,0051.$$

4. Використовуючи формули передаточної функції для розімкнутої системи (5.6), реальної (5.7) та уявної її частин (5.8), будуюмо амплітудно-фазову частотну характеристику досліджуваної одномасової обробної системи з врахуванням тільки статичної лінеаризованої характеристики процесу різання K_p для чотирьох значень відносного коефіцієнту демпфування ξ (рис. 5.2), що відповідають умовам:

4.1 $H = 0$ ($h = 513$) h відповідає результатам лабораторного 2.

4.2 $h - H = h' = 335$ – система усталена;

4.3 $H \approx h \rightarrow h - H \approx 0$: $h - H = h/100 = 5,13$ – межа усталеності;

4.4 $H = 1,1h \rightarrow (h - H) < 0$ ($h - H = -h/10 = -51,3$ – система неусталена.

5. Заповнюємо таблицю результатів розрахунків:

Таблиця 5.4

F_y, H	F_z, H	F_{y+z}, H	A	z'	H	h'	ξ_y
712	1740	1880	4658	-0,225	178	335	0,0051

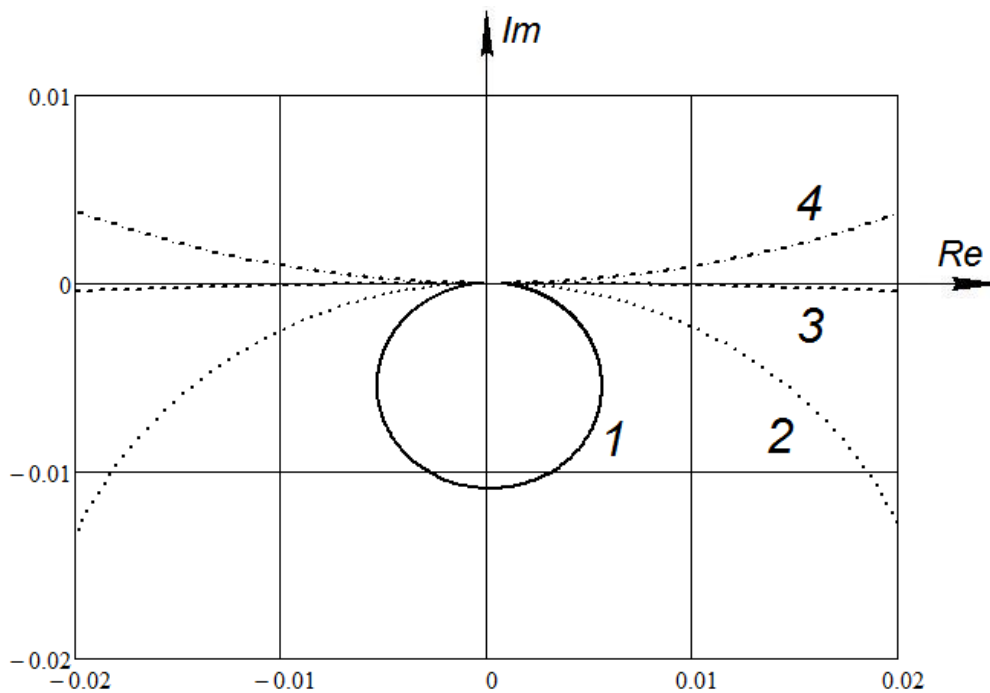


Рисунок 5.2 – АФЧХ обробної системи з врахуванням статичної характеристики різання (в залежності від коефіцієнту демпфування):

$$m = 31,5 \text{ кг}, \zeta = 0,008 (\lambda = 0,05), c = 34,18 \cdot 10^3 \text{ Н/мм}, K_{cm} = 2,93 \cdot 10^{-5} \text{ мм/Н}, \omega = 1040 \text{ с}^{-1}.$$

1- $H=0$ ($h = 513$) – система усталена, 2 – $h - H = h' = 335$ – система усталена,

3 – $H \approx h$: ($h - H = h/100 = 5,13$) – система усталена на межі усталеності,

4 – $H = 1,1h$ ($h - H = -h/10 = -51,3$) – система неусталена.

5.5 Завдання до лабораторного заняття

Для відомої технологічної обробної системи на основі валу, що оброблюється і процесу різання згідно з умовами Додаток В та користуючись результатами лабораторної роботи №2 дослідити усталеність технологічної системи з одним ступенем вільності з врахуванням нелінійної характеристики сили різання. Для дослідження використовувати методику наведену в пункті 5.3 Послідовність розрахунку. Побудувати відповідні амплітудно фазово-частотні характеристики похідних систем.

Варіанти завдань наведено у додатку В ст. 45.

5.6 Контрольні запитання

1. Як виглядає рівняння руху коливальної системи з однією ступенем вільності, представленої на рисунку 5.1?
2. Що таке коефіцієнт демпфування, які значення він може приймати?

3. Що необхідно для забезпечення усталеності системи, згідно з рівнянням?

4. Як визначається крутизна характеристики сили різання по швидкості, і які розрахункові формули використовуються?

5. Які умови відповідають межі усталеності системи, визначені за алгебраїчним критерієм, і як це відображено на амплітудно-фазовій характеристиці?

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Динаміка верстатних систем. Методичні рекомендації до виконання практичних робіт для студентів освітнього рівня «Магістр» спеціальностей 131 "Прикладна механіка" та 133 "Галузеве машинобудування" / Укл.: О.В.Лисенко. – Кропивницький: ЦНТУ, 2020. – 84 с. [Режим доступу: <https://dspace.kntu.kr.ua/server/api/core/bitstreams/2a51900b-00d2-4e7f-bb7b-59c96eb93beb/content>]
2. Пічкур В. В. Теорія динамічних систем: навч. посіб. / Володимир Володимирович Пічкур, Олексій Володимирович Капустян, Валентин Володимирович Собчук. – Луцьк : Вежа-Друк, 2020. – 348 с. [Режим доступу: https://mechmat.knu.ua/wp-content/uploads/2023/01/teoriia_dynamichnykh_system_kapustianov_pichkurvv_sobchukvv.pdf]
3. Воробйов В. В., Воробйова Л. Д., Киба С. П. Основи прикладної теорії коливань: Підручник для студентів машинобудівних та електромеханічних спеціальностей. Кременчук: ПП Щербатих О.В., 2020. 156 с.
4. Струтинський В.Б. Динамічні процеси в металорізальних верстатах: Монографія. / В.Б.Струтинський, В.М. Дрозденко. Київ.: Основа-Принт, 2010.– 440 с.
5. Струтинський В.Б. Технологія моделювання динамічних процесів та систем. Монографія. / В.Б.Струтинський, Веселовська Н.Р. Вінниця: О.Власюк 2007.– 466 с.
6. Петраков Ю.В. Автоматичне управління процесами обробки матеріалів різанням: Навчальний посібник + CD Міністерство освіти і науки України, Київ 2004.– 384 с.
7. Ловейкін В.С. Динаміка машин / В.С. Ловейкін, Ю.О. Ромасевич. – К.: ЦП „КОМПРИНТ”, 2013. – 227 с.

ДОДАТОК А

Умови завдання до лабораторного заняття №1

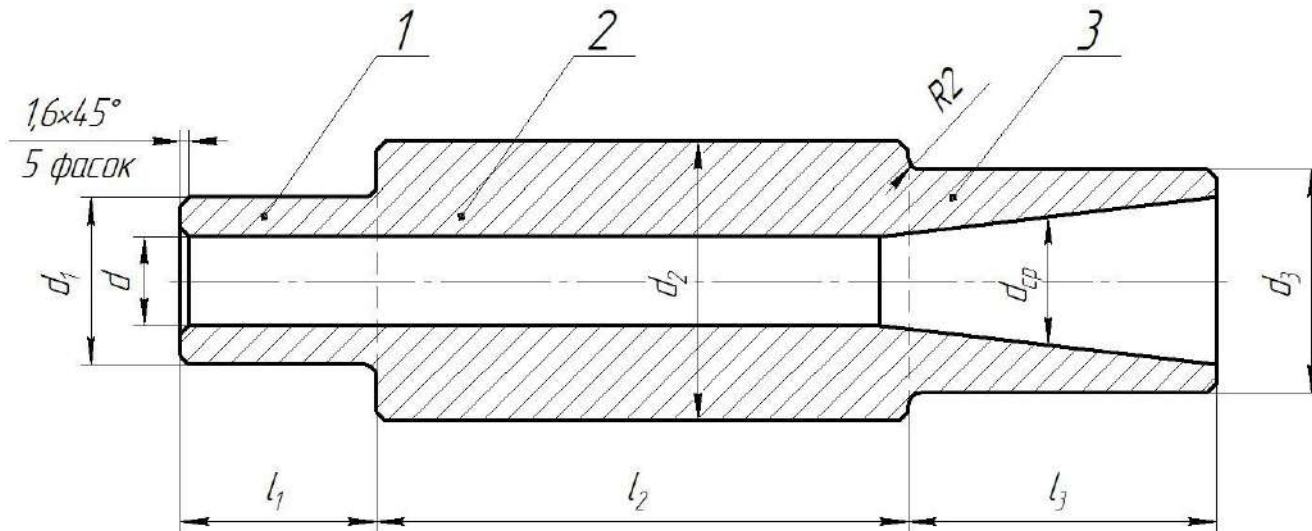
Загальні параметри: $D_{заг} = 40$ мм, $n_{шпинд} = 400$ об/хв, $V_{різ} = 50$ м/хв, $S = 0,5$ мм/об,

переріз державки різця 20×25 мм.

Варіант	Підсистема заготовки		Підсистема інструмента		Частота вібрацій, f , Гц	λ	L_K , мм (min/max)	t , мм (min/max)	L , мм	C_B Н/мм
	f_0 , Гц	$m_{прив, Кг}$	f_0 , Гц	$m_{прив, Кг}$						
1	120	13	320	55	200	0,2	50/100	0,5/3	70	$1,6 \cdot 10^4$
2	140	17	340	65	210	0,1	60/100	1/4	80	$1,8 \cdot 10^4$
3	160	22	360	75	220	0,3	70/120	0,5/4	90	$2,0 \cdot 10^4$
4	180	27	380	85	230	0,4	80/140	1/5	100	$2,2 \cdot 10^4$
5	190	35	400	95	240	0,25	100/160	0,5/5	110	$2,4 \cdot 10^4$
6	220	14	420	105	300	0,35	50/100	1/3	120	$2,6 \cdot 10^4$
7	240	18	440	65	310	0,15	60/100	0,5/3	80	$2,8 \cdot 10^4$
8	260	20	460	75	320	0,45	70/120	1/4	75	$3,0 \cdot 10^4$
9	280	18	480	85	330	0,4	80/140	0,5/4	70	$3,2 \cdot 10^4$
10	290	17	500	95	340	0,2	100/160	1/5	85	$3,4 \cdot 10^4$
11	320	23	520	125	360	0,1	50/100	0,5/5	90	$3,6 \cdot 10^4$
12	340	24	350	105	310	0,3	60/100	1/3	95	$2,8 \cdot 10^4$
13	360	40	370	115	360	0,4	70/120	0,5/3	100	$3,0 \cdot 10^4$
14	380	35	390	125	370	0,25	80/140	1/4	70	$3,2 \cdot 10^4$
15	420	36	410	135	400	0,15	100/160	0,5/4	80	$3,4 \cdot 10^4$

ДОДАТОК Б

Умови завдання до лабораторного заняття №2 (3,4)



Варіант	Розміри шпинделя										λ	F, H	t, c		
	$a, мм$	$L, мм$	$l_1, мм$	$l_2, мм$	$l_3, мм$	$d_1, мм$	$d_2, мм$	$d_3, мм$	$d, мм$	$d_{cp}, мм$			1	2	3
1	30	50	20	50	30	35	50	40	10	15	0,3	300	0,001	0,01	0,1
2	40	60	25	60	40	40	55	35	12	18	0,25	400	0,002	0,02	0,2
3	45	60	35	65	35	45	60	40	20	25	0,2	500	0,003	0,03	0,3
4	40	100	40	100	40	40	50	35	10	20	0,35	600	0,004	0,04	0,4
5	35	70	35	70	35	35	40	30	15	18	0,4	700	0,005	0,05	0,5
6	60	40	30	60	40	28	50	40	15	25	0,2	800	0,006	0,06	0,6

Варіант	Розміри шпинделя										λ	F, H	t, c		
	$a, мм$	$L, мм$	$l_1, мм$	$l_2, мм$	$l_3, мм$	$d_1, мм$	$d_2, мм$	$d_3, мм$	$d, мм$	$d_{cp}, мм$			1	2	3
7	30	50	20	50	30	25	45	35	8	15	0,25	900	0,007	0,07	0,7
8	35	55	25	55	35	35	50	40	20	25	0,3	1000	0,008	0,08	0,8
9	40	60	30	60	40	40	55	45	25	30	0,2	850	0,05	0,05	0,5
10	45	90	35	80	45	40	50	35	10	20	0,35	600	0,004	0,04	0,4
11	35	55	25	55	35	40	55	45	15	15	0,3	300	0,003	0,03	0,3
12	65	45	35	65	45	35	55	45	20	25	0,2	800	0,006	0,06	0,6
13	45	70	25	70	25	55	65	55	25	35	0,32	1300	0,007	0,07	0,7
14	50	75	30	75	30	50	70	60	30	40	0,35	1200	0,009	0,09	0,9
15	65	90	55	90	65	55	80	70	35	45	0,4	1400	0,008	0,08	0,8

ДОДАТОК В

Умови завдання до лабораторного заняття №5

Оброблюваний матеріал – конструкційна сталь, $\sigma_B = 750$ МПа

Варіант	Глибина різання t , мм	Подача S , мм/об	Головний кут в плані, ϕ , рад.	Питома сила різання, K , Н/мм ²	Швидкість різання V , мм/с	Шлях різання при колив. l_{FZY} , мм
1	1	0,5	$\pi/4$	450	210	1,5
2	2	0,4	$\pi/6$	350	180	1,4
3	3	0,3	$\pi/3$	300	150	1,3
4	4	0,2	$\pi/2$	250	120	1,2
5	1,5	1	$\pi/4$	400	210	1,1
6	2,5	0,8	$\pi/6$	300	180	1,0
7	3,5	0,6	$\pi/3$	200	150	0,9
8	4,5	0,4	$\pi/2$	150	120	0,8
9	1	0,4	$\pi/4$	350	210	0,7
10	2	0,3	$\pi/6$	300	180	0,6
11	3	0,2	$\pi/3$	250	150	1,3
12	4	0,5	$\pi/2$	350	120	1,2
13	2,5	0,5	$\pi/4$	300	210	1,1
14	3,5	0,4	$\pi/6$	250	180	1,0
15	4,5	0,3	$\pi/3$	250	150	0,9